



Тищенко Л. Н.

Лукьяненко В. М.

*Харьковский
национальный
технический
университет
сельского хозяйства
им. Петра Василенко*

Tishchenko L. N.

Lukyanenko V. M.

*Kharkiv Petro Vasylenko
National Technical
University of Agriculture*

УДК 631. 362

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЗЕРНА, НЕ СОВПАДАЮЩЕГО С НУЛЕВЫМ ЗЕРНОМ И НАХОДЯЩЕГОСЯ В НИЖНЕМ СЛОЕ, В КОНТАКТЕ С РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В настоящей работе приведена одна из составляющих математической модели безотрывного движения зерен во взаимодействии с присоединёнными зернами, которая может быть использована для описания движения массы зёрен по наклонной вибрирующей неперфорированной плоскости.

Ключевые слова: вибрационная семяочистительная машина, наклонные неперфорированные фрикционные плоскости, математическая модель безотрывного движения зерен во взаимодействии с присоединёнными зернами.

Вибрационные семяочистительные машины, рабочим органом которых являются наклонные неперфорированные фрикционные плоскости, имеют очень высокую разделяющую способность и могут использоваться для выделения наиболее трудноотделимых примесей [1 - 5]. Однако их широкое использование ограничивается невысокой производительностью.

Для создания новых конструкций высокопроизводительных семяочистительных машин очень важно иметь адекватные математические модели технологических процессов вибросепарации.

Математические модели движения семян по наклонной вибрирующей поверхности в режимах безотрывного и отрывного движения, которые пригодны для исследования процессов виброочистки, предложены в ряде работ, проведенных ранее [6 - 9].

В этих работах авторами рассматривается движение изолированного твёрдого тела эллипсоидной формы по наклонной шероховатой поверхности, либо с качением и проскальзыванием под действием сил гравитации и реакции опоры, либо с отскоком от поверхности с проскальзыванием и качением в точке соударения.

В предложенных моделях адекватно учитываются основные силы и моменты, действующие на зерно, его инерционные,

геометрические и кинематические характеристики, которые обуславливают траекторию движения зерна относительно поверхности.

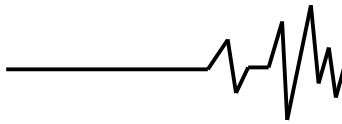
Однако, главным недостатком, данных моделей движения зёрен относительно рабочей поверхности виброочистительных машин, является игнорирование взаимодействий между зернами.

Предлагаемая математическая модель движения взаимодействующих тел по наклонной вибрирующей поверхности включает наряду с описанием динамики зерен в полёте с учётом их столкновений и описание безотрывного движения зерен во взаимодействии с присоединёнными зернами.

Математическая модель безотрывного движения зерен во взаимодействии с присоединёнными зернами применяется для описания движения массы зёрен.

При разработке математической модели динамики зёрен в слое используем подходы, применяемые для описания механики сплошных сред [10 - 13].

Перемещения зёрен в слое могут быть заданы как векторная сумма перемещения центра зерновой массы и перемещения центра массы рассматриваемого зерна относительно установленного центра зерновой массы. Для определения поступательного перемещения центра зерновой массы относительно рабочей



поверхности используем радиус-вектор. Радиус-вектор соединяет начало системы координат рабочей поверхности с точкой контакта нулевого зерна. Нулевое зерно выбираем в качестве центра рассматриваемой зерновой массы. При этом данное зерно должно находиться в контакте с рабочей поверхностью, то есть в нижнем слое зёрен, и высота зернового слоя над данным зерном – максимальна. Изменение радиус-вектора характеризует перемещение установленного зерна при его проскальзывании по рабочей поверхности. Перемещение, связанное с качением нулевого зерна, в данном случае не рассматривается вследствие относительно большого значения момента сопротивления проворачиванию зерна. Такой большой момент сопротивления проворачиванию вызван сдавливанием нулевого зерна со стороны зёрен окружения.

При вычислении кинематических параметров разнонаправленного движения зерновой массы на вибрирующей рабочей поверхности необходимо учитывать местоположение рассматриваемого зерна в общей зерновой массе. Кроме нулевого зерна, по которому определяется линейная скорость перемещения центра зерновой массы относительно рабочей поверхности, при расчётах также необходимо рассматривать:

- зёрна, не совпадающие с нулевым зерном и находящиеся в нижнем слое, в контакте с рабочей поверхностью;
- зёрна, находящиеся в промежуточном слое, вне контакта с рабочей поверхностью;
- зёрна, находящиеся в верхнем слое и не испытывающие давление окружающих его зёрен.

При математическом описании движения зёрен принимаем, что они имеют форму эллипсоида. Следовательно, при определении кинематических параметров необходимо учитывать как перемещения, связанные с проскальзыванием в точке контакта, так и перемещения, обусловленные перекачиванием зерна при его вращении относительно мгновенного центра вращения.

То есть, для определения кинематических параметров движения зерна будем рассматривать систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{L}_j}{dt} = \vec{G}_j + \vec{F}_{\text{conp}j} + \vec{F}_{\text{conp}Kj}, \\ \frac{d\vec{H}_j}{dt} = \vec{M}_{\vec{G}_j} + \vec{M}_{\text{conp}j}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\vec{G}_j, \vec{F}_{\text{conp}j}, \vec{F}_{\text{conp}Kj}$ – силы: тяжести, сопротивления перемещению относительно окружающих зёрен и сопротивления перемещению относительно рабочей поверхности;

$\vec{M}_{\vec{G}_j}, \vec{M}_{\text{conp}j}$ – момент от действия силы тяжести, приложенной к центру массы j -го зерна, и момент сопротивления его проворачиванию относительно окружающих зёрен в слое, соответственно;

\vec{L}_j, \vec{H}_j – векторы количества движения и момента количества движения j -го зерна.

Вектор количества движения j -го зерна может быть вычислен с помощью следующего выражения:

$$\vec{L}_j = m_j \cdot \left(\dot{\vec{r}}_{\text{об.}} + \dot{\vec{r}}_{\text{ск.0}} + \dot{\vec{r}}_{\text{отн}j} + \vec{u}_j \times \vec{R}_{Cj} \right), \quad (2)$$

где m_j – масса j -го зерна;

$\dot{\vec{r}}_{\text{об.}}$ – вектор скорости, которая приобретается зёрнами за счёт работы вибровозбудителя;

$\dot{\vec{r}}_{\text{ск.0}}$ – вектор поступательной скорости движения нулевого зерна (центра зерновой массы);

$\dot{\vec{r}}_{\text{отн}j}$ – вектор относительной скорости движения j -го зерна;

\vec{u}_j – мгновенная угловая скорость вращения j -го зерна относительно своей точки контакта с рабочей поверхностью;

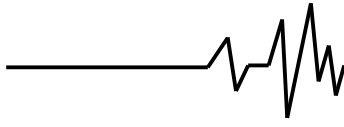
\vec{R}_{Cj} – радиус-вектор, который соединяет точку контакта j -го зерна K_j с его центром тяжести C_j .

Вектор момента количества движения или кинетический момент центра массы j -го зерна вычисляем как:

$$\vec{H}_j = \left(\vec{r}_{\text{об.}} + \vec{r}_{\text{ск.0}} + \vec{r}_{\text{отн}j} + \vec{R}_{Cj} \right) \times m_j \left(\dot{\vec{r}}_{\text{об.}} + \dot{\vec{r}}_{\text{ск.0}} + \dot{\vec{r}}_{\text{отн}j} + \vec{u}_j \times \vec{R}_{Cj} \right) + \vec{H}_{Cj}, \quad (3)$$

где \vec{H}_{Cj} – собственный кинетический момент зерна относительно его центра массы, приведенный к инерциальной системе координат.

С учётом (2) и (3) нелинейная система уравнений (1), записанная в координатах, примет следующий вид:



$$\begin{aligned}
 & m_j \frac{d\omega_{jy}}{dt} R_{Cjz} - m_j \frac{d\omega_{jz}}{dt} R_{Cjy} + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jx} - \\
 & - m_j \omega_j^2 R_{Cjx} + m_j \ddot{r}_{\text{вб.}x} + m_j \ddot{x}_{\text{ок.}0} + m_j \ddot{x}_{\text{омн.}j} = \\
 & = G_{jx} + \left(m_j \frac{d\omega_{jx}}{dt} R_{Cjy} - m_j \frac{d\omega_{jy}}{dt} R_{Cjx} + \right. \\
 & + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jz} - m_j \omega_j^2 R_{Cjz} + m_j \ddot{r}_{\text{вб.}z} - \\
 & \left. - 2\rho h_j S_{mj} \ddot{r}_{\text{вб.}z} \right) \cdot f \frac{\dot{x}_{\text{омн.}j}}{\sqrt{\dot{x}_{\text{омн.}j}^2 + \dot{y}_{\text{омн.}j}^2 + \dot{z}_{\text{омн.}j}^2}}
 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
 & m_j \frac{d\omega_{jz}}{dt} R_{Cjx} - m_j \frac{d\omega_{jx}}{dt} R_{Cjz} + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jy} - \\
 & - m_j \omega_j^2 R_{Cjy} + m_j \ddot{r}_{\text{вб.}y} + m_j \ddot{y}_{\text{ок.}0} + m_j \ddot{y}_{\text{омн.}j} = \\
 & = G_{jy} + \left(m_j \frac{d\omega_{jx}}{dt} R_{Cjy} - m_j \frac{d\omega_{jy}}{dt} R_{Cjx} + \right. \\
 & + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jz} - m_j \omega_j^2 R_{Cjz} + m_j \ddot{r}_{\text{вб.}z} - \\
 & \left. - 2\rho h_j S_{mj} \ddot{r}_{\text{вб.}z} \right) \cdot f \frac{\dot{y}_{\text{омн.}j}}{\sqrt{\dot{x}_{\text{омн.}j}^2 + \dot{y}_{\text{омн.}j}^2 + \dot{z}_{\text{омн.}j}^2}}
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 & m_j \frac{d\omega_{jx}}{dt} R_{Cjy} - m_j \frac{d\omega_{jy}}{dt} R_{Cjx} + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jz} - \\
 & - m_j \omega_j^2 R_{Cjz} + m_j \ddot{r}_{\text{вб.}z} + m_j \ddot{z}_{\text{омн.}j} = G_{jz} + \\
 & + \left(m_j \frac{d\omega_{jx}}{dt} R_{Cjy} - m_j \frac{d\omega_{jy}}{dt} R_{Cjx} + \right. \\
 & + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jz} - m_j \omega_j^2 R_{Cjz} + m_j \ddot{r}_{\text{вб.}z} - \\
 & \left. - 2\rho h_j S_{mj} \ddot{r}_{\text{вб.}z} \right) \cdot f \frac{\dot{z}_{\text{омн.}j}}{\sqrt{\dot{x}_{\text{омн.}j}^2 + \dot{y}_{\text{омн.}j}^2 + \dot{z}_{\text{омн.}j}^2}}
 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 & m_j R_{Cj}^2 \frac{d\omega_{jx}}{dt} - m_j R_{Cjx} \left(\bar{R}_{Cj} \cdot \frac{d\bar{u}_j}{dt} \right) + \\
 & + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) (R_{Cjy} \omega_{jz} - R_{Cjz} \omega_{jy}) + \\
 & + H_{jx} - m_j R_{Cjz} \ddot{y}_{\text{ок.}0} + m_j R_{Cjy} \ddot{r}_{\text{вб.}x} - m_j R_{Cjz} \ddot{r}_{\text{вб.}y} + \\
 & + m_j R_{Cjy} \ddot{z}_{\text{омн.}j} - m_j R_{Cjz} \ddot{y}_{\text{омн.}j} = \\
 & = R_{Cjy} G_{jz} - R_{Cjz} G_{jy} - \rho h_j S_{mj} \bar{R}_j f \frac{\omega_{jx}}{\omega_j}
 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 & m_j R_{Cj}^2 \frac{d\omega_{jy}}{dt} - m_j R_{Cjy} \left(\bar{R}_{Cj} \cdot \frac{d\bar{u}_j}{dt} \right) + \\
 & + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) (R_{Cjz} \omega_{jx} - R_{Cjx} \omega_{jz}) + \\
 & + H_{jy} + m_j R_{Cjz} \ddot{x}_{\text{ок.}0} + m_j R_{Cjx} \ddot{r}_{\text{вб.}x} - m_j R_{Cjx} \ddot{r}_{\text{вб.}z} + \\
 & + m_j R_{Cjz} \ddot{x}_{\text{омн.}j} - m_j R_{Cjx} \ddot{z}_{\text{омн.}j} = \\
 & = R_{Cjz} G_{jx} - R_{Cjx} G_{jz} - \rho h_j S_{mj} \bar{R}_j f \frac{\omega_{jy}}{\omega_j}
 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 & m_j R_{Cj}^2 \frac{d\omega_{jz}}{dt} - m_j R_{Cjz} \left(\bar{R}_{Cj} \cdot \frac{d\bar{u}_j}{dt} \right) + \\
 & + m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) (R_{Cjx} \omega_{jy} - R_{Cjy} \omega_{jx}) + \\
 & + H_{jz} + m_j R_{Cjx} \ddot{y}_{\text{ок.}0} - m_j R_{Cjy} \ddot{x}_{\text{ок.}0} + \\
 & + m_j R_{Cjx} \ddot{r}_{\text{вб.}y} - m_j R_{Cjy} \ddot{r}_{\text{вб.}x} + m_j R_{Cjx} \ddot{y}_{\text{омн.}j} - \\
 & - m_j R_{Cjy} \ddot{x}_{\text{омн.}j} = R_{Cjx} G_{jy} - R_{Cjy} G_{jx} - \\
 & - \rho h_j S_{mj} \bar{R}_j f \frac{\omega_{jz}}{\omega_j}
 \end{aligned} \quad (9)$$

$$G_{jx} = m_j g \cdot \sin \beta, \quad (10)$$

$$G_{jy} = m_j g \operatorname{tg} \alpha \cos \beta \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}}, \quad (11)$$

$$G_{jz} = m_j g \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}}, \quad (12)$$

где S_{mj} – площадь поверхности j -го зерна. Данную величину рассчитываем с помощью выражений:

$$S_{mj} = 4\pi \bar{R}_j^2, \quad (13)$$

$$\bar{R}_j = \frac{a+b+c}{3}, \quad (14)$$

где \bar{R}_j – радиус сферы, к которой осуществляется приведение эллипсоида, моделирующего j -ое зерно;

a, b, c – полуоси эллипсоида.

$\omega_{jx}, \omega_{jy}, \omega_{jz}$ – проекции на оси системы координат рабочей поверхности вектора мгновенной угловой скорости вращения j -го зерна относительно своего центра массы. Величины $\omega_{jx}, \omega_{jy}, \omega_{jz}$ рассчитываем в зависимости от углов поворота осей координат собственной системы координат j -го зерна относительно системы координат рабочей поверхности (углов Эйлера) согласно выражениям:

$$\omega_{jx} = \dot{\theta} \cos \psi + \dot{\phi} \sin \theta \sin \psi, \quad (15)$$

$$\omega_{jy} = \dot{\theta} \sin \psi - \dot{\phi} \sin \theta \cos \psi, \quad (16)$$

$$\omega_{jz} = \dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta, \quad (17)$$

где θ, ψ, ϕ – углы поворота осей системы координат, связанной с телом, относительно системы координат, связанной с рабочей поверхностью.



$\frac{d\omega_{jx}}{dt}, \frac{d\omega_{jy}}{dt}, \frac{d\omega_{jz}}{dt}$ – проекции вектора мгновенного углового ускорения вращения нулевого зерна относительно своего центра массы. Значения $\frac{d\omega_{jx}}{dt}, \frac{d\omega_{jy}}{dt}, \frac{d\omega_{jz}}{dt}$ вычисляем согласно выражениям:

$$\frac{d\omega_{jx}}{dt} = \ddot{\theta} \cos \psi - \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi + \ddot{\varphi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta \sin \psi + \dot{\varphi} \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi, \quad (18)$$

$$\frac{d\omega_{jy}}{dt} = \ddot{\theta} \sin \psi + \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \psi - \ddot{\varphi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta \cos \psi + \dot{\varphi} \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi, \quad (19)$$

$$\frac{d\omega_{jz}}{dt} = \ddot{\psi} + \ddot{\varphi} \cos \theta - \dot{\varphi} \dot{\theta} \sin \theta. \quad (20)$$

$\omega_j = \sqrt{\omega_{jx}^2 + \omega_{jy}^2 + \omega_{jz}^2}$ – скаляр вектора мгновенной угловой скорости $\vec{\omega}_j$;

H_{jx}, H_{jy}, H_{jz} – проекции кинетического момента j -го зерна на оси системы координат рабочей поверхности. Данные величины вычисляем согласно выражениям:

$$H_{jx} = H'_{jx} l_{j1} + H'_{jy} l_{j2} + H'_{jz} l_{j3}, \quad (21)$$

$$H_{jy} = H'_{jx} m_{j1} + H'_{jy} m_{j2} + H'_{jz} m_{j3}, \quad (22)$$

$$H_{jz} = H'_{jx} n_{j1} + H'_{jy} n_{j2} + H'_{jz} n_{j3}, \quad (23)$$

$$H'_{jx} = J'_{jx} \cdot \frac{d\omega'_{jx}}{dt} + (J'_{jz} - J'_{jy}) \omega'_{jy} \cdot \omega'_{jz}, \quad (24)$$

$$H'_{jy} = J'_{jy} \cdot \frac{d\omega'_{jy}}{dt} + (J'_{jx} - J'_{jz}) \omega'_{jx} \cdot \omega'_{jz}, \quad (25)$$

$$H'_{jz} = J'_{jz} \cdot \frac{d\omega'_{jz}}{dt} + (J'_{jy} - J'_{jx}) \omega'_{jx} \cdot \omega'_{jy}, \quad (26)$$

$$l_1 = \cos \psi \cos \varphi - \cos \theta \sin \psi \sin \varphi, \quad (27)$$

$$l_2 = -\cos \psi \sin \varphi - \cos \theta \sin \psi \cos \varphi, \quad (28)$$

$$l_3 = \sin \theta \sin \psi, \quad (29)$$

$$m_1 = \sin \psi \cos \varphi + \cos \theta \cos \psi \sin \varphi, \quad (30)$$

$$m_2 = \cos \theta \cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi, \quad (31)$$

$$m_3 = -\sin \theta \cos \psi, \quad (32)$$

$$n_1 = \sin \theta \sin \varphi, \quad (33)$$

$$n_2 = \sin \theta \cos \varphi, \quad (34)$$

$$n_3 = \cos \theta, \quad (35)$$

$$\omega'_{jx} = \dot{\psi}_j \sin \theta_j \sin \varphi_j + \dot{\theta}_j \cos \varphi_j, \quad (36)$$

$$\omega'_{jy} = \dot{\psi}_j \sin \theta_j \cos \varphi_j - \dot{\theta}_j \sin \varphi_j, \quad (37)$$

$$\omega'_{jz} = \dot{\varphi}_j + \dot{\psi}_j \cos \theta_j, \quad (38)$$

$$\frac{d\omega'_{jx}}{dt} = \ddot{\psi}_j \sin \theta_j \sin \varphi_j + \dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \sin \varphi_j + \dot{\psi}_j \dot{\varphi}_j \sin \theta_j \cos \varphi_j + \ddot{\theta}_j \cos \varphi_j - \dot{\theta}_j \dot{\varphi}_j \sin \varphi_j, \quad (39)$$

$$\frac{d\omega'_{jy}}{dt} = \ddot{\psi}_j \sin \theta_j \cos \varphi_j + \dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \cos \varphi_j - \dot{\psi}_j \dot{\varphi}_j \sin \theta_j \sin \varphi_j - \dot{\theta}_j \sin \varphi_j - \dot{\theta}_j \dot{\varphi}_j \cos \varphi_j, \quad (40)$$

$$\frac{d\omega'_{jz}}{dt} = \ddot{\varphi}_j + \ddot{\psi}_j \cos \theta_j - \dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j. \quad (41)$$

где $H'_{jx}, H'_{jy}, H'_{jz}$ – проекции кинетического момента j -го зерна относительно его главных осей инерции $CX'Y'Z'$ (Рис. 1.);

$J'_{jx}, J'_{jy}, J'_{jz}$ – моменты инерции j -го зерна относительно его главных осей;

$\omega'_{jx}, \omega'_{jy}, \omega'_{jz}$ – проекции угловой скорости вращения j -го зерна относительно мгновенного центра на оси собственной системы координат;

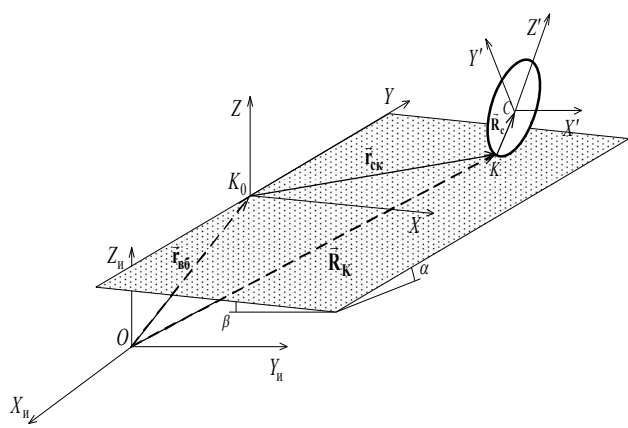


Рис. 1. Принятые системы координат для расчёта кинематических параметров движения тела



m_1, m_2, m_3 – направляющие косинусы оси CY' ;

l_1, l_2, l_3 – направляющие косинусы оси CX' относительно осей системы координат рабочей поверхности;

n_1, n_2, n_3 – направляющие косинусы оси CZ' ;

$\ddot{x}_{омн,j}, \ddot{y}_{омн,j}, \ddot{z}_{омн,j}$ – проекции ускорения движения j -го зерна относительно центра зерновой массы;

$\ddot{x}_{ск,0}, \ddot{y}_{ск,0}$ – проекции ускорения скольжения движения центра зерновой массы. Данные величины рассчитываем с помощью выражений:

$$\ddot{x}_{ск,0} = g \sin \beta - \ddot{r}_{\delta\delta,x} - \frac{2\rho h_0 S_{м0}}{m_0} \ddot{r}_{\delta\delta,z} f \frac{\dot{x}_{ск,0}}{\sqrt{\dot{x}_{ск,0}^2 + \dot{y}_{ск,0}^2}}, \quad (42)$$

$$\ddot{y}_{ск,0} = g \frac{\operatorname{tg} \alpha \cos \beta \cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}} - \ddot{r}_{\delta\delta,y} - \frac{2\rho h_0 S_{м0}}{m_0} \ddot{r}_{\delta\delta,z} f \frac{\dot{y}_{ск,0}}{\sqrt{\dot{x}_{ск,0}^2 + \dot{y}_{ск,0}^2}}. \quad (43)$$

С учётом (15) – (17), (18) – (20), (21) – (41) система уравнений (4) – (9) может быть преобразована к виду:

$$\left\{ \begin{aligned} &\ddot{\theta}_j A_{11}^{(j)} + \ddot{\varphi}_j A_{12}^{(j)} + \ddot{\psi}_j A_{13}^{(j)} + \ddot{x}_{омн,j} A_{14}^{(j)} + \\ &+ \ddot{y}_{омн,j} A_{15}^{(j)} + \ddot{z}_{омн,j} A_{16}^{(j)} = B_1^{(j)}, \\ &\ddot{\theta}_j A_{21}^{(j)} + \ddot{\varphi}_j A_{22}^{(j)} + \ddot{\psi}_j A_{23}^{(j)} + \ddot{x}_{омн,j} A_{24}^{(j)} + \\ &+ \ddot{y}_{омн,j} A_{25}^{(j)} + \ddot{z}_{омн,j} A_{26}^{(j)} = B_2^{(j)}, \\ &\ddot{\theta}_j A_{31}^{(j)} + \ddot{\varphi}_j A_{32}^{(j)} + \ddot{\psi}_j A_{33}^{(j)} + \ddot{x}_{омн,j} A_{34}^{(j)} + \\ &+ \ddot{y}_{омн,j} A_{35}^{(j)} + \ddot{z}_{омн,j} A_{36}^{(j)} = B_3^{(j)}, \\ &\ddot{\theta}_j A_{41}^{(j)} + \ddot{\varphi}_j A_{42}^{(j)} + \ddot{\psi}_j A_{43}^{(j)} + \ddot{x}_{омн,j} A_{44}^{(j)} + \\ &+ \ddot{y}_{омн,j} A_{45}^{(j)} + \ddot{z}_{омн,j} A_{46}^{(j)} = B_4^{(j)}, \\ &\ddot{\theta}_j A_{51}^{(j)} + \ddot{\varphi}_j A_{52}^{(j)} + \ddot{\psi}_j A_{53}^{(j)} + \ddot{x}_{омн,j} A_{54}^{(j)} + \\ &+ \ddot{y}_{омн,j} A_{55}^{(j)} + \ddot{z}_{омн,j} A_{56}^{(j)} = B_5^{(j)}, \\ &\ddot{\theta}_j A_{61}^{(j)} + \ddot{\varphi}_j A_{62}^{(j)} + \ddot{\psi}_j A_{63}^{(j)} + \ddot{x}_{омн,j} A_{64}^{(j)} + \\ &+ \ddot{y}_{омн,j} A_{65}^{(j)} + \ddot{z}_{омн,j} A_{66}^{(j)} = B_6^{(j)}, \end{aligned} \right. \quad (44)$$

где $A_{ik}^{(j)}, B_i^{(j)}, i = 1, 2, \dots, 6; k = 1, 2, \dots, 6$ – постоянные коэффициенты, величины которых

определяем исходя из начальных условий (местоположения и поворота j -го зерна, его линейной и угловой скоростей и ускорений движения).

Величины $A_{ik}^{(j)}, B_i^{(j)}, i = 1, 2, \dots, 6; k = 1, 2, \dots, 6$ определяем на основании следующих соотношений:

$$A_{11}^{(j)} = m_j \left[\frac{\sin \psi_j R_{Cjz} - (\sin \psi_j R_{Cjx} - \cos \psi_j R_{Cjy})}{f \frac{\dot{x}_{омн,j}}{\sqrt{\dot{x}_{омн,j}^2 + \dot{y}_{омн,j}^2 + \dot{z}_{омн,j}^2}}} \right], \quad (45)$$

$$A_{12}^{(j)} = m_j \left\{ -\sin \theta_j \cos \psi_j R_{Cjz} - \cos \theta_j R_{Cjy} + f \frac{\dot{x}_{омн,j}}{\sqrt{\dot{x}_{омн,j}^2 + \dot{y}_{омн,j}^2 + \dot{z}_{омн,j}^2}} (\sin \theta_j \sin \psi_j R_{Cjy} + \sin \theta_j \cos \psi_j R_{Cjx}) \right\}, \quad (46)$$

$$A_{13}^{(j)} = -m_j \cdot R_{Cjy}, \quad (47)$$

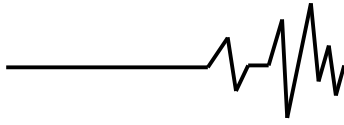
$$A_{14}^{(j)} = m_j, \quad (48)$$

$$A_{15}^{(j)} = 0, \quad (49)$$

$$A_{16}^{(j)} = 0, \quad (50)$$

$$B_1^{(j)} = m_j \left\{ \begin{aligned} &\left(\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \sin \psi_j - \dot{\varphi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \sin \psi_j - \right. \\ &\left. - \dot{\varphi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \cos \psi_j R_{Cjy} \right) R_{Cjz} - \\ &- m_j (\dot{\varphi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j) R_{Cjy} - m_j (\vec{u}_j \cdot \vec{R}_{Cj}) \omega_{jx} + \\ &+ m_j \omega_j^2 R_{Cjx} - m_j \ddot{r}_{\delta\delta,x} - m_j \ddot{x}_{ск,0} + m_j g \cdot \sin \beta + \\ &+ \left\{ \begin{aligned} &\left(-\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \sin \psi_j + \dot{\varphi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \sin \psi_j + \right) \\ &\left(+ \dot{\varphi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \cos \psi_j \right) \end{aligned} \right\} R_{Cjy} - \end{aligned} \right. \quad (51)$$

$$\left. \begin{aligned} &- \left(\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \cos \psi_j - \dot{\varphi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \cos \psi_j + \right) \\ &\left(+ \dot{\varphi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \sin \psi_j \right) R_{Cjx} + \\ &+ (\vec{u}_j \cdot \vec{R}_{Cj}) \omega_{jz} - \omega_j^2 R_{Cjz} + \ddot{r}_{\delta\delta,z} - \frac{2\rho h_0 S_{м0}}{m_j} \ddot{r}_{\delta\delta,z} \left. \right\} \cdot \\ &f \frac{\dot{x}_{омн,j} m_j}{\sqrt{\dot{x}_{омн,j}^2 + \dot{y}_{омн,j}^2 + \dot{z}_{омн,j}^2}} \\ &A_{21}^{(j)} = -m_j \left\{ \begin{aligned} &\cos \psi_j R_{Cjz} + f \frac{\dot{y}_{омн,j}}{\sqrt{\dot{x}_{омн,j}^2 + \dot{y}_{омн,j}^2 + \dot{z}_{омн,j}^2}} \\ &\left(\cos \psi_j \cdot R_{Cjy} - \sin \psi_j \cdot R_{Cjx} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (52)$$



$$A_{22}^{(j)} = m_j \cdot \left\{ \cos \theta_j \cdot R_{Cjx} - \sin \theta_j \sin \psi_j \cdot R_{Cjz} + \right. \\ \left. + f \frac{\dot{y}_{omn,j}}{\sqrt{\dot{x}_{omn,j}^2 + \dot{y}_{omn,j}^2 + \dot{z}_{omn,j}^2}} \right\}, \quad (53)$$

$$\left(\sin \theta_j \sin \psi_j \cdot R_{Cjy} + \sin \theta_j \cos \psi_j \cdot R_{Cjx} \right) \\ A_{23}^{(j)} = m_j \cdot R_{Cjx}, \quad (54)$$

$$A_{24}^{(j)} = 0, \quad (55)$$

$$A_{25}^{(j)} = m_j, \quad (56)$$

$$A_{26}^{(j)} = 0, \quad (57)$$

$$B_2^{(j)} = -m_j \left(\begin{array}{l} \dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \cos \psi_j - \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \\ \cos \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \sin \psi_j \end{array} \right) R_{Cjx} + \\ + m_j \left(\begin{array}{l} -\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \sin \psi + \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \\ \sin \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \cos \psi_j \end{array} \right) R_{Cjz} - \\ - m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jy} + m_j \omega_j^2 R_{Cjy} - m_j \ddot{r}_{\sigma\sigma,y} - \\ - m_j \ddot{y}_{ck,0} + m_j g \frac{\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}} + \\ + \left\{ \begin{array}{l} -\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \sin \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \\ \sin \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \cos \psi_j \end{array} \right\} R_{Cjy} - \quad (58)$$

$$- \left(\begin{array}{l} \dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \cos \psi_j - \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \\ \cos \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \sin \psi_j \end{array} \right) R_{Cjx} + \\ + (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jz} - \omega_j^2 R_{Cjz} + \ddot{r}_{\sigma\sigma,z} - \frac{2 \rho h_j S_{mj}}{m_j} \ddot{r}_{\sigma\sigma,z} \left\{ \right.$$

$$\left. f \frac{m_j \dot{y}_{omn,j}}{\sqrt{\dot{x}_{omn,j}^2 + \dot{y}_{omn,j}^2 + \dot{z}_{omn,j}^2}} \right\}$$

$$A_{31}^{(j)} = \left(1 - \frac{\dot{z}_{omn,j} f}{\sqrt{\dot{x}_{omn,j}^2 + \dot{y}_{omn,j}^2 + \dot{z}_{omn,j}^2}} \right) \cdot \\ m_j (\cos \psi_j R_{Cjy} - \sin \psi_j R_{Cjx}) \quad (59)$$

$$A_{32}^{(j)} = \left(1 - \frac{\dot{z}_{omn,j} f}{\sqrt{\dot{x}_{omn,j}^2 + \dot{y}_{omn,j}^2 + \dot{z}_{omn,j}^2}} \right) \cdot \\ m_j (\sin \theta \cos \psi R_{Cjy} - \sin \theta \sin \psi R_{Cjx}) \quad (60)$$

$$A_{33}^{(j)} = 0, \quad (61)$$

$$A_{34}^{(j)} = 0, \quad (62)$$

$$A_{35}^{(j)} = 0, \quad (63)$$

$$A_{36}^{(j)} = m_j, \quad (64)$$

$$B_3^{(j)} = m_j \left\{ \left(\begin{array}{l} \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi - \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \\ \sin \psi - \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi \end{array} \right) R_{Cjy} + \right.$$

$$\left. + \left(\begin{array}{l} \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \psi - \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \\ \cos \psi + \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi \end{array} \right) R_{Cjx} - (\bar{\omega}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jz} + \right.$$

$$\left. + \omega_j^2 R_{Cjz} - \ddot{r}_{\sigma\sigma,z} + \frac{\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}} g \right\} +$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} -\dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi + \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \\ \sin \psi + \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi \end{array} \right\} R_{Cjy} -$$

$$- \left(\begin{array}{l} \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \psi - \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta \\ \cos \psi + \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi \end{array} \right)$$

$$R_{Cjx} + (\bar{\omega}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \omega_{jz} -$$

$$- \omega_j^2 R_{Cjz} + \ddot{r}_{\sigma\sigma,z} - \frac{2 \rho h_j S_{mj}}{m_j} \ddot{r}_{\sigma\sigma,z} \left\{ \cdot \frac{\dot{z}_{omn,j} f}{\sqrt{\dot{x}_{omn,j}^2 + \dot{y}_{omn,j}^2 + \dot{z}_{omn,j}^2}} \right\} \quad (65)$$

$$A_{41}^{(j)} = m_j R_{Cj}^2 \cos \psi_j - m_j R_{Cjx}^2 \cos \psi_j - \\ - m_j R_{Cjx} R_{Cjy} \sin \psi_j + \quad (66)$$

$$+ J'_{jx} \cos \varphi_j \cdot l_1^{(j)} - J'_{jy} \sin \varphi_j \cdot l_2^{(j)}$$

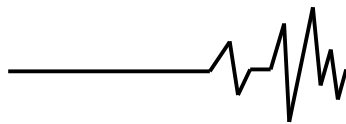
$$A_{42}^{(j)} = m_j R_{Cj}^2 \sin \theta_j \sin \psi_j - \\ - m_j R_{Cjx}^2 \sin \theta_j \sin \psi_j + \\ + m_j R_{Cjx} R_{Cjy} \sin \theta_j \cos \psi_j - \\ - m_j R_{Cjx} R_{Cjz} \cos \theta_j + J'_{jz} \cdot l_3^{(j)} \quad (67)$$

$$A_{43}^{(j)} = m_j R_{Cj}^2 R_{Cjz} + J'_{jx} \cdot \sin \theta_j \sin \varphi_j \cdot l_1^{(j)} + \\ + J'_{jy} \cdot \sin \theta_j \cos \varphi_j \cdot l_2^{(j)} + J'_{jz} \cos \theta_j \cdot l_3^{(j)} \quad (68)$$

$$A_{44}^{(j)} = 0, \quad (69)$$

$$A_{45}^{(j)} = -m_j R_{Cjz}, \quad (70)$$

$$A_{46}^{(j)} = m_j R_{Cjy}, \quad (71)$$



$$\begin{aligned}
 B_4^{(j)} = & -m_j R_{Cj}^2 \left(-\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \sin \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \right) - \\
 & -m_j R_{Cjx} \left(R_{Cjx} \left(-\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \sin \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \right) + \right. \\
 & \left. + R_{Cjy} \left(\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \cos \psi_j - \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \right) \right) - \\
 & -\dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j R_{Cjz} - m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) (R_{Cjy} \omega_{jz} - R_{Cjz} \omega_{jy}) - \\
 & - (J'_{jx} \left(\dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \sin \varphi_j + \dot{\psi}_j \dot{\phi}_j \right) + \\
 & + (J'_{jz} - J'_{jy}) \omega'_{jy} \cdot \omega'_{jz}) l_1^{(j)} - \\
 & - (J'_{jy} \left(\dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \cos \varphi_j - \dot{\psi}_j \dot{\phi}_j \right) + \\
 & + (J'_{jx} - J'_{jz}) \omega'_{jx} \cdot \omega'_{jz}) l_2^{(j)} + \\
 & + (J'_{jz} \cdot \dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j - (J'_{jy} - J'_{jx}) \omega'_{jx} \omega'_{jy}) l_3^{(j)} + \\
 & + m_j R_{Cjz} \ddot{y}_{ck.0} - m_j R_{Cjy} \ddot{r}_{\theta \delta, z} + m_j R_{Cjz} \ddot{r}_{\theta \delta, y} + \\
 & + m_j R_{Cjy} \frac{g \cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}} - \\
 & - m_j R_{Cjz} \frac{g \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}} - \rho h_j S_{3j} \bar{R}_j f \frac{\omega_{jx}}{\omega_j}
 \end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned}
 A_{51}^{(j)} = & m_j R_{Cj}^2 \cdot \sin \psi_j - \\
 & - m_j R_{Cjy} (R_{Cjx} \cos \psi_j + R_{Cjy} \sin \psi_j) + \\
 & + J'_{jx} \cdot \cos \varphi_j \cdot m_1^{(j)} - J'_{jy} \cdot \sin \varphi_j \cdot m_2^{(j)}
 \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned}
 A_{52}^{(j)} = & J'_{jz} m_3^{(j)} - m_j R_{Cj}^2 \sin \theta_j \cos \psi_j - \\
 & - m_j R_{Cjy} \left(R_{Cjx} \sin \theta_j \sin \psi_j - \right. \\
 & \left. - R_{Cjy} \sin \theta_j \cos \psi_j + R_{Cjz} \cos \theta_j \right), \quad (74)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{53}^{(j)} = & J'_{jx} \sin \theta_j \sin \varphi_j \cdot m_1^{(j)} - m_j R_{Cjy} R_{Cjz} + \\
 & + J'_{jy} \cdot \sin \theta_j \cos \varphi_j \cdot m_2^{(j)} + J'_{jz} \cdot \cos \theta_j \cdot m_3^{(j)}, \quad (75)
 \end{aligned}$$

$$A_{54}^{(j)} = m_j R_{Cjz}, \quad (76)$$

$$A_{55}^{(j)} = 0, \quad (77)$$

$$A_{56}^{(j)} = -m_j R_{Cjx}, \quad (78)$$

$$\begin{aligned}
 B_5^{(j)} = & -m_j R_{Cj}^2 \left(\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \cos \psi_j - \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \right) + \\
 & + m_j R_{Cjy} R_{Cjx} \left(-\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \sin \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \right) + \\
 & + m_j R_{Cjy}^2 \left(\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \cos \psi_j - \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \right) - \\
 & - m_j R_{Cjy} R_{Cjz} \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j - m_j (\bar{u}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) \\
 & (R_{Cjz} \omega_{jx} - R_{Cjx} \omega_{jz}) - \\
 & - \{ J'_x \left(\dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \sin \varphi_j + \dot{\psi}_j \dot{\phi}_j \right) + \\
 & + (J'_{jz} - J'_{jy}) \omega'_{jy} \cdot \omega'_{jz} \} m_1^{(j)} - \\
 & - \{ J'_{jy} \left(\dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \cos \varphi_j - \dot{\psi}_j \dot{\phi}_j \right) + \\
 & + (J'_{jx} - J'_{jz}) \omega'_{jx} \cdot \omega'_{jz} \} m_2^{(j)} + \\
 & + \{ J'_{jz} \dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j - (J'_{jy} - J'_{jx}) \omega'_{jx} \omega'_{jy} \} m_3^{(j)} - \\
 & - m_j R_{Cjz} \ddot{x}_{ck.0} - m_j R_{Cjz} \ddot{r}_{\theta \delta, x} + \\
 & + m_j R_{Cjx} \ddot{r}_{\theta \delta, z} + m_j R_{Cjz} g \cdot \sin \beta - \\
 & - m_j R_{Cjx} \frac{g \cos \alpha \cos \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}} - \rho h_j S_{3j} \bar{R}_j f \frac{\omega_{jy}}{\omega_j}
 \end{aligned} \quad (79)$$

$$\begin{aligned}
 A_{61}^{(j)} = & -m_j R_{Cjz} (R_{Cjx} \cos \psi_j + R_{Cjy} \sin \psi_j) + \\
 & + J'_{jx} \cdot \cos \varphi_j \cdot n_1^{(j)} - J'_{jy} \cdot \sin \varphi_j \cdot n_2^{(j)}
 \end{aligned} \quad (80)$$

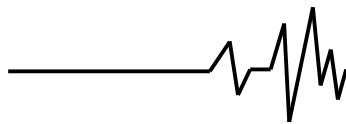
$$\begin{aligned}
 A_{62}^{(j)} = & m_j R_{Cj}^2 \cos \theta_j + J'_{jz} \cdot n_3^{(j)} - \\
 & - m_j R_{Cjz} \left(R_{Cjx} \sin \theta_j \sin \psi_j - R_{Cjy} \right) + \\
 & + R_{Cjz} \sin \theta_j \cos \psi_j + R_{Cjz} \cos \theta_j
 \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned}
 A_{63}^{(j)} = & m_j R_{Cj}^2 - m_j R_{Cjz} R_{Cjz} + J'_{jx} \cdot \sin \theta_j \sin \varphi_j \cdot n_1^{(j)} + \\
 & + J'_{jy} \cdot \sin \theta_j \cos \varphi_j \cdot n_2^{(j)} + J'_{jz} \cdot \cos \theta_j \cdot n_3^{(j)}
 \end{aligned} \quad (82)$$

$$A_{64}^{(j)} = -m_j R_{Cjy}, \quad (83)$$

$$A_{65}^{(j)} = m_j R_{Cjx}, \quad (84)$$

$$A_{66}^{(j)} = 0, \quad (85)$$



$$\begin{aligned}
 B_6^{(j)} = & m_j R_{Cjz}^2 \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j + \\
 & + m_j R_{Cjz} R_{Cjx} \left(\dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \sin \psi_j - \dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \right. \\
 & \left. \sin \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \cos \psi_j \right) + \\
 & + m_j R_{Cjz} R_{Cjy} \left(\dot{\theta}_j \dot{\psi}_j \cos \psi_j - \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \right. \\
 & \left. \cos \psi_j + \dot{\phi}_j \dot{\psi}_j \sin \theta_j \sin \psi_j \right) - \\
 & - m_j R_{Cjz}^2 \dot{\phi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j - m_j (\ddot{\psi}_j \cdot \bar{R}_{Cj}) (R_{Cjx} \omega_{jy} - R_{Cjy} \omega_{jx}) - \\
 & - \left\{ J'_{jx} \left(\dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \sin \phi_j + \dot{\psi}_j \dot{\phi}_j \right. \right. \\
 & \left. \left. \sin \theta_j \cos \phi_j - \dot{\theta}_j \dot{\phi}_j \sin \phi_j \right) \right\} + \\
 & + \left(J'_{jz} - J'_{jy} \right) \omega'_{jz} \omega'_{jy} n_1^{(j)} - \\
 & - \left\{ J'_{jy} \left(\dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \cos \theta_j \cos \phi_j - \dot{\psi}_j \dot{\phi}_j \right. \right. \\
 & \left. \left. \sin \theta_j \sin \phi_j - \dot{\theta}_j \dot{\phi}_j \cos \phi_j \right) \right\} + \\
 & + \left(J'_{jx} - J'_{jz} \right) \omega'_{jx} \omega'_{jz} n_2^{(j)} + \\
 & + \left\{ J'_{jz} \dot{\psi}_j \dot{\theta}_j \sin \theta_j - \left(J'_{jy} - J'_{jx} \right) \omega'_{jx} \omega'_{jy} \right\} n_3^{(j)} - \\
 & - m_j R_{Cjx} \ddot{y}_{ck.0} + m_j R_{Cjy} \ddot{x}_{ck.0} - m_j R_{Cjx} \ddot{r}_{\omega \phi, y} + \\
 & + m_j R_{Cjy} \ddot{r}_{\omega \phi, x} + m_j R_{Cjx} \frac{g \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \beta}} - \\
 & - m_j R_{Cjy} g \cdot \sin \beta - \rho h_j S_{\beta} \bar{R}_j f \frac{\omega_{jz}}{\omega_j}
 \end{aligned}$$

(86)

где $J'_{jx}, J'_{jy}, J'_{jz}$ – моменты инерции j -го зерна в собственной системе координат;

$\omega'_{jx}, \omega'_{jy}, \omega'_{jz}$ – проекции вектора угловой скорости вращения j -го зерна на оси собственной системы координат. Величины данных проекций рассчитываем с помощью выражений (36) – (38);

$l_1^{(j)}, l_2^{(j)}, l_3^{(j)}, m_1^{(j)}, m_2^{(j)}, m_3^{(j)}, n_1^{(j)}, n_2^{(j)}, n_3^{(j)}$ – направляющие косинусы, задающие поворот осей собственной системы координат j -го зерна относительно осей системы координат рабочей поверхности. Величины направляющих косинусов рассчитываем с помощью выражений (27) – (35).

Таким образом, в данной статье описана одна из составляющих математической модели безотрывного движения зерен во взаимодействии с присоединёнными зернами.

Данный материал может быть использован для описания движения массы зёрен по наклонной неперфорированной вибрирующей поверхности.

Список использованных источников

1. Гудым В.А. Обоснование параметров технологического процесса очистки и

сортирования семян лекарственных культур на виброфрикционных сепараторах: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук / В.А. Гудым. – Харьков, 1986. – 24 с.

2. Антонов Е.Е. Обоснование оптимальных параметров процесса сепарации семян цветочных культур с учетом их взаимодействия на вибрационных неперфорированных поверхностях: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук / Е.Е. Антонов. – Харьков, 1988. – 20 с.

3. Жмай Л.Г. Обоснование параметров технологического процесса очистки и сортирования семян овощных культур на вибрационной семеочистительной машине: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук / Л.Г. Жмай. – Харьков, 1990. – 24 с.

4. Шептур А.А. Обоснование параметров технологического процесса очистки и сортирования семян сельскохозяйственных культур в селекции и семеноводстве на очистителе семян вибрационном лабораторном: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук / А.А. Шептур. – Харьков, 1991. – 24 с.

5. Харук И.Д. Обоснование параметров технологического процесса очистки и сортирования семян крестоцветных масличных культур на вибрационной семеочистительной машине: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук / И.Д. Харук. – Харьков, 1993. – 20 с.

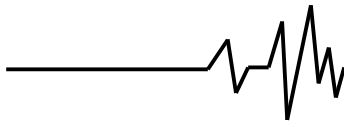
6. Красовицкий Ю.И. Обоснование технологических параметров вибросепарации семян сельскохозяйственных культур с учетом их формы и размеров на неперфорированных пространственно ориентированных фрикционных поверхностях: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук / Ю.И. Красовицкий. – Харьков, 1992. – 18 с.

7. Аль Афиф Рафат. Обоснование параметров технологического процесса очистки семян чечевицы на вибрационной семеочистительной машине: автореф. дис. на соиск. степени канд. техн. наук / Аль Афиф Рафат. – Харьков, 1993. – 21 с.

8. Манчинський Ю.О. Обґрунтування параметрів робочого органу вібраційної машини для розділення насінневих сумішей [Текст] / Ю.О. Манчинський. – Харків: Око, 1997. – 127 с.

9. Манчинський Ю.О. Обґрунтування параметрів розділення насінневих сумішей на вібруючій поверхні: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук / Ю.О. Манчинський. – К., 2000. – 35 с.

10. Тищенко, Л.Н. Гидродинамические характеристики псевдооживленных сыпучих сред при виброцентробежном сепарировании



на зерноперерабатывающих предприятиях / Л.Н. Тищенко // Сучасні напрямки технології та механізації процесів переробних та харчових виробництв: Вісник ХДТУСГ. – Харків: ХДТУСГ, 2001. – Вип.5. – С. 13–33.

11. Седов, Л.И. Механика сплошной среды. Том 1 / Л.И. Седов. – М.: «Наука», 1970, – 492 с.

12. Седов, Л.И. Механика сплошной среды. Том 2 / Л.И. Седов. – М.: «Наука», 1970, – 568 с.

13. Жермен, П. Механика сплошных сред / П.Жермен – М.: «Мир», перев. с франц., 1965, – 364 с.

Список источников в транслитерации

1. Gudym V.A. Obosnovanie parametrov tehnologicheskogo processa ochistki i sortirovaniya semjan lekarstvennykh kul'tur na vibrofrakcionnykh separatorakh: avtoref. dis. na soisk. stepeni kand. tehn. nauk / V.A. Gudym.– Har'kov, 1986. – 24 s.

2. Antonov E.E. Obosnovanie optimal'nykh parametrov processa separacii semjan cvetochnykh kul'tur s uchetom ih vzaimodejstviya na vibracionnykh neperforirovannykh poverhnostjakh: avtoref. dis. na soisk. stepeni kand. tehn. nauk / E.E. Antonov.– Har'kov, 1988. – 20 s.

3. Zhmaj L.G. Obosnovanie parametrov tehnologicheskogo processa ochistki i sortirovaniya semjan ovoshhnykh kul'tur na vibracionnoj semeochistitel'noj mashine: avtoref. dis. na soisk. stepeni kand. tehn. nauk / L.G. Zhmaj.– Har'kov, 1990. – 24 s.

4. Sheptur A.A. Obosnovanie parametrov tehnologicheskogo processa ochistki i sortirovaniya semjan sel'skohozjajstvennykh kul'tur v selekcii i semenovodstve na ochistitele semjan vibracionnom laboratornom: avtoref. dis. na soisk. stepeni kand. tehn. nauk / A.A. Sheptur.– Har'kov, 1991. – 24 s.

5. Haruk I.D. Obosnovanie parametrov tehnologicheskogo processa ochistki i sortirovaniya semjan krestocvetnykh maslichnykh kul'tur na vibracionnoj semeochistitel'noj mashine: avtoref. dis. na soisk. stepeni kand. tehn. nauk / I.D. Haruk.– Har'kov, 1993. – 20 s.

6. Krasovickij Ju.I. Obosnovanie tehnologicheskikh parametrov vibroseparacii semjan sel'skohozjajstvennykh kul'tur s uchetom ih formy i razmerov na neperforirovannykh prostranstvenno orientirovannykh frikcionnykh poverhnostjakh: avtoref. dis. na soisk. stepeni kand. tehn. nauk / Ju.I. Krasovickij. – Harkov, 1992. – 18 s.

7. Al' Afif Rafat. Obosnovanie parametrov tehnologicheskogo processa ochistki semjan chechevicy na vibracionnoj semeochistitel'noj

mashine: avtoref. dis. na soisk. stepeni kand. tehn. nauk / Al' Afif Rafat.– Har'kov, 1993. – 21 s.

8. Manchins'kij Ju.O. Obruntuvannja parametrov robochogo organu vibracijnoї mashini dlja rozdilennja nasinnevih sumishej [Tekst] / Ju.O. Manchins'kij. – Harkiv: Oko, 1997.– 127 s.

9. Manchins'kij Ju.O. Obruntuvannja parametrov rozdilennja nasinnevih sumishej na vibrujuchij poverhni: avtoref. dis. na zdobuttja nauk. stupenja d-ra tehn. nauk / Ju.O. Manchins'kij. – K., 2000. – 35 s.

10. Tishhenko, L.N. Gidrodinamicheskie harakteristiki psevdoozhizhennykh sypuchih sred pri vibrocentrobezhnom separirovanii na zernopererabatyvajushhijh predpriyatijah / L.N. Tishhenko // Suchasni naprjamki tehnologii ta mehanizacii procesiv pererobnih ta harchovih virobniactv: Visnik HDTUSG.– Harkiv: HDTUSG, 2001. – Vip.5. – S. 13–33.

11. Sedov, L.I. Mehanika sploshnoj sredy. Tom 1 / L.I. Sedov. – M.: «Наука», 1970, – 492 с.

12. Sedov, L.I. Mehanika sploshnoj sredy. Tom 2 / L.I. Sedov. – M.: «Наука», 1970, – 568 с.

13. Zhermen, P. Mehanika sploshnykh sred / P. Zhermen – M.: «Mir», перев. s franc., 1965, – 364 с.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ЗЕРНА, ЯКЕ НЕ ЗБІГАЄТЬСЯ З НУЛЬОВИМ ЗЕРНОМ І ЗНАХОДИТЬСЯ В НИЖНЬОМУ ШАРІ, В КОНТАКТІ З РОБОЧОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Анотація. У даній роботі приведена одна зі складових математичної моделі безвідривного руху зерен у взаємодії з приєднаними зернами, яка може бути використана для опису руху маси зерен по похилій віброуючій неперфорованій площині.

Ключові слова: вібраційна насіннеочисна машина, похилі неперфоровані фрикційні площини, математична модель безвідривного руху зерен у взаємодії з приєднаними зернами.

A MATHEMATICAL MODEL OF THE DYNAMICS OF GRAIN, DOES NOT COINCIDE WITH ZERO GRAIN, LOCATED IN THE LOWER LAYER, IN CONTACT WITH THE WORKING SURFACE

Annotation. In this paper, we present one of the components of a mathematical model of unseparated grain movement in conjunction with attached grains, which can be used to describe the motion of the mass of grains on an inclined plane vibrating imperforate.

Key words: vibration machine for cleaning the seeds, punch inclined plane friction, the mathematical model of unseparated grain movement in conjunction with the attached grains.