



Надутый В. П.

Елисеев В. И.

Луценко В. И.

*Институт
геотехнической
механики
им. Н.С. Полякова
НАН Украины*

Nadutyu V. P.

Yeliseev V. I.

Lutsenko V. I.

*M.S. Polyakov Institute of
Geotechnical Mechanics
under the NAS of Ukraine*

УДК 534.1

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРУБКИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВИБРАЦИЙ

С целью выяснения механизмов ранее обнаруженных в экспериментах парадоксальных эффектов сделаны приближенные оценки основных параметров, характеризующих колебания поверхности вертикальной трубки при воздействии на нее продольных и поперечных вибраций. Определены собственные частоты колебаний системы "трубка – связи". Показано, что частота возникновения эффекта вихревого движения частиц является резонансной для трубки, а ее колебания близки к колебаниям маятника. В этом случае, возможно, такое согласование колебаний, что ось трубки будет совершать вращательное движение. Амплитуда колебаний поверхности будет увеличиваться с увеличением расстояния от точки закрепления. Это приведет к появлению силы способствующей движению частицы к верхнему концу трубки по расширяющейся спирали.

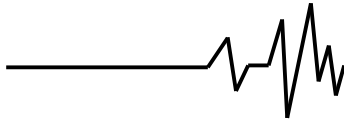
Частота возникновения другого эффекта – вертикального подъема частиц не является резонансной для трубки, и величины поперечных колебаний здесь существенно меньше. В данном случае механизм возникновения эффекта, очевидно, совершенно другой и намного сложнее. Возможно, он основан на совпадении периодов колебаний стенки трубки, частицы и пленки жидкости, окружающей частицу, либо на кратном их соответствии.

Ключевые слова: вибрация, колебания, частота, волна, резонанс, трубка, частица.

При проведении экспериментов по вибрационному обезвоживанию сыпучего слоя был обнаружен ряд физических эффектов [1], два из которых связаны непосредственно с динамическим поведением трубки, в частности ее поверхности. Один из этих эффектов (быстрое спиралеобразное движение частиц по внутренней поверхности трубки) представляет собой хорошо известное физическое явление, другой (движение частиц дисперсной среды вверх по вертикальной стенке) является новым, требующим физического объяснения. Однако и в том и другом случае динамика трубки играет важную роль и оказывает влияние на поведение частиц, непосредственно соприкасающихся с поверхностью. В [2] предложена простая математическая модель, основанная на резонансном воздействии колеблющейся стенки на материальную точку, связанную

упруго капиллярным натяжением со стенкой. В работе показано, что предложенный механизм принципиально может работать, однако никаких конкретных условий не было рассмотрено. Вследствие этого, для более четкого понимания физической стороны обнаруженного эффекта, представляет интерес определение динамических характеристик колебаний поверхности трубки при воздействии на нее вибрации.

Целью данной работы является – оценка основных параметров, характеризующих движение поверхности, и их влияния на динамику процесса. Эта задача относится к хорошо развитому разделу механики – колебанию и устойчивости оболочек и стержневых систем [3,4], вследствие чего воспользуемся наиболее известными и простыми уравнениями, принятыми в данной области. К сожалению, определить точные



значения необходимых параметров не представляется возможным, вследствие неизвестности характеристик материалов, используемых в экспериментах, и также невозможности постановки достаточно точных граничных условий.

Запишем уравнения колебаний в следующей форме:

$$\rho S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - ES \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} = G ,$$

$$\rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - ES \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_x \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 ,$$

(1)

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 ,$$

где t – время, с; x – координата вдоль оси трубки, м; u, w – перемещения, соответственно вдоль оси x и поперек в плоскости, проходящей по этой оси, м; ρ – плотность

материала (в данном случае стекла), кг/м³; $S = \pi(R_N^2 - R_W^2)$ – площадь поперечного сечения, м²; E – модуль упругости, Н/м²; $J = \frac{1}{4} \pi(R_N^4 - R_W^4)$ – момент инерции, м⁴; G –

сила на единицу длины трубки, Н/м; R_N, R_W – соответственно, внешний и внутренний радиусы трубки, м. Эта система описывает продольные (вдоль оси x) и изгибные колебания полого стержня (относительно оси y , перпендикулярной плоскости изгиба). Учитывая, что трубка находится в вертикальном положении на вибрационном столе, перейдем к системе координат, связанной с трубкой, т.е. положим, что $z = x - h(t)$, $u = h(t) + v$, $\varepsilon_z = \varepsilon_x$ тогда уравнения (1) переписутся в виде:

$$\rho S \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial z} \frac{dh}{dt} - \frac{\partial v}{\partial z} \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 \right) - ES \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial z} = 0 ,$$

$$\rho S \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial z} \frac{dh}{dt} - \frac{\partial w}{\partial z} \frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \left(\frac{dh}{dt} \right)^2 \right) + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} - ES \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 ,$$

(2)

$$\varepsilon_z = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 .$$

Рассмотрим эти уравнения в линейном приближении, тогда

$$\rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - ES \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 ,$$

(3)

$$\rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} = 0 .$$

(4)

Это хорошо известные уравнения. Из первого следует, что решение представимо в виде бегущих волн [5]

$$v = a_v \sin [2\pi f (t - \lambda_v z)] + b_v \sin [2\pi f (t + \lambda_v z)] ,$$

(5)

при этом $\lambda_v = (\rho / E)^{1/2}$, соответственно $c_v = 1 / \lambda_v = (E / \rho)^{1/2}$ – фазовая скорость волны (скорость звука).

Рассмотрим второе уравнение. Как показали уточненные эксперименты [2], несмотря на тщательное установление трубки в вертикальном положении, все-таки возникают поперечные колебания, причем, амплитуда их соизмерима с амплитудой основного осевого колебания, т.е. с h . Решение поперечных колебаний также можно сконструировать в виде бегущих и прогрессивных волн, однако рассмотрим более простую форму, т.е.

$$w = \sin(2\pi f t) \cdot W ,$$

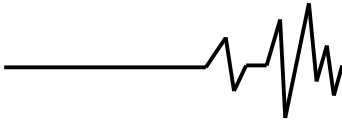
$$W = [a_w \sin(2\pi f \lambda_w z) + b_w \cos(2\pi f \lambda_w z) + c_w \exp(2\pi f \lambda_w z) + d_w \exp(-2\pi f \lambda_w z)] ,$$

(6)

где

$$\lambda_w = \left(\frac{1}{2\pi f} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho S}{EJ} \right)^{1/4} .$$

(7)



В [3] приведены возможные граничные условия для разных ситуаций заделки концов стержней. Учитывая, что нам практически не известны перерезывающая сила и изгибающий момент при $z = 0$, примем следующие условия, приведенные в этой книге:

при $z = 0$

$$EJ \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = c_M \frac{\partial w}{\partial z}, \quad EJ \frac{\partial^3 w}{\partial z^3} = c_Q w; \quad (8)$$

при $z = l$ (условия на консоли)

$$EJ \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0, \quad EJ \frac{\partial^3 w}{\partial z^3} = 0. \quad (9)$$

где c_M, c_Q – некоторые коэффициенты, характеризующие упругие свойства связей.

В этом случае, учитывая, что уравнение линейное и однородное, граничные условия также однородные, можно выразить коэффициенты друг через друга, например

$$\begin{aligned} a_w &= \frac{1}{2} \frac{Ch_b [Ch_{++} - Ch_{--} - \text{Sin}(2\pi f \lambda_w l) [\exp(2\pi f \lambda_w l) - \exp(-2\pi f \lambda_w l)]]}{Zn [Ch_{++} Ch_{--} - \text{Sin}^2(2\pi f \lambda_w l)]} b_w, \\ c_w &= \frac{1}{2} \frac{Ch_b \left\{ 1 - \frac{Ch_+ [Ch_{--} - \text{Sin}(2\pi f \lambda_w l) \exp(-2\pi f \lambda_w l)]}{Zn [Ch_{++} Ch_{--} - \text{Sin}^2(2\pi f \lambda_w l)]} \right\}}{Zn} b_w, \\ d_w &= -\frac{1}{2} \frac{Ch_b \left\{ 1 - \frac{Ch_- [Ch_{++} - \text{Sin}(2\pi f \lambda_w l) \exp(2\pi f \lambda_w l)]}{Zn [Ch_{++} Ch_{--} - \text{Sin}^2(2\pi f \lambda_w l)]} \right\}}{Zn} b_w. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь введены следующие обозначения:

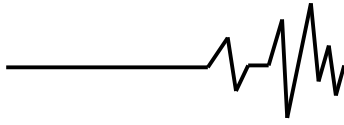
$$\begin{aligned} Ch_{++} &= \left[\frac{Ch_+}{Zn} - \exp(-2\pi f \lambda_w l) \text{Cos}(2\pi f \lambda_w l) \right], \quad Ch_{--} = \left[\frac{Ch_-}{Zn} - \exp(2\pi f \lambda_w l) \text{Cos}(2\pi f \lambda_w l) \right], \\ Ch_+ &= \left\{ \left[EJ(2\pi f \lambda_w)^2 \right]^2 + c_M c_Q \right\} + 2c_Q EJ(2\pi f \lambda_w)^3, \\ Ch_- &= \left\{ \left[EJ(2\pi f \lambda_w)^2 \right]^2 + c_M c_Q \right\} - 2c_Q EJ(2\pi f \lambda_w)^3, \\ Ch_b &= 2EJ(2\pi f \lambda_w) [c_M - (2\pi f \lambda_w)^2 c_Q], \quad Zn = \left[EJ(2\pi f \lambda_w)^2 \right]^2 - c_M c_Q, \end{aligned}$$

при этом должно выполняться условие:

$$\begin{aligned} 2[Ch_{++} Ch_{--} - \text{Sin}^2(2\pi f \lambda_w l)] &= \\ &= -\frac{Ch_b}{Zn} [Ch_{++} + Ch_{--} - \text{Sin}(2\pi f \lambda_w l) [\exp(2\pi f \lambda_w l) + \exp(-2\pi f \lambda_w l)]] \end{aligned} \quad (11)$$

Интересным моментом в этих выражениях является то, что величина Zn при некоторой частоте f_* может обратиться в нуль – это условие резонанса. Для того, чтобы коэффициенты остались конечными величинами, необходимо при этом условие $Ch_b = 0$. В наших экспериментах [1, 2] наблюдалось следующее. При частоте $f = 45$ Гц (частота, при которой возникал первый эффект, т.е. эффект быстрого спиралеобразного движения частиц по окружности трубки) очертания границ трубки расплывались, что говорило о довольно

значительных поперечных колебаниях. Интервал частот, в котором наблюдался этот эффект, очень узкий; при выходе из него очертания границ становились обычными, т.е. поперечные колебания либо исчезали совсем, либо становились незначительными. Таким образом, можно принять, что указанная величина является резонансной частотой f_* . Второй эффект проявляется в более широком диапазоне частот и не сопровождается интенсивными поперечными колебаниями, однако они, как уже было сказано выше, были обнаружены и оказались соизмеримыми с продольными амплитудами вибрационного



стола. Полагая, что при $f = f_*$ $Z_n = 0$ и $Ch_b = 0$, получим два уравнения для определения коэффициентов, которые имеют аналитическое решение

$$c_M = EJ(2\pi f_* \lambda_w)^3, \quad c_Q = EJ(2\pi f_* \lambda_w). \quad (12)$$

С этими значениями коэффициентов c_M и c_Q были проделаны вычисления резонансных частот, т.е. тех величин, для которых выполняется условие (11). Вычисления показали, что такие величины есть, однако они далеки от полученной в экспериментах частоты $f = 240$ Гц, которую также можно было бы предположить резонансной. Если решать второе уравнение (2) асимптотическими методами, то может возникнуть вопрос о неустойчивости рассматриваемого движения. Это обусловлено тем, что в правой части может оказаться член, имеющий ту же частоту, которая является собственной частотой системы. Таким

слагаемым является $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \left(\frac{dh}{dt} \right)^2$, который дает

величину $\text{Sin}(2\pi ft)$, и тогда уравнение, содержащее в правой части вынуждающую силу с частотой, совпадающей с резонансной, может быть записано в виде

$$W = [a_w \text{Sin}(2\pi f \lambda_p z) + b_w \text{Cos}(2\pi f \lambda_p z) + c_w \exp(2\pi f \lambda_M z) + d_w \exp(-2\pi f \lambda_M z)], \quad (15)$$

где λ_M и λ_p определяются из следующих характеристических уравнений:

$$\lambda_M = \lambda_w \left\{ \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{4\lambda_w^4 E^2} \left[\left(1 + \frac{E}{\kappa G}\right)^2 - 4 \frac{E}{\kappa G} \right]} - \frac{\rho}{2\lambda_w^2 E} \left(1 + \frac{E}{\kappa G}\right) \right\}^{1/2}, \quad (16)$$

$$\lambda_M = \lambda_w \left\{ \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{4\lambda_w^4 E^2} \left[\left(1 + \frac{E}{\kappa G}\right)^2 - 4 \frac{E}{\kappa G} \right]} + \frac{\rho}{2\lambda_w^2 E} \left(1 + \frac{E}{\kappa G}\right) \right\}^{1/2}. \quad (17)$$

Форма записи решения (15) справедлива, когда λ_M и λ_p вещественные числа. При больших частотах форма решения должна быть другой. Из выражений (16), (17) видно, что если слагаемые значительно меньше единицы, то имеем $\lambda_M = \lambda_p = \lambda_w$.

Рассмотрим теперь несколько другой вариант постановки задачи. В экспериментах [1, 2] трубка прикреплялась к металлической стойке в четырех местах разнесенных друг от друга примерно на десять сантиметров. Будем

$$\rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} = \frac{1}{4} (2\pi f)^4 \text{Sin}(2\pi ft) \cdot [a_w \text{Sin}(2\pi f \lambda_w x) + b_w \text{Cos}(2\pi f \lambda_w x) - c_w \exp(2\pi f \lambda_w x) - d_w \exp(-2\pi f \lambda_w x)]. \quad (13)$$

Не обсуждая вопросов устойчивости поперечных колебаний трубки, отметим, что уравнение (13) говорит о том, что со временем амплитуда колебаний может возрастать, в результате чего уравнение (2) может оказаться несправедливым. Более общим уравнением поперечных колебаний стержней является уравнение вида [3]

$$\rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\rho^2 J}{\kappa G} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} - \rho J \left(1 + \frac{E}{\kappa G}\right) \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial z^2} + EJ \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} = 0 \quad (14)$$

Здесь κ – коэффициент порядка единицы, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль упругости

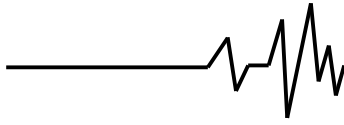
второго рода, ν – коэффициент Пуассона.

Уравнение (14) линейное, граничные условия такие же, что и ранее, поэтому решение может быть представлено, как и в (6), но с другими коэффициентами λ :

считать, что два из них являются наиболее напряженными, поэтому в этих точках используем второе условие (7), но с учетом перемещения металлической стойки, к которой крепилась трубка.

Тогда при $z = z_1$ (z_1 положим равным нулю) и $z = z_2$ запишем соответственно

$$EJ \frac{\partial^3 w}{\partial z^3} = c_1(w - u), \quad EJ \frac{\partial^3 w}{\partial z^3} = c_2(w - u), \quad (18)$$



где u смещение стойки относительно своей неподвижной оси.

При $u \neq 0$ имеем вынужденные колебания трубки, связанные с поперечным смещением, вызванным вибрацией стола.

Примем, что u постоянно по высоте, но синусоидально меняется во времени. Решая линейную задачу, получим следующие формулы для коэффициентов

$$a_w = 2 \frac{Chcu \cdot B_2 - Ccdu \cdot B_1}{ZnB} u, \quad b_w = 2 \frac{Chcu \cdot A_2 - Chdu \cdot A_1}{ZnB} u, \quad c_w = \frac{Chca}{Zn} a_w - \frac{Chcb}{Zn} b_w + \frac{Chcu}{Zn} u,$$

$$d_w = \frac{Chda}{Zn} a_w - \frac{Chdb}{Zn} b_w + \frac{Chdu}{Zn} u, \quad ZnB = A_1 B_2 - A_2 B_1,$$

$$A_1 = \{2Chca - Zn \cdot \exp(-2\pi\lambda_w l) [\cos(2\pi\lambda_w l) + \sin(2\pi\lambda_w l)]\},$$

$$B_1 = \{2Chcb + Zn \cdot \exp(-2\pi\lambda_w l) [\cos(2\pi\lambda_w l) - \sin(2\pi\lambda_w l)]\},$$

$$A_2 = \{2Chda + Zn \cdot \exp(2\pi\lambda_w l) [\cos(2\pi\lambda_w l) - \sin(2\pi\lambda_w l)]\},$$

$$B_2 = \{2Chdb + Zn \cdot \exp(2\pi\lambda_w l) [\cos(2\pi\lambda_w l) + \sin(2\pi\lambda_w l)]\},$$

$$Zn = \left\{ \left[(EJ(2\pi\lambda_w)^3)^2 - c_1 c_2 [\exp(2\pi\lambda_w z_2) - \exp(-2\pi\lambda_w z_2)] \right] + \left[EJ(2\pi\lambda_w)^3 (c_1 - c_2) [\exp(2\pi\lambda_w z_2) + \exp(-2\pi\lambda_w z_2)] \right] \right\}, \quad (19)$$

$$Chca = \left[\begin{aligned} & (EJ(2\pi\lambda_w)^3 + c_1) (EJ(2\pi\lambda_w)^3 \cos(2\pi\lambda_w z_2) + c_2 \sin(2\pi\lambda_w z_2)) - \\ & - EJ(2\pi\lambda_w)^3 (EJ(2\pi\lambda_w)^3 + c_2) \exp(-2\pi\lambda_w z_2) \end{aligned} \right],$$

$$Chcb = \left[\begin{aligned} & (EJ(2\pi\lambda_w)^3 + c_1) (EJ(2\pi\lambda_w)^3 \sin(2\pi\lambda_w z_2) - c_2 \cos(2\pi\lambda_w z_2)) + \\ & + (EJ(2\pi\lambda_w)^3 + c_2) \exp(-2\pi\lambda_w z_2) c_1 \end{aligned} \right],$$

$$Chcu = \left[(EJ(2\pi\lambda_w)^3 + c_2) \exp(-2\pi\lambda_w z_2) c_1 - (EJ(2\pi\lambda_w)^3 + c_1) c_2 \right],$$

$$Chda = \left[\begin{aligned} & (EJ(2\pi\lambda_w)^3 - c_1) (EJ(2\pi\lambda_w)^3 \cos(2\pi\lambda_w z_2) + c_2 \sin(2\pi\lambda_w z_2)) - \\ & - EJ(2\pi\lambda_w)^3 (EJ(2\pi\lambda_w)^3 - c_2) \exp(2\pi\lambda_w z_2) \end{aligned} \right],$$

$$Chdb = \left[\begin{aligned} & (EJ(2\pi\lambda_w)^3 - c_1) (EJ(2\pi\lambda_w)^3 \sin(2\pi\lambda_w z_2) - c_2 \cos(2\pi\lambda_w z_2)) + \\ & + (EJ(2\pi\lambda_w)^3 - c_2) \exp(2\pi\lambda_w z_2) c_1 \end{aligned} \right],$$

$$Chdu = \left[(EJ(2\pi\lambda_w)^3 - c_2) \exp(2\pi\lambda_w z_2) c_1 - (EJ(2\pi\lambda_w)^3 - c_1) c_2 \right].$$

Если положить $u = 0$, то найдем собственные числа, для которых решение будет нетривиальным. Кроме этого будем также считать, как и выше, что частота $f_* = 45$ Гц, является резонансной и ей соответствует условие $Zn = 0$ для этой частоты, тогда, помимо этого должно выполняться и условие $ZnB = 0$. Положив при $f = f_*$ Zn равным нулю, найдем уравнение, связывающее значения c_1 и c_2 друг с другом. Задавая, например, величину c_2 можно определить значение c_1 , а затем, считая их постоянными,

из уравнения $ZnB = A_1 B_2 - A_2 B_1 = 0$ найти собственные частоты колебания системы.

Эти значения собственных частот (вторые) получены в предположении, что наиболее нагруженными связями являются две нижние, расположенные на расстоянии друг от друга z_2 , коэффициент $C_1 = c_1 / [EJ(2\pi f_*)^3]$. Из рис. 1 следует, что наиболее близкой к частоте 240 Гц является кривая 1, которая почти выходит на прямую линию 280 Гц. Все остальные кривые лежат значительно выше. Для случая $z_2 = 0,3$ собственные значения выходят за пределы 1000 Гц.

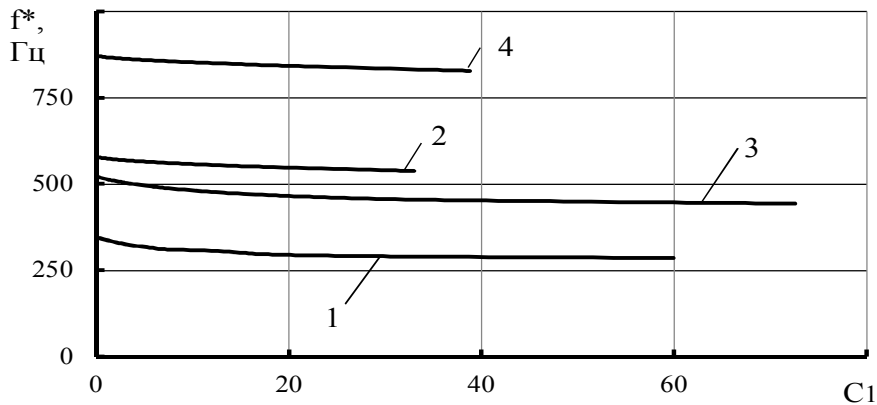
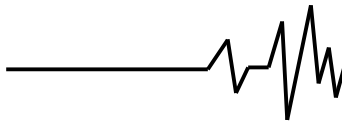


Рис. 1. Зависимость собственных частот системы “трубка-связи” от коэффициента C_1 для $l=0,4$ м

1 – $E=40000$ МПа, $z_2=0,1$ м; 2 – $E=40000$ МПа, $z_2=0,2$ м;
3 – $E=90000$ МПа, $z_2=0,1$ м; 4 – $E=90000$ МПа, $z_2=0,2$ м

Таким образом, расчеты собственных частот показывают, что величина 240 Гц не является резонансной частотой системы “трубка-связи”. Теперь, принимая, что $u \neq 0$ (стойка совершает колебания, которые передаются трубке), определим величины поперечных смещений трубки на частоте 45 и 240 Гц.

На рис. 2 приведены кривые $h = (W - W_0) / W_0$ от безразмерной величины $s = x/l$ для частоты, близкой к резонансной частоте f^* . Аналогичные кривые для частоты 240 Гц показаны на рис. 3.

На рис. 4, 5 приведены значения $h_T = W_T / W_0$,
($W_T = a \sin(2\pi f \lambda_p z) + b \cos(2\pi f \lambda_p z)$) и

$$h_p = W_p / W_0$$

($W_p = c \exp(2\pi f \lambda_M z) + d_w \exp(-2\pi f \lambda_M z)$) при тех же значениях C_1 .

При соответствующем сдвиге фаз во времени решение для W_T можно представить в виде бегущей волны вида $\sin[2\pi f(t \pm \lambda_w x)]$. Учитывая соотношение (7) можно оценить длину такой волны (L) и фазовую скорость распространения (U) при частоте 240 Гц: для $E=40000$ МПа $L=0,828$ м, $U=198,75$ м/с; для $E=90000$ МПа $L=1,014$ м, $U=243,42$ м/с. Из этих значений видно, что длины волн (это видно также из рис. 3, 4) намного превышают длину трубки

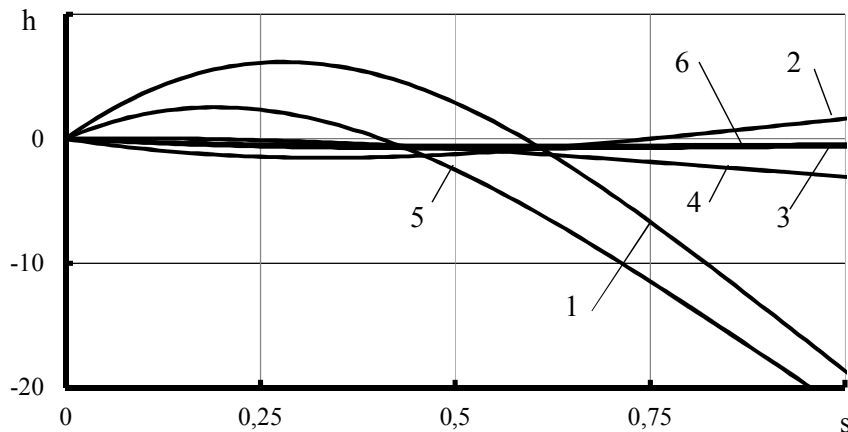


Рис. 2. Кривые h вдоль оси трубки для частоты 45 Гц
1 – $C_1=0,0696$, 2 – 1, 3 – 25,15 для $E=40000$ МПа;
4 – $C_1=0,079$, 5 – 1, 6 – 28,51 для $E=90000$ МПа

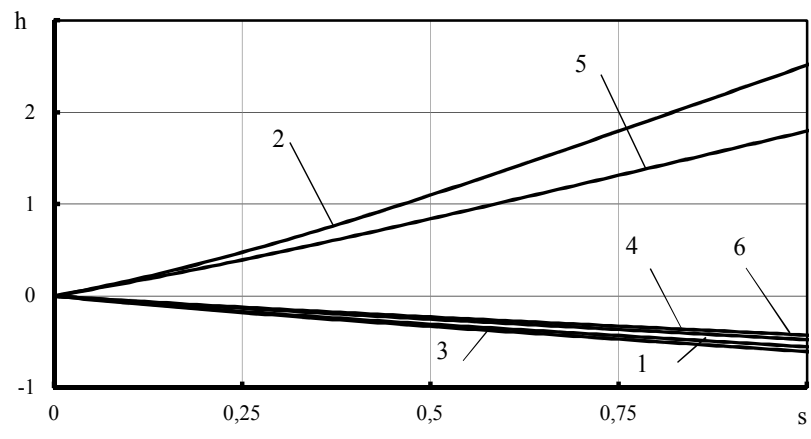
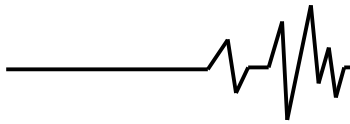


Рис. 3. Кривые h вдоль оси трубки для частоты 240 Гц
1 – $C_1=0,0696$, 2 – 1, 3 – 25,15 для $E = 40000$ МПа;
4 – $C_1=0,079$, 5 – 1, 6 – 28,51 для $E = 90000$ МПа

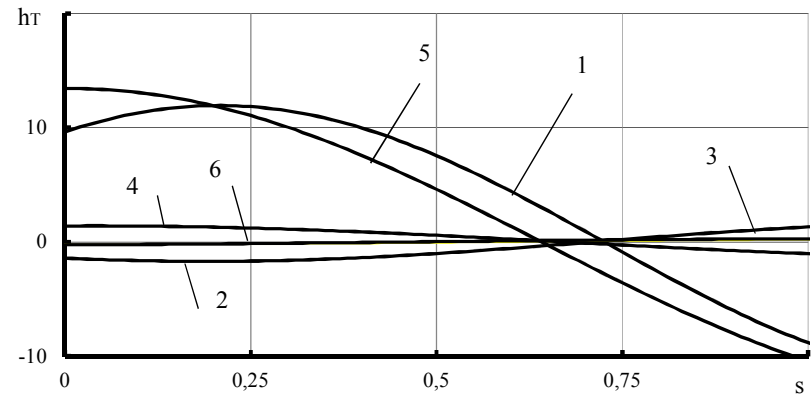


Рис. 4. Кривые h_T вдоль оси трубки для частоты 240 Гц
1 – $C_1=0,0696$, 2 – 1, 3 – 25,15 для $E = 40000$ МПа;
4 – $C_1=0,079$, 5 – 1, 6 – 28,51 для $E = 90000$ МПа

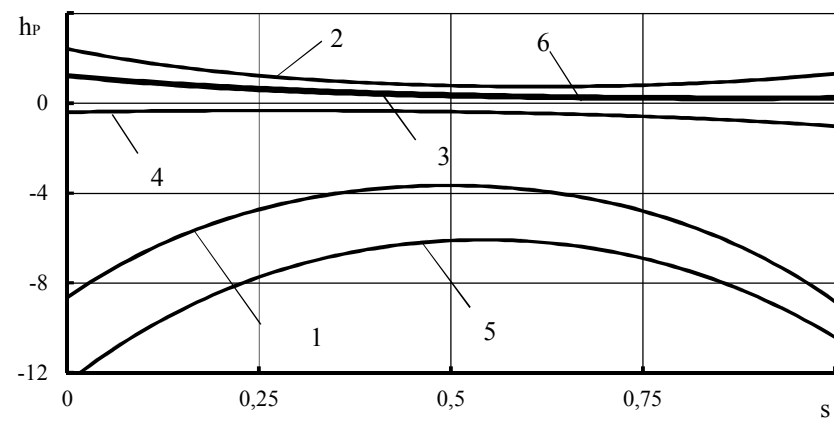
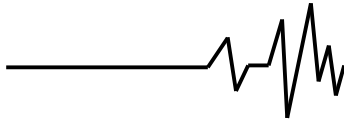


Рис. 5. Кривые h_p вдоль оси трубки для частоты 240 Гц
1 – $C_1=0,0696$, 2 – 1, 3 – 25,15 для $E = 40000$ МПа;
4 – $C_1=0,079$, 5 – 1, 6 – 28,51 для $E = 90000$ МПа



Таким образом, проведенные оценки показывают, что для частоты 45 Гц стенки трубки практически прямые, а ось трубки, возможно, образует некоторый конус, т.к., согласно рис. 2, амплитуда колебаний растет по мере увеличения расстояния от точек закрепления, т.е. по мере приближения к верхнему концу консоли. В результате этого частица, движущаяся по окружности трубки, для которой время пробега длины этой окружности совпадает примерно с периодом колебания трубки, по мере подъема увеличивает скорость. Вследствие появления угла конусности на частицу действует сила, которая и поднимает ее по поверхности трубки, вследствие чего частица, как по расширяющейся спирали движется к верхнему концу. Для 240 Гц (для трубки это нерезонансная частота) амплитуды поперечных колебаний меньше. Здесь нет той динамики частиц, т.к. время для пробега по окружности слишком маленькое. Однако, частицы, поддерживаемые поверхностным натяжением воды на внутренней поверхности трубки, испытывают поперечные толчки от стенки, в результате чего они могут от нее отскакивать. Здесь время отскока частицы, видимо, в соответствии с резонансной моделью [2], должно совпадать с периодом колебаний стенки. Согласно рис. 3, амплитуда поперечных колебаний поверхности также растет с приближением к верхнему концу трубки, вследствие чего этот фактор также может оказывать влияние на ползущее движение частиц вверх.

Список использованных источников

1. Елисеев, В. И. Вибрационные эффекты во влажном сыпучем слое / В. И. Елисеев, В. И. Луценко, С. Г. Кравчина, А. В. Кривокорытов // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2012. – Вып. 107. – С. 250–256.
2. Надутый, В. П. Эффект подъема влажных частиц в вертикальной вибрирующей трубе / В. П. Надутый, В. И. Елисеев, В. И. Луценко // Вібрації в техніці та технологіях. – 2013. – № 1(69). – С. 31–36.
3. Прочность. Устойчивость. Колебания: справочник в 3 т. / Под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. – Т. 3. – М.: Машиностроение, 1968. – 567 с.
4. Вибрации в технике: справочник в 6 томах. Линейные колебания систем / Под ред.

В.В. Болотина. – Т. 1. – М.: Машиностроение. 1978. – 352 с.

5. Положий, Г.Н. Уравнения математической физики / Г.Н. Положий. – М.: Высшая школа, 1964. – 560 с.

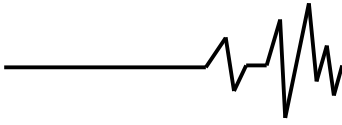
Список источников в транслитерации

1. Yeliseev, V. I. Vibratsionnye efekty vo vlazhnom sypuchem sloye / V. I. Yeliseev, V. I. Lutsenko, S. G. Kravchina, A. V. Krivokorytov // Geotekhnicheskaya mekhanika: Mezhd. sb. nach. tr. / IGTM NAS of Ukraine. – Dnepropetrovsk, 2012. – No. 107. – Pp. 250–256.
2. Nadutyi, V. P. Effekt podem vlazhnykh chastits v vertikalno vibriruyushchey tube / V. P. Nadutyi, V. I. Yeliseev, V. I. Lutsenko // Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnologiiakh. – 2013. – No.1(69). – Pp. 31–36.
3. Prochnost. Ustoychivost. Kolebaniya: spravochnik v 3 t. / Pod red. I.A. Birgera, Ya.G. Panovko. – T.3. – M.: Mashinostroenie, 1968. – 567 p.
4. Vibratsii v tekhnike: spravochnik v 6 t. Lineynye kolebaniya system / Pod. Red. V.V. Bolotina. – T.1. – M.: Mashinostroenie, 1978. – 352 p.
5. Polozhiy, G.N. Uravneniya matematicheskoy fiziki / G.N. Polozhiy. – M.: Vysshaya shkola, 1964. – 560 p.

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ КОЛИВАНЬ ВЕРТИКАЛЬНОЇ ТРУБКИ ПРИ ДІЇ ВІБРАЦІЙ

Анотація. З метою з'ясування механізмів раніше виявлених у експериментах парадоксальних ефектів зроблені набліжені оцінки основних параметрів, що характеризують коливання поверхні вертикальної трубки при впливі на неї поздовжніх і поперечних вібрацій. Визначено власні частоти коливань системи "трубка - зв'язки". Показано, що частота виникнення ефекту вихрового руху часток є резонансною для трубки, а її коливання близькі до коливань маятника. У цьому випадку, можливо, таке узгодження коливань, що вісь трубки буде здійснювати обертальний рух. Амплітуда коливань поверхні збільшуватиметься із збільшенням відстані від точки закріплення. Це призведе до появи сили, яка сприяє руху частки до верхнього кінця трубки по спіралі, що розширюється.

Частота виникнення іншого ефекту - вертикального підйому часток не є



резонансною для трубки, і величини поперечних коливань тут істотно менші. У даному випадку механізм виникнення ефекту очевидно зовсім інший і набагато складніше. Можливо, він заснований на збігу періодів коливань стінки трубки, частки і плівки рідини, що оточує частку, або на кратній їх відповідності.

Ключові слова: вібрація, коливання, частота, хвиля, резонанс, трубка, частка.

EVALUATION OF VERTICAL PIPE OSCILLATION PARAMETERS UNDER VIBRATION

Annotation. To study experimentally discovered unusual effects, estimates of major parameters defining oscillations of vertical pipe surface under the action of longitudinal and transverse vibrations were made. Natural

frequencies were identified. It was shown that the frequency of vortex motion of particles is resonant for the pipe and its oscillations close to pendulum oscillations. In this case it is possible such harmonization of vibrations that the pipe axis will perform rotational motion. Amplitude of surface oscillations will increase with longer distance from the point of attachment. This will result in appearance of a force moving particle to the upper pipe end by expanding spiral.

Frequencies of another effect – vertical particles lifting are not resonant for the pipe, and transverse oscillations are much smaller. In this case the mechanism of this effect is different and more complex. Probably it is based on coincidence of periods of oscillation of the tube wall, particle and liquid film surrounding particle or on these periods being multiple integers.

Key words: vibration, oscillations, frequency, wave, resonance, pipe, particle.