



Струтинський С. В.

Національний технічний  
університет України  
"Київський  
політехнічний  
інститут"

Strutinskiy S. V.

National Technical  
University of Ukraine  
"Kyiv Polytechnic  
Institute"

УДК 621.9.04

## ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВІБРАЦІЙНОГО ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ НА ОСНОВІ ПРОСТОРОВОЇ ПРУЖНО - ДЕФОРМОВАНОЇ СИСТЕМИ ПРИВОДІВ

*Розроблено вібраційне технологічне обладнання на основі просторової системи пружно-деформованої системи приводів. Воно включає робочий орган розміщений на просторовій системі сільфонних приводів розташованих по ребрам октаедра і жорстко з'єднаних у вузлах механізму.*

*Викладено результати досліджень динамічних процесів, що протікають в просторовій системі приводів. Дослідження спрямовані на визначення динамічних характеристик системи. Для цього запропонована спрощена динамічна модель просторової пружно-деформованої системи у вигляді еквівалентного двох масового механізму. Складені рівняння динамічної рівноваги для окремих мас і одержана операторна математична модель динамічної системи. Модель подана у вигляді набору передавальних функцій. На їх основі визначені частотні і часові характеристики вібраційного обладнання. Адекватність теоретичних розрахунків характеристик підтверджена проведеними вимірами, які здійснювались по спеціально розробленій методиці. Визначено основні параметри частотних і часових характеристик, зокрема резонансні частоти, коливальність, перерегулювання. Встановлено особливості характеристик та їх зв'язок із параметрами динамічної системи вібраційного обладнання.*

**Ключові слова:** *обладнання, вібрації, сільфони, октаедр, математична модель, частотні характеристики, перехідні процеси, експеримент, відповідність.*

**Вступ.** Розроблене технологічне обладнання на основі просторової пружно-деформованої системи приводів має високу ефективність. З метою підвищення якісних показників технологічного обладнання необхідно вдосконалити його динамічні характеристики. Тому дослідження динамічних характеристик даного технологічного обладнання є актуальним.

Проблема в загальному вигляді полягає у визначенні динамічних характеристик просторової пружно-деформованої системи приводів.

Проблема пов'язана із важливими науковими і практичними завданнями розвитку високоефективного технологічного обладнання,

зокрема, обладнання для маніпулювання об'єктами машинобудування.

В останніх дослідженнях і публікаціях [1, 2] наведені результати досліджень технологічного обладнання на основі мехатронних систем приводів із паралельними кінематичними зв'язками. Визначені характеристики жорсткості та точності обладнання [3]. Окремі публікації присвячено вивченню динаміки обладнання [4]. Найявні різні підходи до визначення динамічних характеристик обладнання. Як правило, динамічна система подається у вигляді твердого тіла із пружно-дисипативними зв'язками [5, 6]. Визначення динамічних характеристик вібраційного технологічного



обладнання на основі пружно-деформованої системи приводів у літературних джерелах не виявлено.

До невирішених раніше частин загальної проблеми відносяться визначення динамічних характеристик просторових пружно-деформованих систем приводів, які є основою вібраційного технологічного обладнання.

Метою досліджень, викладених в даній статті, є визначення динамічних характеристик просторових пружно-деформованих систем приводів

Задачами досліджень є математичне моделювання динамічних коливальних процесів у просторових пружно-деформованих системах приводів, теоретичне та експериментальне визначення динамічних характеристик вібраційного технологічного обладнання на основі пружно-деформованої системи приводів.

**Виклад основного матеріалу досліджень.**

**Вібраційне технологічне обладнання на основі пружно-деформованої системи приводів та операторна математична модель динамічних процесів.** Вібраційне технологічне обладнання на основі просторової пружно-деформованої системи приводів має високу продуктивність та широкі функціональні можливості. Обладнання призначено для огляду, діагностики, ремонту внутрішніх поверхонь трубопроводів, газопроводів інших замкнених об'ємів. Можлива робота приводів при наявності тиску в об'ємах, середовищ різного виду і консистенції. Обладнання забезпечує маніпулювання об'єктами в каналах складної форми (турбіни, колектори, порожнини).

Обладнання призначено для переміщення об'єктів по заданим законам. Розроблені системи приводів здійснюють маніпулювання об'єктами машинобудування, зокрема деталями або інструментом [7]. Доцільне їх використання при механізації важких або небезпечних робіт, зокрема робіт в складних екологічних умовах. Раціональним є застосування даних систем у пристроях нанесення фарби, клею, захисних покриттів. Можливе їх застосування в системах пакування, сортування об'єктів, здійснення різноманітних логістичних операцій.

Розроблено, досліджено і апробовано принципово нове технологічне обладнання [8]. Його основою є маніпулятори у вигляді безшарнірних просторових триангулярних пружних структур. Обладнання включає приводи у вигляді пружних сифонів розташованих по ребрам октаєдрів (рис. 1).



**Рис. 1. Вібраційне технологічне обладнання на основі просторової пружно-деформованої системи приводів із встановленим на ній пневмошпинделем**

Вібраційна обробка забезпечується обертовим пневмошпинделем, який здійснює технологічні операції. Пружно-деформована система приводів забезпечує постійне вібраційне переміщення шпинделя.

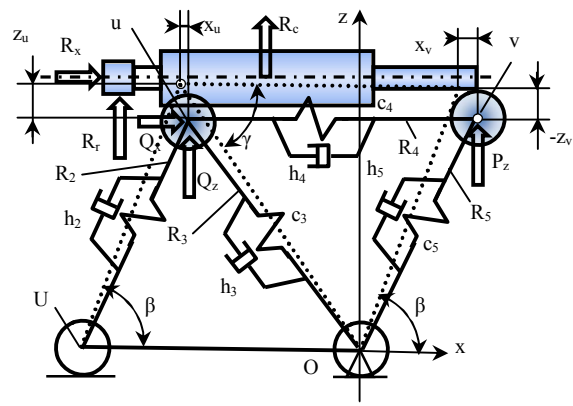
Пневмошпиндель дає можливість здійснювати ряд технологічних операцій, зокрема операції очищення, полірувальні операції та інші. Пневмошпиндель має високі робочі частоти обертання. Вібраційне переміщення пневмошпинделя забезпечується просторовими коливаннями елементів пружно-деформованої системи приводів. Коливання елементів є наслідком динамічних процесів, що протікають в системі під дією динамічних навантажень. Динамічні процеси визначаються динамічними характеристиками пружно-деформованої системи приводів.

Для визначення динамічних характеристик системи прийнята спрощена розрахункова схема у вигляді двохмасової плоскої динамічної системи. Плоска система є проекцією просторового механізму октаєдричного виду на координатну площину (рис. 2).

На систему приводів діють навантаження пов'язані з процесом обробки та динамічні навантаження обумовлені обертанням шпинделя. Осьова та радіальна сили  $R_x$ ,  $R_r$  обумовлена взаємодією інструмента з оброблюваною поверхнею. Радіальна сила  $R_r$  обумовлює вертикальні навантаження на вершини механізму. Динамічна дія відцентрових сил  $R_c$  також вносить свій вклад у формування вертикальних навантажень. Дані навантаження діють в осьовому і радіальному напрямках і мають різні точки прикладання.



Прийнято, що динамічні дії зосереджені у вершинах механізму  $u$  і  $v$ . Інерційні властивості механізму визначаються двома еквівалентними масами. Маса зосереджена у вершині  $u$  і  $v$  механізму і зв'язані пружно-дисипативними зв'язками із нерухомою основою у вигляді вершин механізму  $U$  і  $O$ . На масу розташовану у вершині  $u$  діють динамічні навантаження з проекціями  $Q_x$  та  $Q_z$ .



**Рис. 2. Схема дії динамічних навантажень на вібраційне технологічне обладнання на основі просторової пружно-деформованої системи приводів**

Динаміка вібраційного обладнання описується системою рівнянь складених окремо для кожної маси.

Система рівнянь, яка описує коливання маси  $m$  розміщеної у вершині  $u$  згідно [9] має вигляд:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_u = \sum_{i=2}^3 R_i \cos \alpha_i - R_4 + Q_x, \\ m\ddot{z}_u = \sum_{i=2}^3 R_i \sin \alpha_i + Q_z, \end{cases} \quad (1)$$

де  $m$  – маса зосереджена у вершині  $u$ ;  $x_u$  – переміщення вершини  $u$  в напрямку  $x$ ;  $R_i, \alpha_i$  – сила опору, яка діє на вершину  $u$  з боку  $i$ -ї ланки механізму та кут розташування ланки відповідно вісі  $x$ ;  $R_4$  – реакція четвертої ланки;  $Q_x, Q_z$  – зовнішні сили, які діють на вершину  $u$ .

Сили опору складені із суми деформативної та дисипативної складових сил і визначаються у вигляді:

$$R_i = -c_i(x_u \cos \alpha_i + z_u \sin \alpha_i) - (\dot{x}_u \cos \alpha_i + \dot{z}_u \sin \alpha_i), \quad i = 2, 3, \quad (2)$$

$$R_4 = c_4(x_u - x_v) + h_4(\dot{x}_u + \dot{x}_v), \quad (3)$$

де  $c_2, c_3, c_4$  – жорсткості відповідно другої, третьої та четвертої ланок механізму;  $h_2, h_3, h_4$  – коефіцієнти опору відповідних ланок;  $x_v$  –

проекція переміщення вершини  $v$  на вісь  $x$ .

Між жорсткостями ланок наявне співвідношення:

$$c = c_2 = c_4 = c_5, \quad c_3 = \frac{8}{9}c \quad (4)$$

Прийmemo аналогічні співвідношення між коефіцієнтами опору ланок:

$$h_2 = h_4 = h_5 = h, \quad h_3 = \frac{8}{9}h. \quad (5)$$

При цьому система рівнянь (1) із врахуванням геометричних співвідношень механізму набуде вигляду:

$$\begin{cases} T^2 \ddot{x}_u + 2\xi T \frac{89}{72} \dot{x}_u + \frac{89}{72} x_u + \\ + 2\xi T \frac{43}{72} \dot{z}_u + \frac{43}{72} z_u = KQ_x + x_v + 2\xi T \dot{x}_v, \\ 2\xi T \frac{43}{72} \dot{x}_u + \frac{43}{72} x_u + T^2 \ddot{z}_u + \\ + 2\xi T \frac{59}{36} \dot{z}_u + \frac{59}{36} z_u = KQ_z, \end{cases} \quad (6)$$

де

$$T = \sqrt{\frac{m}{c}}, \quad \xi = \frac{h}{2Tc}, \quad K = \frac{1}{c}. \quad (7)$$

Перетворимо систему диференціальних рівнянь (6) по Лапласу при нульових початкових умовах [10]. При цьому одержимо систему алгебраїчних рівнянь відносно зображень по Лапласу  $X_u(s), Z_u(s), X_v(s)$  переміщень вершини  $u$  в напрямках  $x$  та  $z$  і переміщення вершини  $v$  в напрямку вісі  $x$ :

$$\begin{cases} X_u(s)a_{xx} + Z_u(s)a_{zx} = KQ_x(s) + b_x X_v(s), \\ X_u(s)a_{zx} + Z_u(s)a_{zz} = KQ_z(s), \end{cases} \quad (8)$$

де:  $a_{xx} = T^2 s^2 + 2\xi T \frac{89}{72} s + \frac{89}{72}$ ,  $a_{zx} = 2\xi T s \frac{43}{72} + \frac{43}{72}$ ,

$$b_x = 2\xi T s + 1, \quad a_{zz} = T^2 s^2 + 2\xi T s \frac{59}{36} + \frac{59}{36}, \quad (9)$$

$s$  – оператор Лапласа.

Розв'язок системи рівнянь (8) знайдемо по правилу Крамера:

$$\begin{aligned} X_u(s) &= \frac{K[a_{zz}Q_x(s) - a_{zx}Q_z(s)] + \frac{b_x a_{zz} X_v(s)}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}, \\ Z_u(s) &= \frac{K[a_{xx}Q_z(s) - a_{zx}Q_x(s)] - \frac{b_x a_{zx} X_v(s)}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Введемо передавальні функції:

$$\begin{aligned} W_{xuQ_x}(s) &= \frac{Ka_{zz}}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}, \quad W_{xuQ_z}(s) = \frac{Ka_{zx}}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}, \\ W_{xuv}(s) &= \frac{b_x a_{zz}}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}, \quad W_{zuQ_z}(s) = \frac{Ka_{xx}}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}, \\ W_{zuQ_x}(s) &= \frac{Ka_{zx}}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}, \quad W_{zuv}(s) = \frac{b_x a_{zx}}{a_{xx} a_{zz} - a_{zx}^2}, \end{aligned} \quad (11)$$



Відповідно проекції переміщення вершини  $u$  визначаються лінійними залежностями:

$$\begin{cases} X_u = W_{xu}Q_x - W_{xu}Q_z + W_{xuv}X_v, \\ Z_u = W_{zu}Q_z + W_{zu}Q_x + W_{zuv}X_v. \end{cases} \quad (12)$$

Дана система визначає проекції переміщення вершини  $u$  в операторній формі в залежності від дії проекцій сил на вершину  $u$  та від переміщення вершини  $v$  в напрямку вісі  $x$ .

Система (12) є незамкненою. Для її замикання складені рівняння динамічної рівноваги вершини  $v$ . Рівняння динамічної рівноваги вершини мають вигляд:

$$\begin{cases} m_v \ddot{x}_v = P_x - R_4 - R_5 \cos \beta, \\ m_v \ddot{z}_v = P_z - R_5 \sin \beta. \end{cases} \quad (13)$$

де  $m_v$  - маса зосереджена у вершині  $v$ ;  $x_v$ ,  $z_v$  - проекції переміщення вершини  $v$  на вісі координат;  $P_x$ ,  $P_z$  - проекції зовнішніх навантажень, що діють на вершину  $v$ ;  $R_5$  - зусилля в ланці 5 механізму.

Зусилля в ланці 5 визначиться у вигляді:

$$R_5 = x_v c \cdot \cos \beta + z_v c \sin \beta + \dot{x}_v h \cos \beta + \dot{z}_v h \sin \beta \quad (14)$$

Використавши (14) та значення зусилля в четвертій ланці згідно формули (3) із системи рівнянь (13), із врахуванням (7) одержимо наступну систему рівнянь ( $\mu = m_v / m$ ):

$$\begin{cases} \mu T^2 \ddot{x}_v + 2\xi T \frac{10}{9} \dot{x}_v + x_v \frac{10}{9} + \dot{z}_v 2\xi T \frac{2\sqrt{2}}{9} + z_v c \frac{2\sqrt{2}}{9} = KP_x + x_u + 2\xi T x_u, \\ \mu T^2 \ddot{z}_v + 2\xi T \frac{8}{9} \dot{z}_v + \frac{8}{9} \dot{z}_v + 2\xi T \dot{x}_v \frac{2\sqrt{2}}{9} + \frac{2\sqrt{2}}{9} x_v = P_z. \end{cases} \quad (15)$$

Перетворимо систему рівнянь (15) по Лапласу і одержимо лінійну систему рівнянь в операторах:

$$\begin{cases} X_v(s)d_{xx} + Z_v(s)d_{zx} = KP_x + e_x X_u(s), \\ X_v(s)d_{xz} + Z_v(s)d_{zz} = KP_z. \end{cases} \quad (16)$$

де:  $d_{xx} = \mu T^2 s^2 + 2\xi T \frac{10}{9} s + \frac{10}{9}$ ,

$$d_{zx} = 2\xi T s \frac{2\sqrt{2}}{9} + \frac{2\sqrt{2}}{9}, \quad d_{zz} = \mu T^2 s^2 + 2\xi T s \frac{8}{9} + \frac{8}{9}.$$

Розв'яжемо одержану систему рівнянь (16) по правилу Крамера і знайдемо:

$$X_v(s) = \frac{Kd_{zz}P_x(s)}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2} + \frac{e_x d_{zz} X_u(s)}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2} - \frac{Kd_{zx}P_z(s)}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2},$$

$$Z_v(s) = \frac{Kd_{xx}P_z(s)}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2} - \frac{Kd_{zx}P_x(s)}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2} - \frac{d_{zx}e_x X_u(s)}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2} \quad (17)$$

Введемо передавальні функції:

$$\begin{aligned} W_{xvpx} &= \frac{Kd_{zz}}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2}, \quad W_{xvzu} = \frac{e_x d_{zz}}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2}, \\ W_{xvpz} &= -\frac{Kd_{zx}}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2}, \quad W_{zvpx} = \frac{Kd_{xx}}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2}, \\ W_{zvpz} &= \frac{Kd_{zx}}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2}, \quad W_{zvzu} = \frac{e_x d_{zx}}{d_{xx}d_{zz} - d_{zx}^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Відповідно маємо лінійний зв'язок зображень по Лапласу відповідних параметрів:

$$\begin{cases} X_v = W_{xvpx}P_x + W_{xvpz}P_z - W_{xvzu}X_u, \\ Z_v = W_{zvpz}P_z + W_{zvzu}X_u. \end{cases} \quad (19)$$

Підставимо значення  $X_v$  з (19) у систему (12).

Після перетворень одержимо:

$$X_u = \frac{1}{1 + W_{xvzu}} \times [W_{xu}Q_x - W_{xu}Q_z + W_{xvpx}P_x + W_{xvpz}P_z] \quad (20)$$

Із другого рівняння (12) одержимо після підстановки:

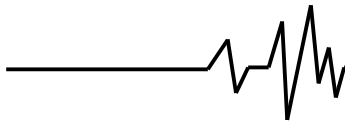
$$Z_u = W_{zu}Q_z + W_{zu}Q_x + W_{zuv}W_{xvpx}P_x + W_{zuv}W_{xvpz}P_z - W_{zuv}W_{xvzu}X_u. \quad (21)$$

Підставивши значення переміщення (20) у рівняння (21) одержимо:

$$\begin{aligned} Z_u &= \left[ W_{zu}Q_x - W_{zuv}W_{xvzu} \frac{W_{xu}Q_x}{(1 + W_{xvzu})} \right] Q_x + \\ &+ \left[ W_{zu}Q_z - W_{zuv}W_{xvzu} \frac{W_{xu}Q_z}{(1 + W_{xvzu})} \right] Q_z + \\ &+ W_{zuv} \left[ W_{xvpx} - W_{xvzu} \frac{W_{xvpx}}{(1 + W_{xvzu})} \right] P_x + \\ &+ W_{zuv} \left[ W_{xvpz} - W_{xvzu} \frac{W_{xvpz}}{(1 + W_{xvzu})} \right] P_z. \end{aligned} \quad (22)$$

Після підстановки (20) в систему (19) визначається  $X_v$  та  $Z_v$ .

$$\begin{aligned} X_v &= \frac{-W_{xvzu}}{1 + W_{xvzu}} [W_{xu}Q_x - W_{xu}Q_z] + \\ &+ W_{xvpx} \left[ 1 + \frac{1}{(1 + W_{xvzu})} \right] P_x + \\ &+ W_{xvpz} \left[ 1 + \frac{1}{(1 + W_{xvzu})} \right] P_z. \end{aligned} \quad (23)$$



$$Z_v = \frac{W_{zvXu}}{1 + W_{xvXu}} [W_{XuQx} Q_x - W_{XuQz}] + \left[ W_{zvpx} + \frac{W_{zvXu} \cdot W_{xvpx}}{(1 + W_{xvXu})} \right] P_x + \left[ W_{zvpz} + \frac{W_{zvXu} \cdot W_{xvpx}}{(1 + W_{xvXu})} \right] P_z. \quad (24)$$

Формули (20), (22) -(24) встановлюють в операторному вигляді зв'язок динамічних параметрів механізму. Вони є основою для визначення динамічних характеристик пружно-деформованої системи приводів вібраційного технологічного обладнання.

**Динамічні характеристики пружно-деформованої системи приводів.** Загальні переміщення вершин механізму будуть результатом суми переміщень від окремих динамічних збурень. Тому динамічні характеристики визначаються для окремих пар «вхід-вихід», де в якості виходу взята проекція переміщення деякої вершини механізму, а входу – динамічна дія збурення на деяку вершину механізму.

В якості характерного входу прийнято проекцію  $Q_x$  динамічного навантаження, що діє на вершину, а в якості характерного виходу-переміщення вершини  $u$  в напрямку вісі  $x$ . Зв'язок між виходом і входом згідно (20) визначено оператором:

$$X_u = W_{11}(s) \cdot Q_x, \quad W_{11}(s) = \frac{W_{XuQx}}{1 + W_{xvXu}}, \quad (25)$$

де передавальні функції визначено згідно залежностей (11) та (18).

За допомогою передавальної функції (25) знаходяться частотні характеристики системи приводів [10]. Амплітудно-фазова частотна характеристика залежить від кругової частоти входу  $\omega$  і знаходиться підстановкою:

$$W_{11}(j\omega) = W_{11}(s), \quad j = \sqrt{-1}, \quad s \rightarrow j\omega. \quad (26)$$

Дійсна і уявна амплітудно-частотні характеристики:

$$U_{11}(\omega) = \text{Re}[W_{11}(j\omega)], \quad V_{11}(\omega) = \text{Im}[W_{11}(j\omega)]. \quad (27)$$

Амплітудно-частотна і фазо-частотна характеристики обчислені на основі залежностей:

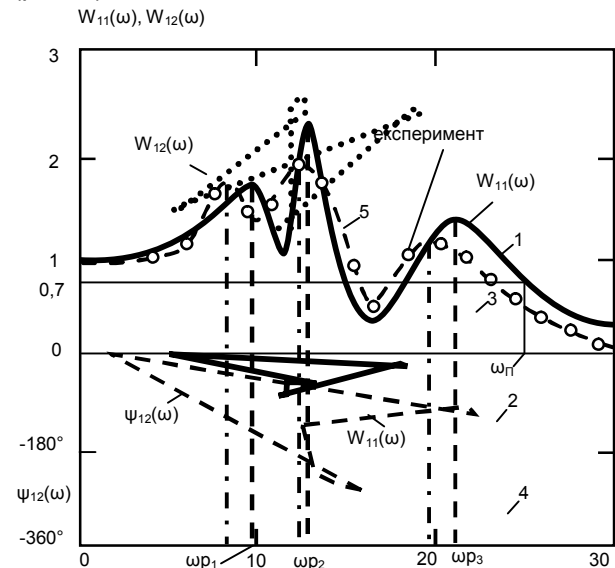
$$W_{11}(\omega) = \sqrt{[U_{11}(\omega)]^2 + [V_{11}(\omega)]^2}, \quad \psi_{11}(\omega) = \arctg \frac{V_{11}(\omega)}{U_{11}(\omega)}. \quad (28)$$

Аналогічно знайдені частотні характеристики системи при виході у вигляді переміщення вершини  $u$  в напрямку вісі  $x$  і вході у вигляді вертикального навантаження на

вершину  $u$ . В даному випадку зв'язок параметрів визначено оператором:

$$X_u = W_{12}(s) Q_z, \quad W_{12}(s) = \frac{-W_{XuQz}}{1 + W_{xvXu}}.$$

В результаті обчислень знайдені частотні характеристики і побудовані їх графіки. Амплітудно-частотна  $W_{11}(\omega)$  характеристика має резонансні частоти  $\omega_{p1}, \omega_{p2}, \omega_{p3}$  (рис. 3).



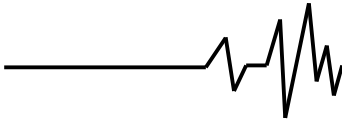
**Рис. 3. Амплітудно-частотні та фазо-частотні характеристики переміщення вершини  $u$  в напрямку вісі  $x$  при дії динамічного навантаження в напрямку вісі  $x$  (криві 1 і 2) та в напрямку вісі  $z$  (криві 3 і 4)**

Динамічні дії в напрямках  $x$  і  $z$  визивають близькі по характеру динамічні переміщення вершини і просторового механізму. Горизонтальні переміщення вершини  $u$  при динамічних діях різного напрямку мають близькі резонансні частоти, але різну інтенсивність резонансних піків. Резонансні частоти для конкретного типорозміру механізму складають:

$$\omega_{p1}, \omega_{p2}, \omega_{p3} = 9,5; 13,2; 21,5 \frac{1}{c} (1,5; 2,1; 3,4 \text{Гц}).$$

Полоса пропускання частот при динамічній дії у напрямку вісі  $z$  набагато менша  $\left( \omega_{\Pi} \approx 14 \frac{1}{c} \right)$ , ніж при збуреннях в напрямку вісі  $x$   $\left( \omega_{\Pi} \approx 24 \frac{1}{c} \right)$ .

Вібраційне технологічне обладнання розміщено на пружно-деформованій системі приводів, як правило працює в нестационарних

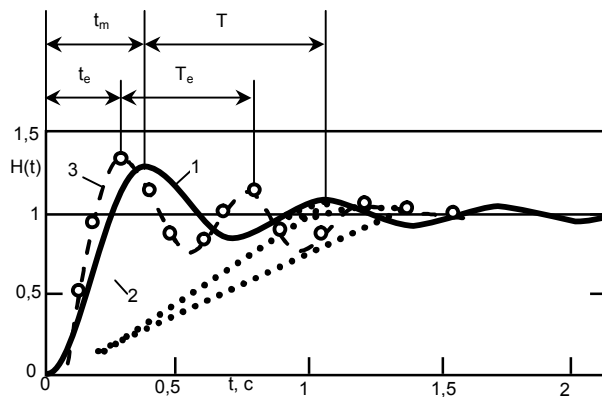


режимах. Тому проведені спеціальні дослідження перехідних (часових) динамічних характеристик просторової системи приводів[10]. Базовими характеристиками є перехідна функція у вигляді реакції системи на ступінчасту зміну зусилля та імпульсна характеристика у вигляді реакції системи на одиничну імпульсну функцію (ударний імпульс сили).

Перехідна функція системи визначена у вигляді переміщень в часі вершини  $u$  в напрямку вісі  $x$  при дії на систему ступінчастих навантажень  $Q_x, Q_z$  в напрямках вісей  $x$  та  $y$ . Для розрахунків перехідних функцій використано їх зв'язок із дійсними амплітудно-частотними характеристиками[10]. При цьому перехідна функція відповідна входу у вигляді навантаження направлено по вісі  $x$  обчислена за наступною залежністю:

$$H_{11}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{U_{11}(\omega) \sin(\omega t)}{\omega} d\omega.$$

Результати обчислень перехідних функцій при різних входах відповідають коливальним процесам із незначним перерегулюванням (рис. 4).



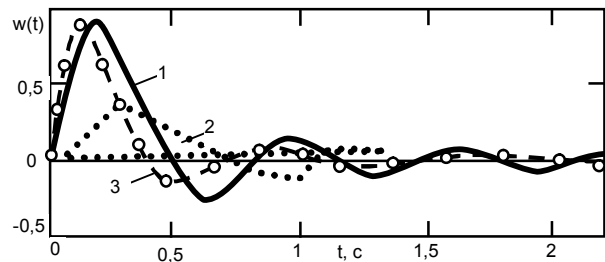
**Рис. 4. Розрахункові перехідні функції, що описують колювання вершини механізму в напрямку вісі  $x$  при ступінчастих навантаженнях в напрямку вісі  $x$  (крива 1) та в напрямку вісі  $z$  (крива 2) і експериментально визначена перехідна функція (крива 3)**

Максимальне перерегулювання перехідного процесу складає близько 30% для входу у вигляді ступінчастого зусилля, яке діє в напрямку вісі  $x$  і близько 20% для входу в напрямку вісі  $z$ . Час перехідного процесу складає 1,4...1,8 с для входу в напрямку вісі  $x$  та 0,8...1,2 с для входу в напрямку вісі  $z$ . При цьому коливальність перехідних процесів (число повних колювань) складає  $\chi=2...3$ .

Визначення імпульсних характеристик здійснено чисельним диференціюванням перехідних функцій відповідно залежності:

$$w(t) = \frac{dH(t)}{dt}.$$

Одержані імпульсні характеристики відповідають затухаючим коливальним процесам. Із аналізу розрахункових характеристик випливає, що ударні навантаження в різних напрямках ініціюють подібні колювання в динамічній системі механізму. (рис. 5).



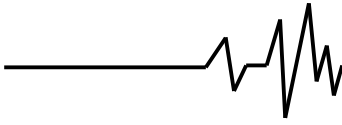
**Рис. 5. Розрахункові імпульсні характеристики переміщення вершини і в напрямку вісі  $x$  при дії імпульса в напрямку вісі  $x$  (крива 1) та у напрямку вісі  $z$  (крива 2) та експериментально визначена характеристика (крива 3)**

Згідно розрахунків колювання суттєво затухають на протязі 1...2 періодів колювань.

Для експериментального підтвердження результатів розрахунків динамічних характеристик вібраційного обладнання проведені спеціальні експерименти. Для цього використана експериментальна установка у вигляді пружно-деформованої системи сифонних приводів у вигляді октаедра (рис. 6).



**Рис. 6. Експериментальна установка для визначення динамічних характеристик вібраційного обладнання**



В процесі експериментальних досліджень механізм навантажувалася динамічними навантаженнями різного виду. Для вимірів динамічних переміщень вершин механізму застосовані оптичні методи. Для цього на вершинах механізму 1 встановлювались калібровані сфери 2. При коливаннях механізму сфери зміщувались в просторі. Їх положення фіксувалось на відеограмі з частотою 25 кадрів за секунду. Визначення положення сфери відносно нерухомої основи (лінійки) здійснювалось при покадровому перегляді відеограми. Таким чином встановлено закон переміщення кожної вершини механізму і максимальну амплітуду переміщення.

Амплітудно-частотні характеристики вимірювались при гармонічних (синусоїдальних) навантаженнях механізму у відповідній точці при відповідному напрямку дії сили. Синусоїдальні навантаження змінної частоти забезпечувались спеціальним пристроєм з дебалансом, який дозволяв дискретно змінювати частоту дії навантаження в діапазоні до 10 Гц. Пристрій встановлювався на пружному підвісі, який через пружну тягу з'єднувався із відповідною вершиною механізму. Амплітуда навантаження задавалась шляхом регулювання жорсткості тяги. Визначено амплітуди переміщень вершин механізму при дії синусоїдальних навантажень різної частоти. Здійснено нормування амплітудних значень переміщень шляхом екстраполяції в область низьких частот. В результаті одержано значення амплітудно-частотної характеристики відповідної горизонтальним переміщенням вершини  $u$  при дії горизонтального гармонічного навантаження. Із порівняння розрахункових значень характеристик із одержаними експериментальними даними (див. рис. 3) впливає їх клькісна і якісна відповідність. Має місце згладження резонансних піків експериментально-визначеної характеристики. Це можна пояснити наявністю додаткових втрат енергії у вузлових з'єднаннях механізму, які не враховані при розробці аналітичної моделі механізму. Експериментально визначені

резонансні частоти  $\omega_p = 8,4; 12,8; 20,3 \frac{1}{c}$  близькі до розрахункових значень.

Для експериментальних вимірів перехідних функцій механізм навантажувалася у відповідному напрямку пружним гумовим шнуром. При цьому створювалось постійне навантаження на механізм у відповідному напрямку. При звільненні натягнутого шнура зусилля на механізм миттєво падало до нуля.

При цьому мали місце коливання механізму відповідні перехідній функції. Коливальний процес фіксувався на відеограмі. Числові значення переміщення вузлів механізму визначались по послідовним кадрам відео зйомки. Порівняння результатів вимірів із розрахунковими значеннями підтверджує їх якісну відповідність (див. рис. 4).

Розрахункові та експериментально визначені перехідні процеси мають однотипний коливальний характер із близькими значеннями перерегулювання. Час головного максимуму перехідної функції визначений експериментально  $t_{e\text{дещо}}$  менший розрахункового  $t_m$ . Менший також і період коливань  $T_e$  в околиці головного максимуму. Відхилення розрахункових і експериментальних даних можна пояснити неточно заданими при розрахунках масо-жорсткістними параметрами механізму.

Розрахункові імпульсні характеристики порівнювались із результатами експериментальних вимірів. Здійснено визначення поточного положення відповідних вершин при імпульсному (ударному) навантаженні механізму силою  $P(t)$ . Удари наносились по вузлах механізму (див. рис. 6) із наступною відео фіксацією коливального процесу.

Результати експериментальних вимірів імпульсної характеристики відповідають розрахунковим значенням (див. рис. 5).

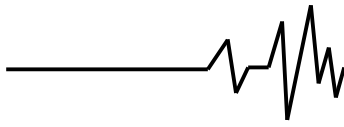
Відмінності теоретичних і експериментальних даних мають місце в кінці процесу і проявляються в більш швидкому затуханні експериментально визначеної імпульсної характеристики.

Таким чином встановлено, що теоретично визначені характеристики відповідають умові адекватності теоретичної моделі експериментальним даним. Тому одержані характеристики можуть бути використані при аналізі вібраційного технологічного обладнання на основі просторової системи приводів.

### Висновки

1. Підтверджена можливість реалізації ефективного вібраційного технологічного обладнання на основі просторової пружно-деформованої системи сильфонних приводів розташованих по ребрам октаедра і жорстко з'єднаних у вузлах механізму.

2. Для визначення динамічних характеристик вібраційного обладнання доцільно застосувати спрощену динамічну модель у вигляді проекції просторової пружно-



деформованої системи приводів на координатну площину. При цьому вібраційний механізм подається у вигляді двохмасової системи, маси якої зосереджені у вершинах плоскої проекції механізму і з'єднані між собою пружно-дисипативними зв'язками.

3. Динамічні властивості вібраційного технологічного обладнання достатньо точно визначені операторною математичною моделлю, яка включає набір передавальних функцій, що пов'язують входи системи у вигляді проекцій сил, що діють на вершини механізму та виходи у вигляді проекцій переміщення вершин механізму. Набір передавальних функцій повністю описує просторові динамічні переміщення вібраційного обладнання при дії на нього всіх можливих динамічних навантажень.

4. Найбільш важливими динамічними характеристиками обладнання є амплітудно-частотні характеристики. Вони мають по три резонансні піки на частотах 1,5; 2,1; 3,4 Гц. Полоса пропускання частот  $14...24 \text{ с}^{-1}$ , що набагато менше робочих частот вібраційного обладнання. Тому пружно-деформована система приводів працює в дорезонансному режимі при ефективному демпфуванні високочастотних коливань вібраційного обладнання.

5. Часові характеристики вібраційного обладнання мають помірну коливальність (2...3 коливання) при незначному пере регулюванні (не більше 30%). Час перехідного процесу знаходиться в межах 1,2...1,8 с. Має місце ефективне демпфування коливань системи під час перехідного процесу. Теоретично визначені перехідні і частотні характеристики відповідають експериментальним даним.

6. Як напрямок подальших досліджень рекомендується дослідити стохастичні динамічні процеси у вібраційному обладнанні на основі просторової системи приводів.

#### Список використаних джерел

1. Рыбак Л.А., Ержуков В.В., Чичварин А.В. Эффективные методы решения задач кинематики и динамики робота-станка параллельной структуры. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 148 с. ISBN978-5-9221-1296-3.

2. Сяньвень Кун, Клемент Госселин Структурный синтез параллельных механизмов. – М.: Физматлит, 2012. – 275 с.

3. Павленко І.І. Промислові роботи: Основи розрахунку та проектування. – Кіровоград: КНТУ, 2007. – 420 с.

4. Merlet J.P. Parallel Robots. Solid Mechanics and Applications / J.P. Merlet/ – Berlin: Springer, 2006. – 394 p.

5. Струтинський С.В. Розробка просторових приводів мікро переміщень на основі октаедричних комплектних рамних структур / Машинознавство. – Львів: ТзОВ «КІНПАТРІ ЛТД», 2013. – №7/8. – С. 22-28.

6. Струтинський С.В. Математичне моделювання динамічних сферичних рухів у просторових системах приводів із шланговими пневмодвигунами / Вісник НТУУ «Київський політехнічний інститут», серія Машинобудування. – № 2 (68). – Київ, 2013.– С. 139-147

7. Струтинський С.В. Просторові системи приводів: Монографія / ав. Струтинський С.В., Гуржій А.А. – К.: Педагогічна думка, 2013. – 492 с.

8. Струтинський С.В. Просторові системи приводів у вигляді рухомих триангулярних структур / Вісник Кременчуцького національного університету імені М. Остроградського. – Кременчук: КрНУ, 2014. – Вип. 1/2014 (84) частина 1. – С.130-137.

9. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.

10. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1972. – 768 с.

#### Список джерел в транслітерації

1. Rybak L.A., Yerzhukov V.V., Chichvarin A.V. Effektivnyye metody resheniya zadach kinematiku i dinamiki robota-stanka parallel'noy struktury. – М.: FIZMATLIT, 2011 – 148 s. ISBN978-5-9221-1296-3.

2. Syanven Kun, Klement Gosselin Strukturnyy sintez parallelnykh mekhanizmov. – М.: Fizmatlit, 2012 – 275 s.

3. Pavlenko I.I. Promyslovi roboty: Osnovy rozrakhunku ta proektuvannya. – Kirovohrad: KNTU, 2007. – 420 s.

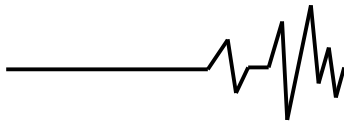
4. Merlet J.P. Parallel Robots. Solid Mechanics and Applications / J.P. Merlet/ – Berlin: Springer, 2006. – 394 p.

5. Strutynskyy S.V. Rozrobka prostorova privodiv mikro peremishchen na Osnovi oktaedrichnykh komplektnykh RAMN struktur / Mashynoznavstvo.– Lviv: TzOV «KINPATRI LTD», 2013. – №7 / 8. – S. 22–28.

6. Strutynskyy S.V. Matematychnе modelyuvannya dynamichnykh sferychnosti rukhiv u prostorova systemakh privodiv lz shlanhovymy pnevmodvihunami / Visnyk NTUU «Kyivskyy politekhnichnyy instytut», seriya Mashynobuduvannya. – № 2 (68). – Kyiv, 2013.– S. 139–147.

7. Strutynskyy S.V. Prostorovi systemy privodiv: Monohrafiya / av. Strutynskyy S.V.,





Hurzhiy A.A. – K.: Pedahohichna dumka, 2013. – 492 s.

8. Strutynskyy S.V. Prostorovi systemy privodiv u vihlyadi Rukhom trianhulyarnikh struktur / Visnyk Kremenchutskoho natsyonalnoho unyversyteta ymeny M. Ostrohradskoho. – Kremenchuk: KrNU, 2014. – Vyp. 1/2014 (84) chastyna 1. – S. 130–137.

9. Timoshenko S.P., Yang D.KH., Uiver U. Kolebaniya v inzhenernomdele. – M.: Mashinostroyeniye, 1985. – 472 s.

10. Besekerskiy V.A., Popov Ye.P. Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya. – M.: Nauka, 1972. – 768 s.

### ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИБРАЦИОННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ УПРУГО- ДЕФОРМОВАННОЙ СИСТЕМЫ ПРИВОДОВ

**Аннотация.** Разработано вибратионне технологическое оборудование на основе пространственной упруго-деформированной системы приводов. Оно включает рабочий орган установленный на пространственной системе сильфонных приводов расположенных по ребрам октаэдра и жестко соединенных в узлах механизма.

Изложены результаты исследований динамических процессов, протекающих в пространственной системе приводов. Исследования направлены на определение динамических характеристик системы. Для этого предложена упрощенная динамическая модель пространственной упруго-деформированной системы в виде эквивалентного двухмассового механизма. Составлены уравнения динамического равновесия для отдельных масс и получена операторная математическая модель динамической системы. Модель представлена в виде набора передаточных функций. На их основе определены частотные и временные характеристики вибратионного оборудования. Адекватность теоретических расчетов характеристик подтверждена проведенными измерениями, которые выполнены по специально разработанной методике. Определены основные параметры

частотных и временных характеристик, в частности резонансные частоты, колебательность, перерегулирование. Установлены особенности характеристик и их связь с параметрами динамической системы вибратионного оборудования.

**Ключевые слова:** оборудование, вибрации, сильфоны, октаэдр, математическая модель, частотные характеристики, переходные процессы, эксперимент, соответствие.

### DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A VIBRATING PROCESS EQUIPMENT BASED ON SPATIAL ELASTIC-DEFORMOVANOYI DRIVE SYSTEMS

**Annotation.** A vibratory technological equipment based on spatialelastically deformed-drive systems was developed. It includes a working body which is mounted in the spatial system of bellows actuators which are located on the edges of the octahedron and are rigidly connected at the nodes of the mechanism.

The results of studies of dynamic processes occurring in a spatial system drives are represented. The studies are aimed to determine the dynamic characteristics of the system. To reach this goal, the simplified dynamic model of spatial elastic-deformed system as an equivalent two mass mechanism is proposed. The dynamic equilibrium equations for a separate masses and the individual operator derived mathematical model of a dynamic system is founded. The model is presented as a set of a transfer functions. The frequency and temporal characteristics of vibration equipment are defined. The adequacy of theoretical calculations is confirmed on the base of the measurements, which were carried out with the help of a specially developed technique. The main parameters of frequency and time characteristics, the resonant frequency vibration, overshoot in particular were determined. The features of characteristics of their relation with the parameters of the dynamic system of vibrating equipment were found.

**Key words:** equipment, vibration, bellows, octahedron, mathematical model, frequency response, transient, experiment match.