



Надутый В. П.

Елисеев В. И.

Луценко В. И.

*Институт
геотехнической
механики
им. Н.С. Полякова
НАН Украины*

Nadutyu V. P.

Yeliseev V. I.

Lutsenko V. I.

*M.S. Polyakov Institute of
Geotechnical Mechanics
under the NAS of Ukraine*

УДК 53.04:534.1

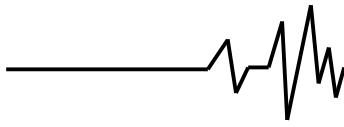
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОДЪЕМА ЧАСТИЦЫ ИЗ ВЛАЖНОГО ДИСПЕРСНОГО СЛОЯ ПО ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКЕ ВИБРИРУЮЩЕЙ ТРУБКИ

В работе представлена приближенная математическая модель обнаруженного экспериментально физического эффекта подъема влажных частиц сыпучего слоя по колеблющейся вертикальной стенке. В основу положен резонансный механизм воздействия твердой поверхности на частицу, которая удерживается на стенке силой поверхностного натяжения. Математически задача сформулирована в виде уравнений движения для частицы шарообразной формы. Расчеты показали, что в результате согласованного воздействия стенки и пленки жидкости на определенных частотах, частица может подниматься вверх, при этом время согласованного взаимодействия довольно ограничено и зависит от частоты. Таким образом, в результате постановки задачи и ее решения принципиально показано, что предлагаемый в модели механизм работает, хотя отличие теоретических результатов от экспериментальных довольно значительно. Учитывая, что в формулировке задачи участвует большой набор параметров, которые достаточно сложно определить, необходимы дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования.

Ключевые слова: вибрация, частота, резонанс, трубка, частица, модель, капиллярные силы.

Введение. Вибрационное воздействие на среды и тела приводит к появлению интересных и, на первый взгляд, парадоксальных эффектов, например [1-4]. В работе [5] был описан ряд физических эффектов, обнаруженных при колебании вертикально установленной стеклянной трубки с влажным дисперсным материалом. Один из них зрительно наиболее яркий – подъем влажных частиц по вертикальной поверхности трубки, является новым и не имеет пока физического объяснения. В указанной работе было показано, что в основе механизма этого эффекта лежит резонансное взаимодействие частиц влажного материала с поверхностью трубки. Об этом свидетельствовал сравнительно узкий интервал частот колебания в окрестности 240 Гц, в котором эффект проявлялся наиболее ярко. Движение частиц

вверх было замечено и на других частотах, однако, значительно меньшей интенсивности. В [6] предложена простейшая математическая модель, основанная на резонансном механизме. В результате расчетов было показано, что принципиально такой механизм может работать, однако никаких приближений к реальным параметрам не было сделано. В данной работе представленная ранее модель (в ней в качестве частицы рассматривалась материальная точка) значительно усложняется, т.к. в качестве частицы будет выступать объемный объект в виде шарика, вследствие этого задача становится многопараметрической с большим количеством неизвестных величин. Нахождение этих величин в настоящее время сопряжено с большими трудностями, поэтому для иллюстрации решения будут использованы



оценки, полученные либо из литературы, либо в результате простых решений вспомогательных задач.

Постановка задачи. Выпишем основные уравнения для частицы в неподвижной системе n, s (ось n нормальна к поверхности стенки; ось s направлена вверх). Учитывая, что силы в направлении этих координат сильно отличаются, выпишем их отдельно для каждого направления

$$m_c \frac{dU_{CN}}{dt} = F_N^G + F_N^C + \lambda(F_{UN}^T + F_{WN}^T), \quad (1)$$

$$m_c \frac{dU_{CS}}{dt} = F_S^G + F_S^C + F_A^G + \lambda(F_{US}^T + F_{WS}^T), \quad (2)$$

$$J_C m_c \frac{d\omega_C}{dt} = M_C^C + R_{CH} \left[F_S^G + F_A^G + \lambda(F_{US}^T + F_{WS}^T) \right], \quad (3)$$

$$\frac{dX_C}{dt} = \Delta U_N = U_{CN} - U_{SN}, \quad (4)$$

$$\frac{dY_C}{dt} = U_{CS}, \quad (5)$$

$$\frac{d\vartheta_C}{dt} = \omega_C, \quad (6)$$

где t - время, с; m_c - масса частицы, кг; U_{CN}, U_{CS} - проекции скорости частицы соответственно на оси n, s , м/с; ω_S - угловая скорость, с⁻¹; U_{SN} - скорость стенки в нормальном направлении, м/с; F_N^G, F_S^G - силы, связанные воздействием жидкости на частицу и, соответственно, направленные по осям n, s , Н; F_N^C, F_S^C - капиллярные силы, в соответствующем направлении, Н; F_A^G - сила Архимеда; F_{UN}^T, F_{US}^T - упругие силы при взаимодействии со стенкой в соответствующем направлении, Н; F_{WN}^T, F_{WS}^T - вязкие силы при взаимодействии со стенкой, Н; J_C - момент инерции частицы, м²/с; M_C^G - момент гидродинамических сил, Нм; X_C - расстояние частицы от стенки, м; Y_C

- вертикальная координата частицы, м; λ - угол поворота частицы вокруг собственной оси;

$$\lambda = \begin{cases} 0 & X_C > 0 \\ 1 & X_C \leq 0 \end{cases} \quad \text{коэффициент}$$

учитывающий момент взаимодействия со стенкой. Как видно из приведенной системы уравнений, выписанные силы делятся на две группы - одна из них связана с жидкостью, другая с твердой поверхностью трубки. Определение каждой из этих сил практически является самостоятельной задачей и довольно сложной даже при современной вычислительной технике, вследствие чего ограничимся некоторыми простыми оценками. Примем, что процесс соударения со стенкой имеет упруго-вязкий характер. Для нормальной упругой силы будем считать, что она может быть представлена в виде формулы Гука

$$F_{UN}^T = -k_N X_C, \quad (7)$$

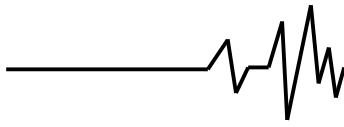
где k_N - коэффициент упругости, знак минус указывает на то, что при $X_C < 0$ сила должна действовать от стенки в положительную сторону. Вопросам взаимодействия двух твердых тел посвящено значительное количество работ, например [7]. В нашем случае, используя аналитические зависимости, полученные в [8], можно оценить величину области проникания частицы в стенку, а также время соударения T_* и соответственно

коэффициент упругости ($T_* \approx 10^{-6}$ с, $k_N \approx 10^6$ Н/м). Величину F_{WN}^T примем равной нулю, т.к. при ударе упругие силы значительно превышают эту величину. Для касательных сил часто используется зависимости типа кулоновского трения, которому также посвящено большое внимание исследователей, например [9, 10]. В нашем случае для непрерывного слежения за частицей используем простые зависимости, характеризующие упругие и вязкие характеристики стенки

$$F_{US}^T = k_{US} X_C \int_{t_*}^{t_*+T_*} \Delta U_S dt, \quad (8)$$

$$F_{WS}^T = k_{WS} X_C \Delta U_S, \quad (9)$$

где k_{US}, k_{WS} - коэффициенты; $\Delta U_S = U_{SS} - (U_{CS} + \omega_C R_C)$, U_{SS} -



продольная скорость стенки. Выражение (8) аналог формулы Гука для касательной упругой силы, но с коэффициентом, линейно увеличивающимся по мере углубления частицы в стенку. Формула (9) также является аналогом вязкой силы, зависящей от разности скоростей.

Силы, связанные с взаимодействием частицы со стенкой включаются, как это видно по коэффициенту λ , при отрицательных значениях X_c , силы же взаимодействия с жидкостью действуют постоянно. Они состоят из сопротивления, действующего как по нормали к поверхности, так и по касательной, а также из капиллярной составляющей, связанной с поверхностным натяжением. Из литературы известно, что при движении тела вблизи твердой поверхности возникают интересные гидродинамические эффекты. Наиболее известный из них – возникновение подъемной силы в подшипниках (эффект смазки) [11], который, возможно, действует и в пленочных слоях. В сравнительно недавнее время были открыты и другие, связанные с вибрационными воздействиями, например [12 - 15]. Указанные эффекты присутствуют в тех случаях, когда тело полностью погружено в жидкость, в нашем случае жидкость между шариком и стенкой присутствует либо в виде тонкой пленки, либо в виде перетяжки (жидкого мостика, связанного капиллярными силами). Ограниченность гидродинамической области, ее непрерывно меняющаяся граница накладывают свои сложности на определение сил, действующих на частицу со стороны жидкости. Наблюдения за динамикой перетяжки при вибрации частицы показывают, что внутри нее организуется сложное течение, зависящее от частоты колебания. Это все указывает на большие трудности хотя бы приближенного нахождения определяющих параметров. Наибольшую сложность в нахождении гидродинамических сил, на наш взгляд, представляют капиллярные. Это связано с динамическими углами смачивания, которые в настоящее время не поддаются теоретическому определению, однако в элементарном виде эти силы могут быть представлены как

$$F_N^C = 2\pi R_s \cos \vartheta_c (1 + \beta_U X_c), \quad (10)$$

$$F_S^C = 2\pi R_s \sin \vartheta_c (1 + \beta_U X_c), \quad (11)$$

$$M_C^G = 2\pi R_s h_s \chi_U \vartheta_c, \quad (12)$$

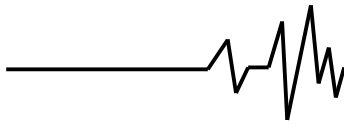
где R_s - радиус контура смачивания; β_U - коэффициент, аналогичный коэффициенту упругости; h_s - плечо, на которое действует капиллярная сила; χ_U - коэффициент, также аналогичный коэффициенту упругости для момента. Численные расчеты для статических положений перетяжек показывают, что коэффициент $\beta_U \approx 10$, $h_s \approx 10^{-4}$ м; $\chi_U \approx 10$. Возможно, что в реальных ситуациях эти коэффициенты могут быть и больше. Известно [16], что углы натекания и углы оттеkania сильно отличаются друг от друга. Об этом также свидетельствуют результаты работы [17], в которой показано, что закрепленный слой жидкости в капилляре выдерживает значительные напряжения (слой жидкости при подаче дополнительной нагрузки не течет, а деформируется, изменяя углы смачивания). Это также подтверждает возможность представления капиллярных сил в виде (10)-(12). С изменением углов смачивания при колебании связан интересный эффект прыгающей капли вверх по вибрирующей наклонной поверхности [18]. В нашем случае механизм этого явления, предложенный в [19], в принципе, возможен, однако описание его представляется значительно более сложным, вследствие чего в данной работе он не рассматривается. На наш взгляд из гидродинамических сил преобладают силы трения, обусловленные разницей в скоростях двух поверхностей – частицы и стенки, и силы, связанные с пульсирующим относительным движением частицы по нормали к стенке, выжимающим и всасывающим жидкость в зазор между твердыми телами.

Используя упрощенный метод интегрирования, предложенный в [20] для указанных сил можно получить следующие выражения.

Для силы трения, действующей на частицу между телами, будем иметь уравнения, связывающие силу трения с изменением относительной скорости вдоль оси s

$$F_s^G = S_s \frac{\mu}{h} \left(\Delta U_s + \frac{h^2}{2\nu} \frac{d\bar{u}}{dt} \right), \quad (13)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{2} \Delta U_s - \frac{1}{6} \frac{h^2}{\nu} \frac{d\bar{u}}{dt}, \quad (14)$$



где $S_s = \pi R_s^2$ - смоченная поверхность частицы; V - кинематический коэффициент вязкости; $\mu = \rho \nu$ - динамический коэффициент вязкости; ρ - плотность жидкости; $h = H + X_c$; H - некоторое эффективное расстояние от стенки до смоченного края частицы в статическом положении при $\mathcal{G}_c = 0$. Уравнения (13), (14) получены в результате представления течения жидкости между частицами в виде течения Куэтта, при этом смоченная поверхность частицы принимается плоской, а расстояние до стенки принимается равной h . Т.к. смоченная поверхность частицы, принимается плоской, то эффективная величина H рассматривается как средняя величина в зазоре между шариком и стенкой, т.е.

$$H = R_c - \frac{2}{3} \left[\left(\frac{R_c}{R_s} \right)^3 - \left[\left(\frac{R_c}{R_s} \right)^2 - 1 \right]^{1.5} \right] R_s, \quad (15)$$

$$R_s = \left[R_c^2 - (R_c - H_s)^2 \right]^{0.5}, \quad (16)$$

где R_c - радиус частицы; H_s - расстояние от стенки до смоченного края частицы в статическом положении при $\mathcal{G}_c = 0$.

Для силы, действующей на частицу по нормали к стенке, можно получить следующее уравнение

$$F_N^G = -\frac{1}{2} \pi R^2 \left[3 \frac{\mu}{h} \frac{R^2}{h^2} U + \frac{1}{4} \rho h \frac{R^2}{h^2} \frac{dU}{dt} - \frac{3.6}{8} \rho U^2 \frac{R^2}{h^2} \right]. \quad (17)$$

Из этого выражения видно, что при синусоидальном изменении ΔU_N при осреднении по периоду колебания, на частицу действует некоторая постоянная сила, отталкивающая ее от стенки, что качественно соответствует результатам [13]. С увеличением расстояния смачиваемой поверхности от стенки сила уменьшается. В формулах (13) – (15) присутствуют члены с производными по времени от скоростей, они обуславливают действие присоединенных масс на частицу. Формула (15) получена при представлении течения, образующегося при колебании тела с плоским дном на поверхности пленки. Примем далее, что сила F_N^G действует по оси частицы, поэтому момент от нее равен нулю.

Кроме указанных выше сил на частицу, возможно, действует сила, обнаруженная экспериментально в [14, 15]. Как указано в этих работах, расстояние от стенки, на котором она проявляется, соответствует слою Стокса $\delta = (2\nu/2\pi f)^{0.5}$, толщина которого для нашей резонансной частоты приводит к величине $\sim (1-5) \cdot 10^{-5}$ м, т.е. этот слой, как бы полностью, находится в нашем слое жидкости. Однако влияние этого эффекта пока не поддается оценке, вследствие чего эту силу учитывать не будем.

Приведенные уравнения и оценки величин дают возможность проводить

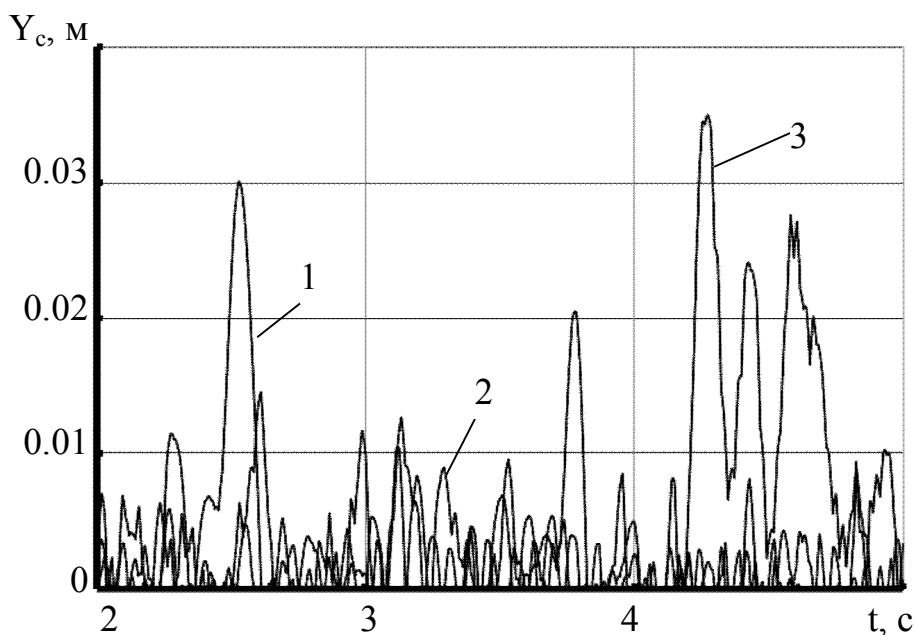
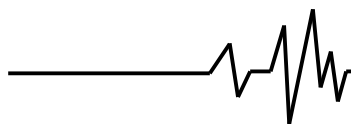
вычисления и определять тот диапазон частот, который приведет к резонансному взаимодействию, в результате которого частица может двигаться вверх.

Результаты решения. Было проведено значительное количество вычислений при варьировании отдельных параметров с целью определения отрезков частот, в которых был бы замечен эффект подъема частиц.

Необходимо отметить, что время соударения частицы со стенкой T_* задает практически максимальный шаг интегрирования, по крайней мере, в том интервале времени, когда частица взаимодействует со стенкой, поэтому он принимался примерно в несколько десятков раз меньше этого масштаба. При расчете движения частицы в пленке ($X_c > 0$) шаг интегрирования увеличивался в десять раз.

В качестве примера на рис. 1 и 2 показаны кривые изменения высоты подъема частиц радиусом 10^{-3} м на двух частотных диапазонах (время расчета бралось 5 с): $f = 140 \div 200$ Гц (рис. 1) и $f = 210 \div 240$ Гц (рис. 2). Колебания стенки задавались

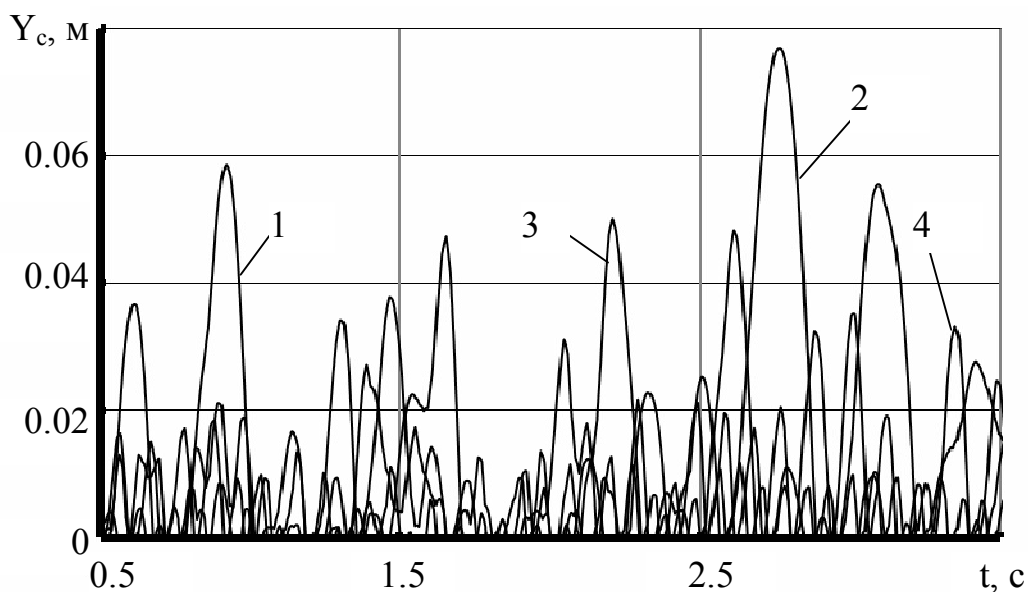
синусоидальными $X_s = a_N \sin(2\pi f t)$ - для поперечных колебаний, $Y_s = a_S \sin(2\pi f t)$ - для продольных колебаний. Здесь a_N, a_S - соответствующие амплитуды.



1 – $f = 140$ Гц; 2 – 180 Гц; 3 – 200 Гц

Рис. 1. Кривые подъема шарика по поверхности трубки:

$a_N = 0.0002$ м; $a_S = 0.0006$ м



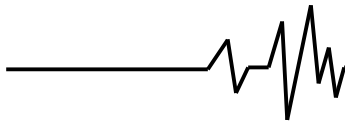
1 – $f = 210$ Гц; 2 – 220 Гц; 3 – 230 Гц; 4 – 240 Гц

Рис. 2. Кривые подъема шарика по поверхности трубки:

$a_N = 0.0002$ м; $a_S = 0.0006$ м

Из первого рисунка видно (на рисунках показан наиболее интересный временной интервал), что частицы для всех частот поднимаются на разные высоты, однако эти

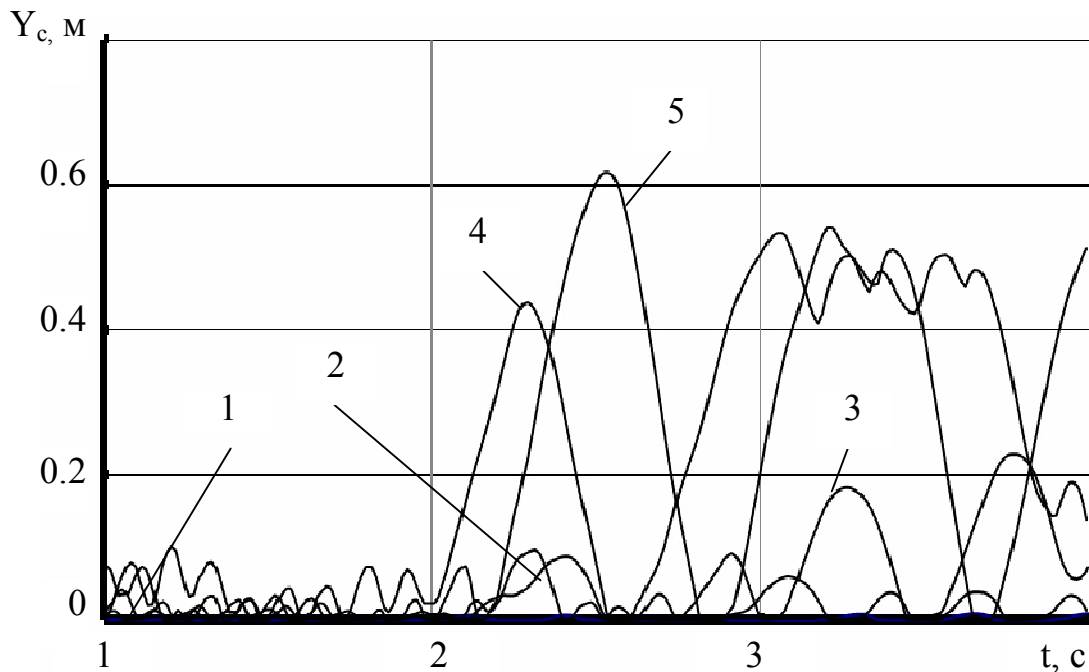
значения сравнительно небольшие. Наибольший подъем наблюдается для частоты $f = 180$ Гц, и он составляет немногим более 30 мм. На втором рисунке значительно



выделяется кривая, соответствующая $f = 220$ Гц (высшая точка здесь соответствует 75 мм), остальные кривые ниже. Из этих рисунков следует, что частота $f = 220$ Гц, возможно, соответствует некоторой резонансной частоте или, по крайней мере, близка к ней.

Таким образом, сформулированный математический аппарат показывает принципиальную возможность работы, представленного механизма подъема частицы.

Расчеты, результаты которых показаны на рис. 1, 2, проведены для случая, когда $H_s = 0.25R_c$. Важным фактором для высоты подъема является амплитуда a_s . На рис. 3 для $H_s = 0.5R_c$ показаны кривые подъема при различных амплитудах вертикальных колебаний стенки на частоте $f = 220$ Гц.



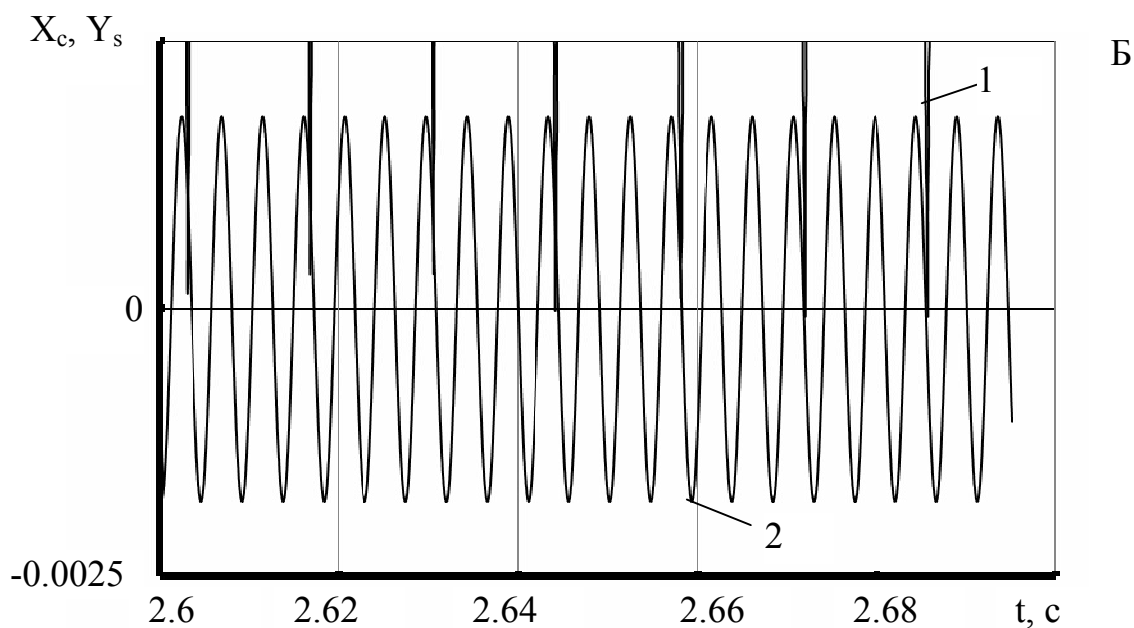
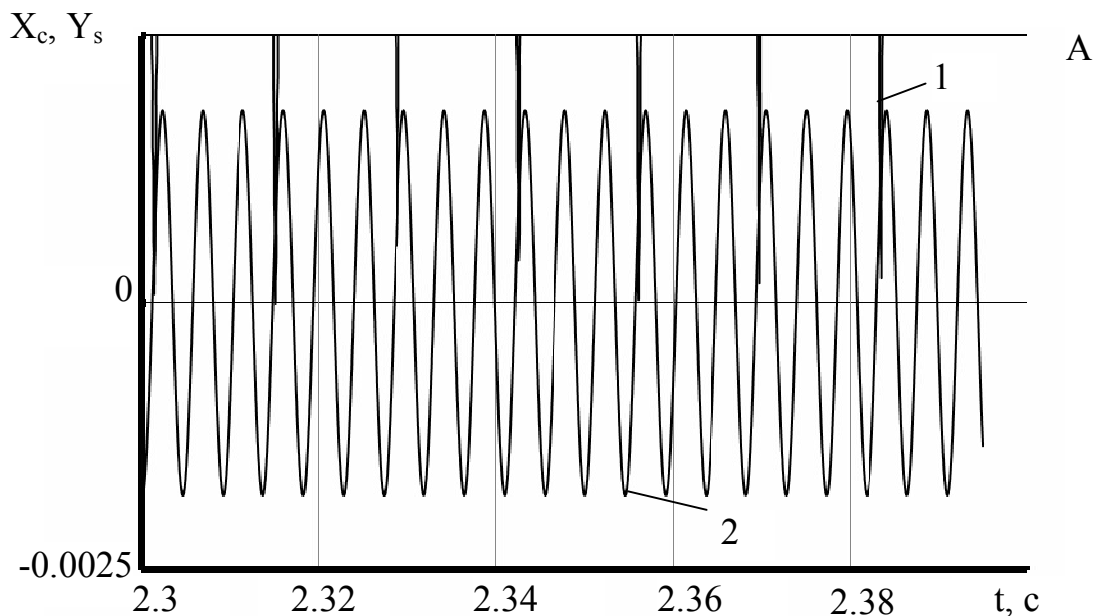
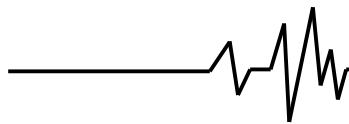
1 – $a_s = 0.0002$ м; 2 – 0.0006 м; 3 – 0.0010 м; 4 – 0.0014 м; 5 – 0.0018 м

Рис. 3. Кривые подъема шарика по поверхности трубки на частоте 220 Гц:

$$H_s = 0.5R_c, a_N = 0.0002 \text{ м}$$

Из рисунка следует, по крайней мере, на данном временном интервале, что с ростом a_s растет высота подъема частицы (максимальная высота здесь составляет 611 мм). В наших экспериментах амплитуды колебаний стенки a_s и a_N для частоты, при которой наблюдался этот эффект ($f = 240$ Гц), примерно одинаковы и по величине были меньше 0.1 мм. Больших амплитуд колебаний получать не удавалось, в связи с ограниченностью мощности вибрационной установки. Такая зависимость величины подъема частицы от вертикальной амплитуды колебаний стенки указывает на еще один

возможный резонансный механизм – при приближении частицы к стенке гидродинамическая составляющая увеличивается, при отдалении уменьшается, т.е. в момент подъема стенки на частицу, находящуюся вблизи, действует большая сила. В результате согласования периодов колебаний появляется еще одна составляющая подъемной силы, которая способствует движению частицы вверх. На рис. 4 А и Б показаны кривые X_c непосредственно у стенки в момент соударения с ней частицы и кривая вертикального синусоидального колебания стенки Y_s для $a_s = 0.0018$ м.

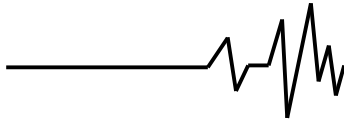


А – временной интервал 2.3-2.4 с; Б – временной интервал 2.6-2.7 с

Рис. 4. Кривые X_c (кривая 1) и Y_s (кривая 2) в непосредственной близости частицы к стенке

Интервалы времен примерно соответствуют наибольшим скоростям подъема и опускания частицы (см. рис. 3, кривая 5). Из рис. 4 следует, что в момент подъема (рис. 4А) кривая X_c находится слева от ближайшего пика Y_s , т.е. соударение частицы со стенкой происходит в момент подъема стенки. Из рис.

4Б видно, что X_c находится справа от Y_s , т.е. соударение происходит в момент опускания стенки. Кроме того, из рисунка следует, что период соударения частицы со стенкой примерно соответствует трем периодам колебания стенки. Таким образом, на показанных временных интервалах выполняются условия резонансного



воздействия стенки и жидкости на частицу. Вследствие нелинейности уравнений, такое совпадение попадает на различные временные участки колебаний. Возможно, что в реальном процессе есть условия для синхронизации отдельных колебательных звеньев системы, но в наших уравнениях это не учитывается.

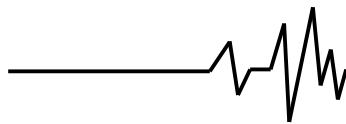
Заключение. Представленный в данной работе материал показывает, что предлагаемый для объяснения физического эффекта механизм принципиально работает и в такой сложной системе, которая математически сформулирована в виде уравнений (1)-(17). Из уравнений видно, да и расчеты показывают, что роль жидкости здесь довольно значительна. Она может не только вносить дополнительный вклад в динамику подъема, но и иметь, как бы свой собственный резонансный механизм, заключающийся в том, что при малых расстояниях от стенки до частицы скорость стенки направлена вверх, а при относительно больших скорость направлена вниз. В результате такого согласованного движения может возникнуть дополнительная составляющая силы, направленная вверх. Кроме того, в данной постановке практически не рассматривается поверхностная капиллярная динамика, которая также может организовать согласующиеся с частицей и стенкой действия, как в эффекте прыгающей капли [18, 19]. Все это указывает на то, что задача является довольно сложной и многопараметрической, поэтому нет оснований предполагать, что сформулированные уравнения являются окончательными. Об этом также свидетельствует небольшой обзор литературы, показанный выше, где отмечены различные факторы, которые могут оказать влияние на динамику системы. Учет этих факторов может привести к значительным усложнениям математической постановки задачи. Таким образом, дальнейшие исследования могут быть связаны не только с уточнением определяющих параметров, но и с принципиальной формулировкой постановки задачи. Об этом свидетельствует довольно значительная зависимость поведения системы от используемых параметров, а также даже качественное отличие поведения реальных частиц от теоретических вычислений. Необходимо также подчеркнуть, что указанная частота 240 Гц это величина, при которой эффект проявляется наиболее ярко. Есть отрезки частот, в которых подъем частиц выражен слабее. Это указывает на то, что при частоте 240 Гц, если следовать предлагаемому механизму, возникает хорошо синхронизированный режим подъема частиц.

Для других частот, возможно, возникают условия для согласования, но из-за нелинейности взаимодействия эти условия быстро нарушаются. В предложенном теоретическом рассмотрении пока не удалось выделить основной отрезок частот, в котором этот согласованный механизм проявлялся бы достаточно ярко. В предлагаемой модели в широком диапазоне частот, возникает резонансное взаимодействие, но время его действия различно для разных значений частот, вследствие чего вычисляемые кривые подъема слабо отличаются друг от друга. Однако, следует отметить, что на частоте 220 Гц высота подъема частицы выделяется от остальных и, в какой-то степени, приближается к экспериментальному значению.

В целом эффект представляет собой яркое сочетание и самосогласование действующих законов механики, но описание их для данной системы еще представляет значительные трудности.

Список использованных источников

1. Вибрации в технике: справочник в 6-ти томах. Колебания нелинейных механических систем / Под ред. И. И. Блехмана. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. – 351 с.
2. Вибрации в технике: справочник в 6-ти томах. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э. Э. Лавендела. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4. – 509 с.
3. Кубенко, В. Д. Динамика сферических тел в жидкости при вибрации / В. Д. Кубенко, В. М. Кузьма, Г. Н. Пучка. – Киев: Наукова думка, 1989. – 156 с.
4. Тепломассообмен и вибрация / В. Присняков, С. Бондаренко, В. Луценко [и др.]; под общ ред. В. Ф. Приснякова. – Одесса: Нептун-Технология, 2001. – 208 с.
5. Вибрационные эффекты во влажном сыпучем слое / В. И. Елисеев, В. И. Луценко, С. Г. Кравчина, А. В. Кривокрытов // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2012. – Вып. 107. – С. 250–256.
6. Надутый, В. П. Эффект подъема влажных частиц в вертикальной вибрирующей трубе / В. П. Надутый, В. И. Елисеев, В. И. Луценко // Вібрації в техніці та технологіях. – 2013. – № 1(69). – С. 31–36.
7. Зегжда, С. А. Соударение упругих тел / С. А. Зегжда. – СПб.: изд-во СПбГУ, 1994. – 272 с.
8. Аргатов, И. И. Об учете в осесимметричной задаче Герца касательных смещений на поверхности контакта /



И. И. Аргатов // ДАН, 2004. – Т. 395. – № 4. – С. 470–473.

9. Григорян, С. С. Разрешение парадокса сухого трения – парадокса Пэнлеве / С. С. Григорян // ДАН. – 2001. – Т. 379. – № 1. – С. 54–58.

10. Галанов, Б. А. Двучленный закон трения Б. В. Дерягина в скользящем контакте шероховатых упругих тел / Б. А. Галанов, И. К. Валеева, С. М. Иванов // Доповіди НАНУ. – 2010. – № 8. – С. 106–112.

11. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 904 с.

12. Сенницкий, В. Л. О силовом взаимодействии шара и вязкой жидкости в присутствии стенки / В. Л. Сенницкий // ПМТФ. – 2000. – Т. 41. – № 1. – С. 57–62.

13. Сенницкий, В. Л. О поведении пульсирующего твердого тела в вязкой жидкости в присутствии силы тяжести / В. Л. Сенницкий // ПМТФ. – 2001. – Т. 42. – № 5. – С. 93–97.

14. Иванова, А. А. Вибрационная подъемная сила, действующая на тело в жидкости вблизи твердой поверхности / А. А. Иванова, В. Г. Козлов, А. Ф. Кузьяев // ДАН. – 2005. – Т. 402. – № 4. – С. 488–491.

15. Иванова, А. А. Вибрационное гидродинамическое взаимодействие сферы с границами полости / А. А. Иванова, В. Г. Козлов, А. Ф. Кузьяев // МЖГ. – 2008. – № 2. – С. 31–40.

16. Сумм, Б. Д. Физико-химические основы смачивания и растекания / Б. Д. Сумм, Ю. В. Горюнов. – М.: Химия, 1976. – 232 с.

17. Волков, В. И. Экспериментальное исследование гистерезиса смачивания / В. И. Волков, С. С. Лескова, Е. Р. Кирколуп // Известия Алтайского гос. ун-та. – Барнаул: АлтГУ, 2006. – Вып. 49. – № 1. – С. 106–111.

18. Dong, L. Lateral vibration of a water drop and its motion on a vibrating surface / L. Dong, A. Chaudhury, M. K. Chaudhury // European Physical Journal. E. – 2006. – № 21. – P. 231–242.

19. Benilov, E. S. Drops climbing uphill on a slowly oscillating substrate / E. S. Benilov // Physical Review E. – 2010. – № 82. – P. 1–8.

20. Елисеєв, В. І. Тепломасообмен в бульбурьке, движущемся в многокомпонентном растворе / В. І. Елисеєв // Вісник ДНУ: Механіка. – Вип. 7. – Т. 1: – Дніпропетровськ, 2004. – С. 20–25.

Список источников в транслитерации

1. Vibratsii v tekhnike: spravochnik v 6-ti tomakh. Kolebaniya nelineynykh mekhanicheskikh

system / Pod red. I. I. Blekhmana. – M.: Mashinostroenie, 1979. – Т. 2. – 351 s.

2. Vibratsii v tekhnike: spravochnik v 6-ti tomakh. Vibratsionnye protsessy i mashiny / Pod red. E. E. Lavendela. – M.: Mashinostroenie, 1981. – Т. 4. – 509 s.

3. Kubenko, V. D. Dinamika sfericheskikh tel v zhidkosti pri vibratsii / V. D. Kubenko, V. M. Kuzma, G. N. Puchka. – Kiev: Naukova dumka, 1989. – 156 s.

4. Teplomassoobmen i vibratsiya / V. Prisyakov, S. Bondarenko, V. Lutsenko [i dr.] : pod obshch. red. V. F. Prisneakova/ – Odessa: Neptun-Tekhnologiya, 2001. – 208 s.

5. Vibratsionnye efekty vo vlazhnom sypuchem sloe / V. I. Yeliseyev, V. I. Lutsenko, S. G. Kravchina, A. V. Krivokorytov // Geotekhnicheskaya mekhanika: Mezhd. Sb. Nauch. Tr. / IGTM NAN Ukrainy. – Dnepropetrovsk, 2012. – Vyp. 107. – S. 250–256.

6. Nadutyi, V. P. Effekt podyema vlazhnykh chastits v vertikalnoy vibriruyushchey trube / V. P. Nadutyi, V. I. Yeliseyev, V. I. Lutsenko // Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnologiiakh. – 2013. – N 1 (69). – S. 31–36.

7. Zegzhda, S. A. Soudarenie uprugikh tel / S. A. Zegzhda. SPb.: izd-vo SPbGU, 1994. – 272 s.

8. Argatov, I. I. Ob uchete v osesimmetrichnoy zadache Gertsas kasatelnykh smeshcheniy na poverkhnosti kontakta / I. I. Argatov // ДАН, 2004. – Т. 395. – N 4. – С. 470–473.

9. Grigoryan, S. S. Razmeshchenie paradoksa sukhogo treniya – paradoksa Penleve / S. S. Grigoryan // ДАН. – 2001. – Т. 379. – N 1. – С. 54–58.

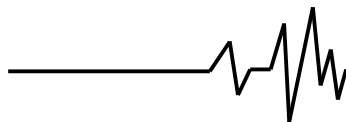
10. Galanov, B. A. Dvuchlennyy zakon treniya B. V. Deryagina v skolzyashchem kontakte sherokhovatykh uprugikh tel / B. A. Galanov, I. K. Valeeva, S. M. Ivanov // Dopovidi NANU. – 2010. – N 8. – S. 106–112.

11. Loytsyanskiy, L. G. Mekhanika zhidkosti i gaza / L. G. Loytsyanskiy. – M.: Nauka, 1970. – 904 s.

12. Sennitskiy, V. L. O silovom vzaimodeystvii shara i vyazkoy zhidkosti v prisutstvii stenki / V. L. Sennitskiy // PМTF. – 2000. – Т. 41. – N 1. – С. 57–62.

13. Sennitskiy, V. L. O povedenii pulsiruyushchego tverdogo tela v vyazkoy zhidkosti v prisutstvii sily tyazhesti / V. L. Sennitskiy // PМTF. – 2001. – Т. 42. – N 5. – С. 93–97.

14. Ivanova, A. A. Vibratsionnaya podemnaya sila, deystvuyushchaya na telo v zhidkosti vbkizi tverdogo poverkhnosti /



A. A. Ivanova, V. G. Kozlov, A. F. Kuzyaev // DAN. – 2005. – Т. 402. – N 4. – S. 488-491.

15. Ivanova, A. A. Vibratsionnoe gidrodinamicheskoe vzaimodeystvie sfery s granitsami polosti / A. A. Ivanova, V. G. Kozlov, A. F. Kuzyaev // MZHG. – 2008. – N 2. – S. 31-40.

16. Summ, B. D. Fiziko-khimicheskie osnovy smachivaniya i rastekaniya / B. D. Summ, Yu. V. Goryunov. – M.: Khimiya, 1976. – 232 s.

17. Volkov, V. I. Eksperimentalnoe issledovanie gisterezisa smachivaniya / V. I. Volkov, S. S. Leskova, E. R. Kirkolup // Izvestiya Altayskogo gos. un-ta. – Barnaul: AltGU, 2006. – Vyp. 49. – N 1. – S. 106-111.

18. Dong, L. Lateral vibration of a water drop and its motion on a vibrating surface / L. Dong, A. Chaudhury, M. K. Chaudhury // European Physical Journal. E. – 2006. – № 21. – P 231-242.

19. Benilov, E. S. Drops climbing uphill on a slowly oscillating substrate / E. S. Benilov // Physical Review E. – 2010. – № 82. – P. 1-8.

20. Yeliseyev, V. I. Teplomassoobmen v puzyrke, dvizhushchemsya v mnogokomponentnom rastvore / V. I. Yeliseev // Visnyk DNU: Mekhanika. – Vyp. 7. – Т. 1. – Dnipropetrovsk, 2004. – S. 20-25.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПІДЙОМУ ЧАСТКИ З ВОЛОГОГО ДИСПЕРСНОГО ШАРУ ПО ВЕРТИКАЛЬНІЙ СТІНЦІ ВІБРУЮЧОЇ ТРУБКИ

Анотація. У роботі представлена наближена математична модель виявленого експериментально фізичного ефекту підйому вологих часток сипкого шару по вертикальній стінці, що коливається. У основу покладений резонансний механізм дії твердої поверхні на частку, яка утримується на стінці силою поверхневого натягнення. Математично задача сформульована у вигляді рівнянь руху для частки кулястої форми. Розрахунки показали, що в результаті узгодженої дії стінки і плівки рідини на певних частотах, частка може підніматися вгору, при цьому час

узгодженої взаємодії досить обмежений і залежить від частоти. Таким чином, в результаті постановки задачі та її рішення принципово показано, що запропонований в моделі механізм працює, хоча відмінність теоретичних результатів від експериментальних досить значна. Враховуючи, що у формулюванні задачі бере участь великий набір параметрів, які досить складно визначити, потрібні подальші теоретичні і експериментальні дослідження.

Ключові слова: вібрація, частота, резонанс, трубка, частка, модель, капілярні сили.

THE MATHEMATICAL MODEL OF LIFTING PARTICLE FROM WET DISPERSED LAYER ON THE VERTICAL WALL OF THE VIBRATING PIPE

Annotation. The approximate mathematical model of the physical effect of lift moist particles loose layer on an oscillating vertical wall is represented in the paper. This effect was observed experimentally. Mechanism of resonant action solid surface on the particle is the basis of the model. The surface tension holds the particle on the wall. Mathematically, the problem is formulated in the form of the equations of motion for a particle of spherical shape. The calculations have shown that the particle can rise up at certain frequencies. This occurs as a result of the harmonization action the wall and the liquid film. But, the time of this coordinated interaction limited and depends on the frequency. Thus, in principle shown, that the mechanism proposed in the model works. However, the difference between the theoretical and experimental results is quite large yet. Further theoretical and experimental studies are required because there is a large set of parameters in the problem formulation. These parameters are difficult to determine.

Key words: vibration, frequency, resonance, pipe, particle, mathematical model, capillary forces.