



Савченко О. В.

Чернігівський  
національний  
технологічний  
університет

Savchenko O.V.

Chernihiv National  
Technological  
University

УДК 539.3:534.1

## ОПТИМІЗАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНИХ БАГАТОШАРОВИХ ОБОЛОНОК

У статті розглядаються задачі глобальної і багатокритеріальної топологічної оптимізації багатошарових оболонок, складених із шарів матеріалів із різними властивостями, за критеріями максимального демпфірування, мінімальної маси тощо.

Для побудови математичної моделі композитних конструкцій, яка враховує особливості взаємодії складових елементів і в'язкопружні властивості матеріалів, використовується напіваналітичний метод скінченно-елементного моделювання у просторі інтегральних перетворень Фур'є. Для визначення оптимальної комбінації матеріалів шарів конструкції використовується варіант класичного генетичного алгоритму.

Представлено приклади пошуку оптимальних проектів пакетів шарів для 15-шарової пологої оболонки.

**Ключові слова:** топологічна оптимізація, багатошарові оболонки, демпфірування, генетичні алгоритми, скінченно-елементне моделювання, інтегральне перетворення Фур'є.

**Вступ.** При проектуванні машинобудівних конструкцій для роботи в умовах динамічних навантажень виникає проблема оптимального вибору матеріалів та їх розміщення у конструкції, наприклад, при плануванні розміщення демпфіруючих і несучих елементів із метою підвищення ефективності їх функціонування. Метою оптимізації може бути зміна частотного спектра, збільшення декрементів коливаль, підвищення характеристик міцності тощо.

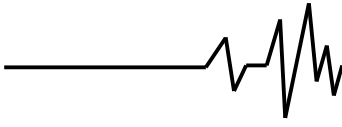
До особливостей проектування композитних конструкцій слід віднести велику кількість проектних параметрів і багатоекстремальність задач оптимізації, необхідність програмного обчислення цільових функцій і градієнтів, що часто призводить до неможливості використання класичних методів оптимізації. Стосовно задач динаміки в'язкопружних конструкцій з'являються додаткові труднощі, пов'язані з вибором методів розв'язання рівнянь динаміки. До проектних параметрів та змінних стану можуть пред'являтися обмеження на діапазон прийнятних рішень. Як відомо, врахування обмежень суттєво ускладнює одержання розв'язку у класичних методах оптимізації, у зв'язку з чим необхідно віддати перевагу методам, які є нечутливими до характеру зміни критеріїв оптимізації і принципово не ускладнюються при наявності обмежень. Такі

методи розробляються на основі еволюційних, зокрема генетичних, алгоритмів, які використовують елементи теорії спадковості Дарвіна [1, 2]. Генетичні алгоритми мають суттєві переваги перед класичними пошуковими методами, не кажучи вже про методи простого перебору, і дозволяють з великою долею вірогідності знаходити глобальні екстремуми.

**Постановка задачі.** У представлений роботі розглядається методика оптимізації багатошарових оболонок з шарами в'язкопружних матеріалів, армованих волокнами.

При проектуванні багатошарових конструкцій можна використати два шляхи одержання оптимального проекту: модифікація матеріалу і модифікація конструкції. Приклади першого підходу наведено в [3-5]. Другий підхід називають топологічною оптимізацією або оптимізацією форми.

Задача глобальної оптимізації полягає у виборі порядку розташування шарів матеріалів із заданими параметрами, зокрема кутами і коефіцієнтами армування, з метою забезпечення оптимуму критерію оптимізації, яким може бути декремент коливаль, перша частота, швидкість затухання коливаль тощо. Задача вибору послідовності шарів із заданими параметрами при наявності великої кількості шарів не може бути розв'язана простим



перебором. Наприклад, для 15-шарового пакета необхідно розглянути понад  $1,308 \cdot 10^{12}$  варіантів.

Для багатокритеріальної оптимізації задача ще більш ускладнюється, оскільки необхідно задовольнити декілька критеріїв оптимальності, які часто є конкуруючими, тому поняття "оптимальний проект" при багатокритеріальній оптимізації є до деякої міри некоректним, оскільки одержати розв'язок, який задовольняє умови екстремальності одночасно всіх заданих критеріїв, неможливо, і необхідно розглядати компромісні варіанти. У цьому випадку визначення оптимальних рішень можливе тільки на основі принципу Парето [6], відповідно до якого розв'язок називається непокрещуваним, якщо у допустимій множині розв'язків не існує іншого розв'язку, який за усіма критеріями не гірше, а хоч би за одним критерієм строго краще, ніж цей розв'язок. Множину таких точок-розв'язків називають множиною Парето, а їх відображення в критеріальному просторі – фронтом Парето.

**Метод оптимізації.** Основна ідея методу оптимізації на основі генетичних алгоритмів полягає у створенні популяції індивідів, кожен з яких має вигляд хромосоми, що складається з генів, які представляють набір спадкових ознак – проектних параметрів. Кращий з індивідів вибирається у процесі еволюційного пошуку у відповідності з прийнятою функцією пристосованості. Процес еволюційного пошуку реалізується з використанням операторів, аналогічних біологічним процесам схрещування, мутації, інверсії. Популяція оновлюється з кожним поколінням за рахунок генерації нових індивідів і видалення старих, у результаті кожна нова популяція виявляється кращою з точки зору відповідності вимогам функції пристосованості (цільової функції).

У застосованому в роботі варіанті класичного генетичного алгоритму розглядається популяція індивідів – векторів, що описують конструкцію.

Для кожного покоління популяції здійснюється схрещування набору пар особин, обраних за допомогою рулеткового алгоритму, тобто ймовірність вибору деякого індивіда для схрещування обернено пропорційна його позиції в рейтингу за значенням цільової функції. Для схрещування використовується оператор двоточкового кросинговеру. Крім того, для деяких індивідів здійснюється мутація, у випадку якої один із генів індивіда змінюється на нове випадкове число у заданому діапазоні. Нова популяція складається з індивідів, отриманих шляхом схрещування і мутації, а

також частини найбільш пристосованих точок попередньої популяції, тобто точок із найкращим значенням цільової функції. Ця процедура повторюється на протязі фіксованої кількості поколінь.

Результатом розв'язання задачі глобальної оптимізації є порядок шарів матеріалів із заданими властивостями, який забезпечує мінімум або максимум вибраного критерію оптимізації. Для задачі багатокритеріальної оптимізації у результаті виконання програми визначається множина невідомованих розв'язків, апроксимуючих множину Парето для даної задачі, і відповідний невідомований фронт. Для одержання єдиного розв'язку далі необхідно залучити додаткові міркування про відносну важливість критеріїв [6], тобто необхідно використовувати умови, за якими серед критеріїв оптимізації вибираються більш і менш прийнятні. Ця функція виконується проектувальником.

**Побудова математичної моделі коливань оболонки.** У даній роботі розглядається полога оболонка, виготовлена з шарів армованого волокнами матеріалу з в'язкопружними властивостями. Для побудови математичної моделі, яка враховує особливості взаємодії складових елементів (для оболонки – шарів) і в'язкопружні властивості матеріалів, у [7, 8] запропоновано напіваналітичний метод скінченно-елементного моделювання у просторі інтегральних перетворень Фур'є. При цьому для опису розсіяння енергії у матеріалі виявилось можливим коректно використати комплексні модулі, зв'язати розсіяння енергії з напружено-деформованим станом матеріалу, врахувати частотну та температурну залежність розсіяння енергії, поставити і розв'язати задачі проектування конструкцій з максимальними демпфіруючими властивостями та задачі оптимального розміщення елементів пасивного демпфірування, зокрема для оболонок, частково вкритих демпфіруючим матеріалом.

Згідно із запропонованим методом на першому етапі розглядається моношар оболонки, після чого проводиться синтез багат шарової оболонки у відповідності з умовами з'єднання шарів.

Для побудови скінченно-елементної моделі моношару використовується апроксимація переміщень по товщині (вісь  $z$ ) у вигляді поліномів Лагранжа, а у двох інших напрямках (осі  $x, y$ ) – у вигляді ортогональних рядів Фур'є.

Розглянемо приклади синтезу багат шарової полової оболонки з шарами в'язкопружних композиційних матеріалів (рис. 1).

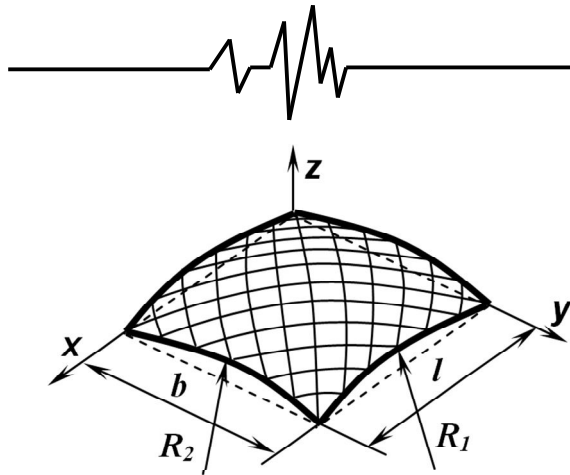


Рис. 1. Розрахункова схема пологої оболонки

Приймаємо кусково-лінійну апроксимацію переміщень по товщині оболонки і глобальну (з урахуванням граничних умов) по координатах  $x, y$ . Зокрема, при шарнірному закріпленні –

$$\begin{aligned} N_{xyu} &= \cos \alpha x \sin \beta y, \\ N_{xyv} &= \sin \alpha x \cos \beta y, \\ N_{xyw} &= \sin \alpha x \sin \beta y, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\left( \alpha = \frac{m\pi}{l}, \beta = \frac{n\pi}{b}, m, n = 1, 2, \dots \right).$$

З урахуванням прийнятої апроксимації визначимо матрицю динамічної жорсткості шару, розглядаючи його як скінченний елемент,

$$Z(i\omega) = K(i\omega) + (i\omega)^2 M, \quad (2)$$

де  $K(i\omega)$  – матриця жорсткості шару, яка залежить від комплексних модулів матеріалу,  $M$  – матриця мас,  $\omega$  – частота коливань,  $i = \sqrt{-1}$ .

Для багат шарової оболонки матриці динамічної жорсткості шарів об'єднуються у глобальну матрицю

$$GZ(i\omega) = GK(i\omega) + (i\omega)^2 GM \quad (3)$$

у відповідності з кінематичними умовами з'єднання шарів шляхом прирівнювання відповідних переміщень контактуючих вузлових поверхонь (рис. 2).

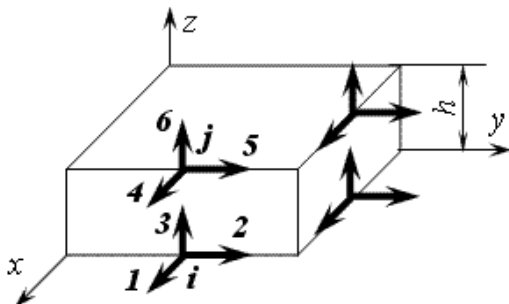


Рис. 2. Елемент шару оболонки

Для аналізу розсіяння енергії розглядається нелінійна задача на власні значення

$$GZ(i\omega)q = 0. \quad (4)$$

Власні числа і вектори матриці  $GZ(i\omega)$  можна визначити за методикою, запропонованою у [8].

Декремент коливань можна визначити за відомими власними значеннями (комплексними частотами) матриці  $GZ(i\omega)$ :

$$\delta_k = \pi \cdot \arctg \frac{\omega''}{\omega'} \approx 2\pi \frac{\omega''}{\omega'}, \quad (5)$$

де  $\omega_k = \omega'_k + i\omega''_k$  – комплексна частота коливань, відповідна  $k$ -й формі.

**Приклади оптимізації.** Нижче наведено результати розв'язання декількох задач оптимізації – вибору послідовності розташування матеріалів із заданими характеристиками у пакеті шарів оболонки. Розглядалася 15-шарова полого оболонка (рис. 3) з такими початковими параметрами:

- габаритні розміри оболонки  $4 \times 4$  м;
- кривизни:  $k_1 = 0,001$  1/м,  $k_2 = 0,001$  1/м;
- комплексні модулі армуючого матеріалу: об'ємний модуль

$$K_1 = 4 \cdot 10^{11} + 4 \cdot 10^8 i \text{ Па}, \quad \text{модуль зсуву}$$

$$G_1 = 0,8 \cdot 10^{11} + 0,8 \cdot 10^8 i \text{ Па}, \quad \text{густина}$$

$$\rho_1 = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad \text{комплексні модулі матеріалу}$$

основи: об'ємний модуль

$$K_2 = 4 \cdot 10^9 + 4 \cdot 10^8 i \text{ Па}, \quad \text{модуль зсуву}$$

$$G_2 = 0,8 \cdot 10^9 + 0,8 \cdot 10^8 i \text{ Па}, \quad \text{густина}$$

$$\rho_2 = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

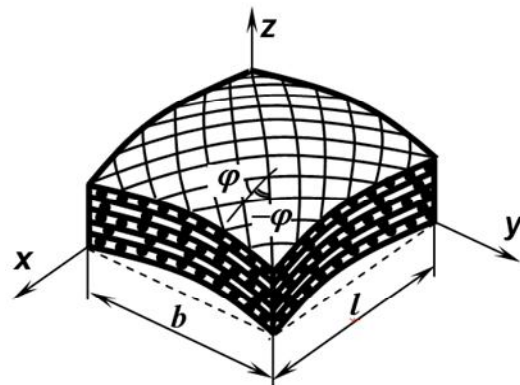
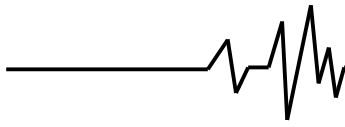


Рис. 3. Багат шарова полого оболонка



Компоненти матриці комплексних модулів композиційного матеріалу шарів визначалися за методикою, наведеною у [7], густина – за правилом сумішей  $\rho_{E\Phi} = \eta\rho_1 + (1 - \eta)\rho_2$  ( $\eta$  – коефіцієнт армування).

Критеріями оптимізації вибиралися декремент коливань на першій згинальній формі, швидкість затухання коливань, максимальна або мінімальна перші частоти.

Вибір матеріалів проводився із заданого набору, наведеного в табл. 1.

Таблиця 1

Початковий перелік параметрів заданих матеріалів

№ матеріалу	Кут армування	Коефіцієнт армування	№ матеріалу	Кут армування	Коефіцієнт армування
0	0	0,25	8	□/3	0,75
1	□/12	0,25	9	□/4	0,75
2	□/10	0,25	10	□/6	0,75
3	□/8	0,25	11	□/8	0,75
4	□/6	0,25	12	□/10	0,75
5	□/4	0,25	13	□/12	0,75
6	□/3	0,25	14	0	0,75
7	□/2	0,5			

Товщини шарів приймалися однаковими –  $h = 0,001$  м.

Форми коливань –  $n = 1, m = 1$ .

При виборі цільовою функцією декременту коливань одержано оптимальний пакет шарів, який забезпечує максимум декременту на першій згинальній формі:

$$x_{opt} = [7, 7, 7, 7, 7, 6, 6, 5, 5, 4, 4, 1, 14, 14, 14], \Delta_{opt} = 0,2265.$$

Для порівняння визначено декремент для довільних наборів шарів:

$$x = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], \Delta = 0,0595;$$

$$x = [14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14], \Delta = 0,0528.$$

Осцилограму вільних коливань оболонки на першій формі згинальних коливань для оптимального набору шарів наведено на рис. 4.

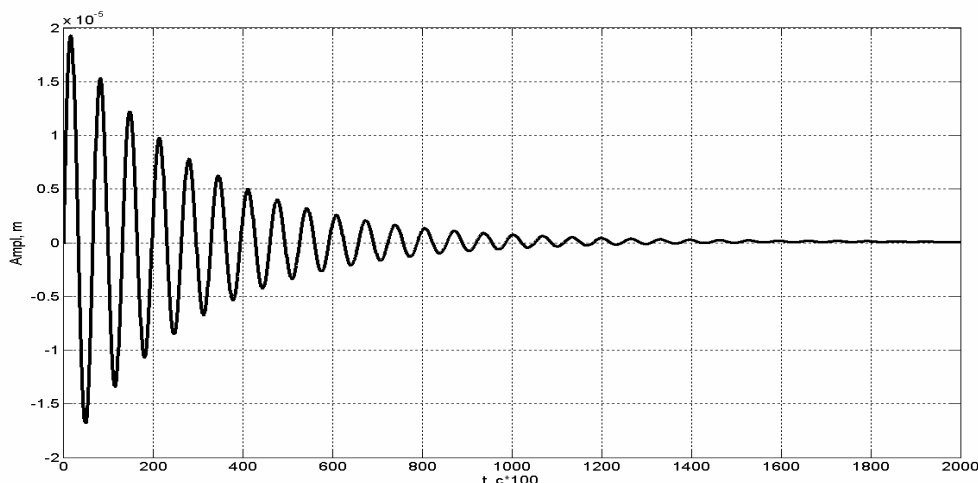
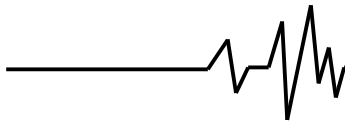


Рис. 4. Осцилограма вільних коливань оболонки при оптимізації за максимальним декрементом коливань:  $\Delta_{opt} = 0,2265$



При виборі критерієм оптимізації мінімальної частоти одержано такий пакет шарів:

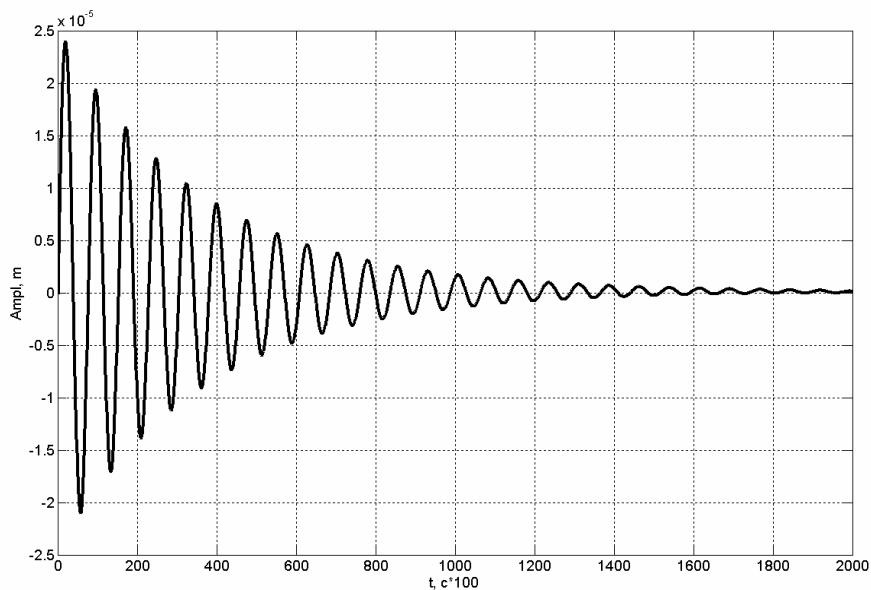
$$x_{opt} = [7, 7, 7, 7, 7, 6, 5, 5, 10, 3, 0, 0, 0, 0, 0], \omega_{min} = 8,4693 \text{ 1/c}.$$

Для порівняння – мінімальна частота для інших варіантів:

$$x = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], \omega = 12,5963 \text{ 1/c};$$

$$x = [14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14], \omega = 16,2645 \text{ 1/c}.$$

Осцилограму вільних коливань оболонки на першій формі згинальних коливань для оптимального набору шарів показано на рис. 5.



**Рис. 5. Осцилограма вільних коливань оболонки при оптимізації за мінімальною частотою:  $\omega_{min} = 8,4693 \text{ 1/c}$**

Декремент коливань у динаміці конструкцій не є єдиним параметром, який визначає затухання коливань. У багатьох випадках більш суттєвим є швидкість затухання коливань, яка є пропорційною добутку декременту на частоту на даній формі.

Врахування частоти побічно впливає на жорсткість оболонки і не допускає значного зниження коефіцієнта армування.

При виборі критерієм оптимізації добутку декременту на частоту одержано такі результати:

$$x_{opt} = [9, 9, 9, 5, 4, 4, 4, 3, 1, 0, 0, 14, 14, 14, 14],$$

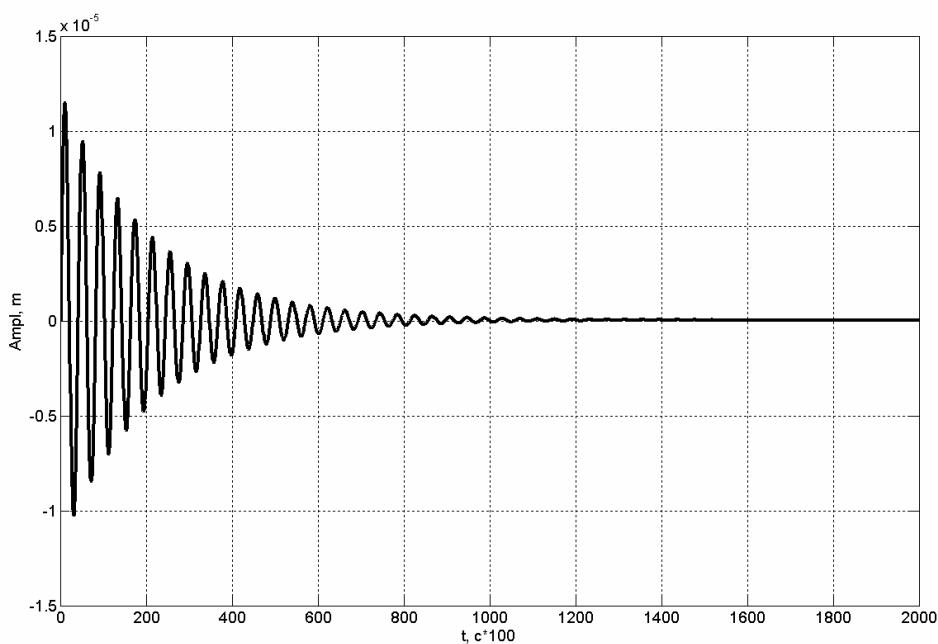
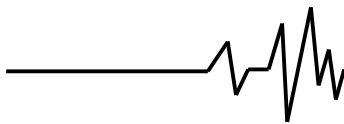
$$\Delta\omega_{max} = 3,0180, \Delta = 0,1911, \omega = 15,8 \text{ 1/c}.$$

Осцилограму вільних коливань оболонки на першій формі згинальних коливань для оптимального набору шарів наведено на рис. 6.

Для порівняння швидкість затухання коливань для довільного набору шарів:

$$x = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], \Delta\omega = 0,7498;$$

$$x = [14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14], \Delta\omega = 0,8696.$$

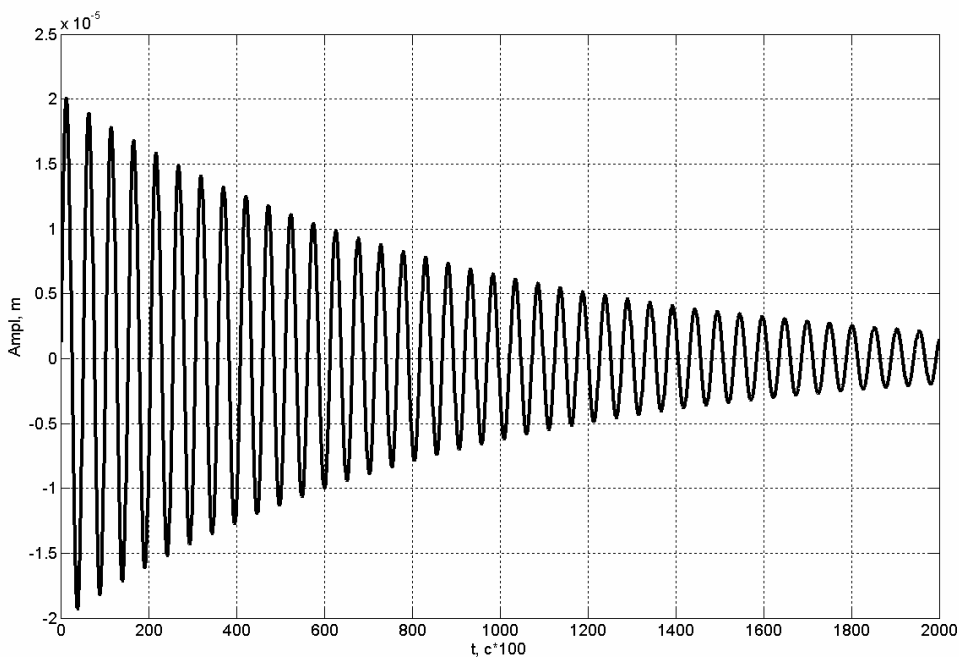


**Рис. 6. Осцилограма вільних коливань оболонки при оптимізації за швидкістю затухання коливань:  $\Delta\omega_{\max} = 3,0180$**

Нижче показано осцилограми коливань для довільних пакетів шарів (рис. 7, а, б). Як видно, для оптимальних оболонок початкова амплітуда є меншою і швидкість затухання коливань є більшою.

Необхідно зазначити, що одержана структура оптимальних проектів оболонок

схожа на тришарову з більшим коефіцієнтом армування у зовнішніх шарах і меншим у внутрішніх. Різні кути та коефіцієнти армування прийнятих матеріалів показують необхідність постановки задачі оптимізації багатошарових оболонок з урахуванням демпфірування.



а)

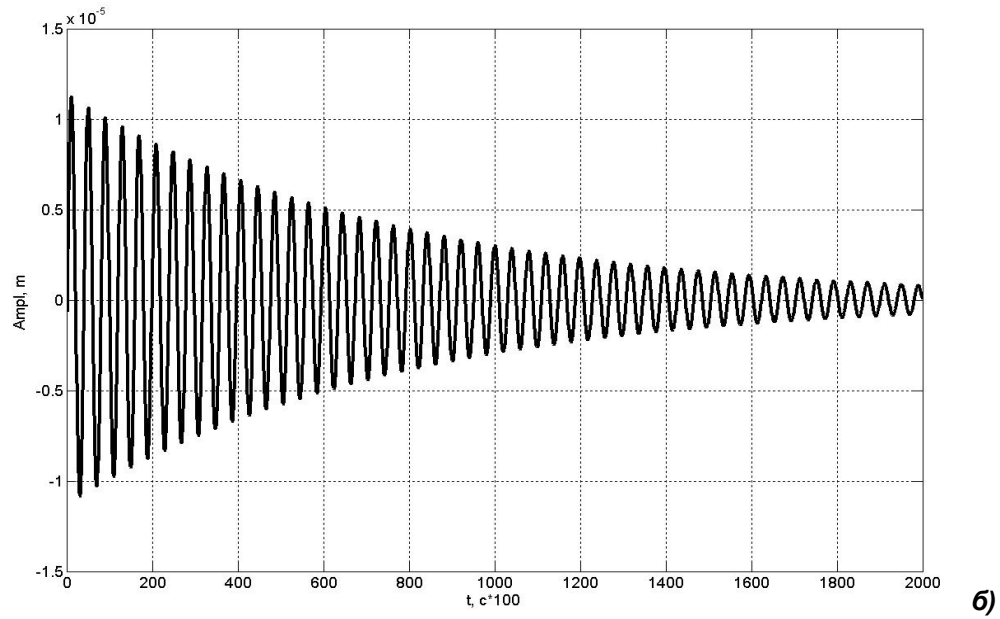
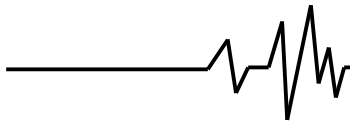


Рис. 7. Осцилограми вільних коливань оболонки для довільних пакетів шарів:

- а)  $x = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$ ;  
 б)  $x = [14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14, 0, 14]$

Далі наведено результати оптимізації оболонки за декількома векторними критеріями.  
 1. Оболонка з максимальним декрементом і мінімальною масою.  
 Векторний критерій оптимальності:  
 $\Phi(x) = [-dekr1, \text{mass}] \rightarrow \min$ ,  
 де  $dekr1$  – декремент коливань, відповідний першій формі згинальних коливань,  $\text{mass}$  –

маса елемента оболонки розмірами  $1 \times 1 \times H$  м ( $H$  – товщина оболонки).  
 Результати визначення оптимальних значень вектора параметрів проектування представлено на рис. 8 у вигляді множини оптимальних розв'язків (фронт Парето). Для двокритеріальної задачі фронт Парето являє собою точки, що лежать на деякій кривій.

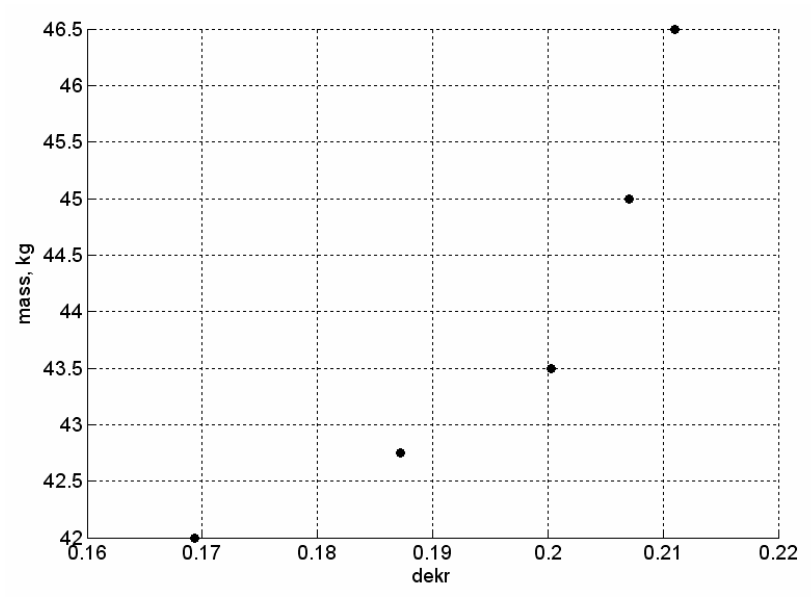
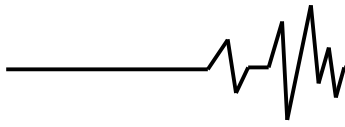


Рис. 8. Фронт Парето при оптимізації 15-шарової пологої оболонки за критеріями максимального декремента і мінімальної маси



Кожній точці на рис. 8 відповідає вектор проектних параметрів, який являє собою

порядок номерів матеріалів із заданого набору. Результати розрахунку наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Результати оптимізації 15-шарової пологої оболонки за критеріями максимального декремента і мінімальної маси

№ точки	<i>dekr, mass</i>	$x_{opt}$
1	0,2110 46,5000	[7 7 7 6 6 5 5 4 4 3 0 14 14 0 0]
2	0,2071 45,0000	[7 7 7 6 6 5 5 4 4 3 0 0 14 0 0]
3	0,2003 43,5000	[7 7 7 6 6 5 5 4 4 3 0 0 0 0 0]
4	0,1872 42,7500	[7 7 6 6 5 5 5 4 4 2 0 0 0 0 0]
5	0,1694 42,0000	[7 6 6 6 6 5 5 4 4 3 0 0 0 0 0]

2. Оболонка с максимальним добутком декремента коливань і частоти та мінімальною масою.

Критерій оптимізації приймали у вигляді:

$$\Phi(x) = [-dekr1 * om1, mass] \rightarrow \min .$$

Добуток декремента коливань і частоти на даній формі визначає швидкість затухання коливань.

Фронт Парето для оптимальної оболонки показано на рис. 9.

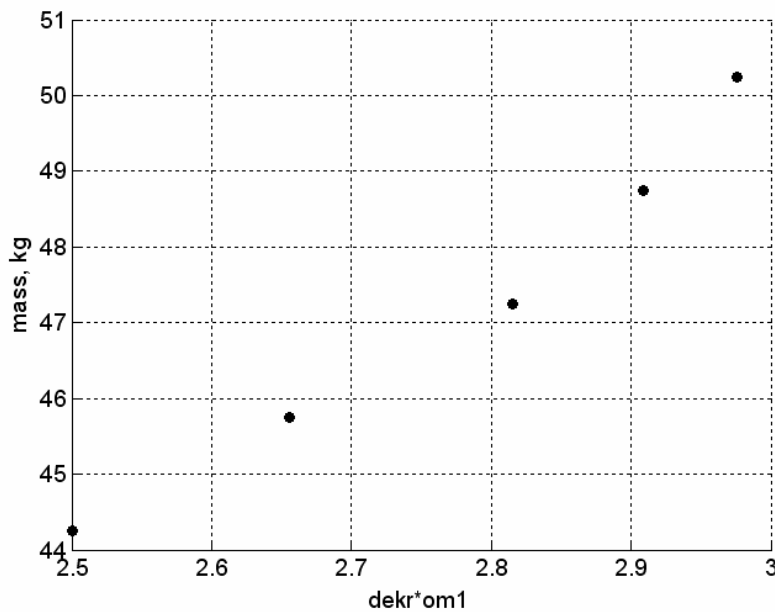


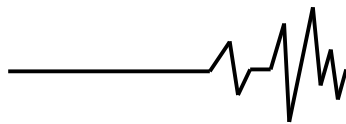
Рис. 9. Фронт Парето при оптимізації 15-шарової пологої оболонки за критеріями максимальної швидкості затухання коливань і мінімальної маси

Результати розрахунку наведено в табл. 3.

Таблиця 3

№ точки	<i>dekr, mass</i>	$x_{opt}$
1	2,6556 45,7500	[9 5 5 5 4 4 4 3 0 0 0 0 0 14 14]
2	2,8154 47,2500	[9 9 5 5 4 4 4 3 1 0 0 0 0 14 14]
3	2,5008 44,2500	[9 5 5 5 4 4 4 3 0 0 0 0 0 0 14]
4	2,9760 50,2500	[9 9 9 5 4 4 4 3 0 0 0 0 14 14 14]
5	2,9083 48,7500	[9 9 5 5 4 4 4 3 1 0 0 0 14 14 14]





**Висновки.** Підсумовуючи вищесказане, можна стверджувати, що для багат шарових елементів (стержнів, пластин, оболонки) можна знаходити оптимальний проект, розміщуючи шари матеріалів зі сталими характеристиками у послідовності, яка забезпечує оптимальне значення вибраних критеріїв оптимізації. Необхідність використання представленого методу може бути обумовленою технологічним процесом створення пологих оболонки і пластин. Розроблену методику можна узагальнити на більшу кількість елементів, а також використати для визначення оптимального розміщення пасивних демпфуючих елементів у багат шарових конструкціях.

#### Список використаних джерел

1. Randy L. Haupt. Practical Genetic Algorithms: second edition / Randy L. Haupt, Sue Ellen Haupt. – Wiley-Interscience, 2004. – J. Wiley & Sons. – 253 p.
2. Гладков Л. А. Генетические алгоритмы: Учебное пособие / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2006. – 320 с.
3. Савченко О. В. Метод пошуку глобального екстремуму в задачах оптимізації конструкцій з композиційних матеріалів / О. В. Савченко, І. О. Савченко // Вісник Чернігівського державного технологічного ун-ту. – Чернігів: ЧДТУ, 2009. – № 36. – С. 72-81.
4. Дубенець В. Г. Задачі глобальної оптимізації багат шарових оболонки із максимальним демпфуванням / В. Г. Дубенець, О. В. Савченко // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: зб. наук. праць. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2011. – № 45. – С. 48-55.
5. Савченко О. В. Еволюційні алгоритми глобальної оптимізації композитних оболонки за критерієм максимального демпфування / О. В. Савченко // Вісник Чернігівського державного технологічного ун-ту. – Чернігів: ЧДТУ, 2011. – № 54. – С. 6-12.
6. Лотов А. В. Многокритериальные задачи принятия решений / А. В. Лотов, И. И. Пospelova. – М.: МГУ, 2008. – 197 с.
7. Дубенець В. Г. Колебания демпфированных композитных конструкций / В. Г. Дубенець, В. В. Хильчевский. – Київ: Вища школа, 1995. – Т. 1. – 226 с.
8. Савченко Е. В. Пассивное демпфирование колебаний композитных конструкций: монография / Е. В. Савченко. –

Нежин: ООО "Вид-во "Аспект-Поліграф", 2006. – 232 с.

#### Список джерел в транслітерації

1. Randy L. Haupt. Practical Genetic Algorithms: second edition / Randy L. Haupt, Sue Ellen Haupt. – Wiley-Interscience, 2004. – J. Wiley & Sons. – 253 p.
2. Gladkov L. A. Geneticheskiye Algoritmy: Uchebnoye posobiye / L. A. Gladkov, V. V. Kyreychik, V. M. Kyreychik. – 2-ye izd. – М.: Fizmatlit, 2006. – 320 s.
3. Savchenko O. V. Metod poshuku hlobalnoho ekstremumu v zadachakh optymizatsii konstruksii z komposytsiinykh materialiv / O. V. Savchenko, I. O. Savchenko // Visnyk Chernihivskoho derzhavnoho tekhnologichnoho un-tu. – Chernihiv: CDTU, 2009. – № 36. – S. 72-81.
4. Dubenets V. H. Zadachi hlobalnoi optymizatsii bahatosharovykh obolonok iz maksymalnym dempfirovanniam / V. H. Dubenets, O. V. Savchenko // Avtomatyzatsiia vyrobnychykh protsesiv u mashynobuduvanni ta pruladobuduvanni: zb. nauk. prats. – Lviv: Vud-vo Lvivskoi politekhniki, 2011. – № 45. – S. 48-55.
5. Savchenko O. V. Evoliutsiini alhorytmy hlobalnoi optymizatsii kompozytnykh obolonok za kryteriiem maksymalnoho dempfirovannia / O. V. Savchenko // Visnyk Chernihivskoho derzhavnoho tekhnologichnoho un-tu. – Chernihiv: CDTU, 2011. – № 54. – S. 6-12.
6. Lotov A. V. Mnogokriterialnye zadachi prinyatiya resheniy / A. V. Lotov, I. I. Pospelova. – М.: MGU, 2008. – 197 s.
7. Dubenets V. H. Kolebaniya dempfirovannykh kompositnykh konstruksiy / V. H. Dubenets, V. V. Khilchevskiy. – Kyiv: Vyshcha shkola, 1995. – Т. 1. – 226 s.
8. Savchenko E. V. Passivnoye dempfirovaniye kolebaniy kompositnykh konstruksiy: monografiya / E. V. Savchenko. – Nezhin: ООО "Vud-vo "Aspekt-Poligraf", 2006. – 232 s.

#### ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК

**Анотація.** В статті розглядаються задачі глобальної і многокритеріальної топологічної оптимізації многослойних оболонок со слоями материалов с разными свойствами по критериям максимального демпфирования, минимальной массы и т.д.



Для построения математической модели композитных конструкций, которая учитывает особенности взаимодействия составляющих элементов и вязкоупругие свойства материалов, используется полуаналитический метод конечно-элементного моделирования в пространстве интегральных преобразований Фурье. Для определения оптимальной комбинации материалов слов используется вариант классического генетического алгоритма.

Представлены примеры поиска оптимальных проектов пакетов слоев для 15-слойной пологой оболочки.

**Ключевые слова:** топологическая оптимизация, многослойные оболочки демпфирование, генетические алгоритмы, конечно-элементное моделирование, интегральное преобразование Фурье.

#### OPTIMIZATION OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF COMPOSITE MULTILAYERED SHELLS

**Annotation.** This paper is dedicated to the problems of global and multi-criteria shape optimization of multilayered shells consisting of

layers of materials with different properties, considering maximum damping, minimum weight criteria etc.

Semi-analytical finite element method in Fourier transform space is used to create a mathematical model of composite structures, considering interaction specifics of constituent elements and viscoelastic properties of materials. Classical genetic algorithm is employed to determine the optimal combination of structure layers.

It is shown that multilayered structure elements can have an optimal design that places the material layers with constant characteristics in a sequence that ensures the optimal value of a chosen optimization criterion.

Examples of searching the optimal design of a layer set for a 15-layered empty shell are presented.

The proposed method of optimal multilayered shell design is suitable for application in the work process of constructing a multilayered structure from separate layers with given parameters.

**Key words:** shape optimization, multilayered shells, damping, genetic algorithms, finite element modeling, Fourier transform.