

**II. МАШИНОБУДУВАННЯ ТА МАТЕРІАЛОБРОБКА**

Беда А. И.

Беда И. Н.

Симоновский В. И.

*Сумский  
государственный  
университет*

Beda A. I.

Beda I. N.

Simonowsky V. I.

*Sumy State University*

УДК 621.671

**ИССЛЕДОВАНИЕ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ В  
ЩЕЛЕВОМ УПЛОТНЕНИИ И  
АНАЛИЗ ИХ ВЛИЯНИЯ НА  
ДИНАМИКУ РОТОРА  
ЦЕНТРОБЕЖНОЙ МАШИНЫ***Предложена методика аналитического расчета гидродинамических сил, которые возникают в щелевом уплотнении произвольной длины. Проведен анализ влияния этих сил на динамику ротора центробежной машины.**Ключевые слова: щелевое уплотнение, гидростатическая сила, демпфирующая сила, циркуляционная сила, эксцентриситет.*

В проточной части гидромашин для устранения значительных перетоков жидкости из зоны высокого давления в зону пониженного давления используются щелевые уплотнения. Их уплотняющий эффект обусловлен большим гидравлическим сопротивлением кольцевых дросселей с малым (0,1-0,35 мм) радиальным зазором. В литературе существует много публикаций, которые показывают, что щелевые уплотнения центробежных машин существенно влияют на динамические характеристики ротора: возникающие в уплотнении гидродинамические силы в зависимости от конструкции и условий работы уплотнения могут или снижать виброактивность ротора, или наоборот, обуславливать его динамическую неустойчивость. Наиболее полно эта проблема освещается в работах [1,2,3]. Однако в них рассматриваются модели

так называемых «коротких» уплотнений, в которых окружной составляющей скорости движения жидкости, обусловленной полем давления, пренебрегают. При использовании же уплотнений, где окружная составляющая потока сопоставима с осевой или даже превышает ее, динамические характеристики ротора существенно меняются [4].

В данной работе предложена методика аналитического расчета гидродинамических сил, возникающих в щелевых уплотнениях конечной длины и проведен анализ их влияния на динамические характеристики ротора центробежной машины.

Движение жидкости в щелевом уплотнении без учета инерционных составляющих описывается системой уравнений [5]

$$\begin{cases} \frac{\partial p(z, \varphi)}{\partial \varphi} = -\frac{\lambda r}{2h(\varphi)} \frac{\rho w(z, \varphi)}{2} u(z, \varphi), \\ \frac{\partial p(z, \varphi)}{\partial z} = -\frac{\lambda l}{2h(\varphi)} \frac{\rho w^2(z, \varphi)}{2}, \\ \frac{\partial (w(z, \varphi) \cdot h(\varphi))}{\partial z} + \frac{l}{r} \frac{\partial (u(z, \varphi) \cdot h(\varphi))}{\partial \varphi} = l \cdot \left( \frac{u(h)}{r} \frac{\partial h(\varphi)}{\partial \varphi} - v(h) - \frac{u_0}{r} \frac{\partial h(\varphi)}{\partial \varphi} \right). \end{cases} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} p(0, \varphi) = p_{10} - \xi_1 \cdot \frac{\rho \cdot w^2(0, \varphi)}{2}, \\ p(1, \varphi) = p_{20} - \xi_2 \cdot \frac{\rho \cdot w^2(1, \varphi)}{2}, \end{cases}$$

где  $p(z, \varphi)$  – давление жидкости в кольцевом зазоре;  $w(z, \varphi)$  – осевая скорость, обусловленная полем давления;  $u(z, \varphi)$  – окружная скорость, обусловленная полем давления;  $u(h)$ ,  $v(h)$  – скорость подвижной



точки стенки канала в окружном и радиальном направлениях;  $u_0$  – средняя окружная скорость жидкости, обусловленная вращением концентрично расположенного вала;  $h(\varphi)$  – величина радиального зазора;  $\lambda$  – коэффициент сопротивления трения;  $p_{10}$  – давление жидкости перед входом в щелевое уплотнение;  $p_{20}$  – давление жидкости за щелевым уплотнением;  $\xi_1$  – коэффициент

входных потерь;  $\xi_2$  – коэффициент восстановления осевой скорости на выходе из уплотнения;  $z, \varphi$  – безразмерные координаты.

Выразив из первого уравнения системы (1)  $u(z, \varphi)$ , проинтегрировав его по переменной  $\varphi$ , из последнего уравнения системы (1) находим выражение для закона изменения осевой скорости в кольцевом канале в виде

$$w(\bar{z}, \varphi) = w(0, \varphi) + \frac{l}{r} \frac{4h_0}{\lambda r} \frac{1}{\rho w_0} a_1(\varphi, \bar{z}) + \frac{l}{h_0} U(x, y, \dot{x}, \dot{y}, \varphi) \cdot \bar{z} \quad (2)$$

где  $U(x, y, \dot{x}, \dot{y}, \varphi) = \dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi - 0,5\omega x \sin \varphi + 0,5\omega y \cos \varphi$ .

$$a_1(\varphi, \bar{z}) = \int_0^{\bar{z}} \frac{\partial^2 p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \varphi^2} d\bar{z}.$$

Подставляя (2) во второе уравнение системы (1) и пренебрегая членами второго

порядка малости по отношению к  $x, y, \dot{x}, \dot{y}$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(\bar{z}, \varphi)}{\partial \bar{z}} = & -\frac{\lambda l}{2h} \frac{\rho}{2} (w_0^2 + 2w_0 \Delta w \cdot U(x, y, \dot{x}, \dot{y}, \varphi) + \\ & + \frac{l}{r} \frac{8h_0}{\lambda r} \frac{1}{\rho} a_1(\varphi, \bar{z}) + 2 \frac{w_0 l}{h_0} U(x, y, \dot{x}, \dot{y}, \varphi) \bar{z}) \end{aligned} \quad (3)$$

Решая линеаризованное относительно параметров  $x, y, \dot{x}, \dot{y}$  уравнение (3), получим

закон распределения давления жидкости в щелевом уплотнении в линейной постановке

$$\begin{aligned} p(\bar{z}) = & p_{10} - \left( \xi_{11} + \frac{\lambda_1 l}{2h_0} \bar{z} \right) \frac{\Delta p}{\xi_0} + \\ & + \left[ \frac{k_2}{k_1} \cdot ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) - \left( 1 - \frac{\xi_l}{\xi_{11}} \frac{k_2}{k_1} \right) \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} \right] \cdot \frac{\Delta p}{\xi_0} \xi_l \cdot \varepsilon \cdot \cos \varphi + \\ & + \left( \xi_{11} \rho w_0 \frac{L1}{L2} s \cdot ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) + \xi_l \rho w_0 \frac{L1}{L2} s \frac{sh(\sqrt{b_0} \bar{z})}{\sqrt{b_0}} - \right. \\ & \left. - \xi_l s r_h \rho w_0 \frac{ch(\sqrt{b_0} \bar{z}) - 1}{b_0} \right) \cdot U(x, y, \dot{x}, \dot{y}, \varphi) \end{aligned} \quad (4)$$

Проекция сил на неподвижные оси координат находятся по формулам

$$F_x(x, \dot{x}, \dot{y}) = -r \cdot l \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^1 p(z, \varphi) \cdot \cos \varphi dz d\varphi;$$

$$F_y(x, \dot{x}, \dot{y}) = -r \cdot l \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^1 p(z, \varphi) \cdot \sin \varphi dz d\varphi$$

и имеют вид

$$\begin{cases} F_x(x, \dot{x}, \dot{y}) = -c \cdot x - b \cdot \dot{x} - q \cdot y, \\ F_y(x, \dot{x}, \dot{y}) = -c \cdot y - b \cdot \dot{y} + q \cdot x, \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} c = & \Delta p \cdot \pi \cdot r \cdot K(l_r, r_h), \\ b = & r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p} \cdot K_1(l_r, r_h), \\ q = & 0,5 \cdot \omega \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p} \cdot K_1(l_r, r_h). \end{aligned} \quad (5)$$



Коэффициенты  $K(l_r, r_h)$  и  $K_1(l_r, r_h)$  определяются только геометрией щели и зависят от безразмерных параметров  $l_r = \frac{l}{r}$  и  $r_h = \frac{r}{h_0}$  ( $l, r, h_0$  – длина, радиус и средний

радиальный зазор щелевого уплотнения соответственно).  
Зависимости этих коэффициентов от геометрических параметров щелевого уплотнения приведены рисунках 1 и 2 соответственно.

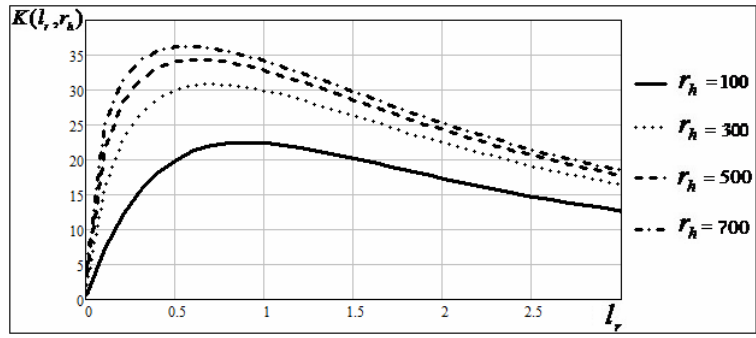


Рис. 1. Зависимость коэффициента  $K(l_r, r_h)$

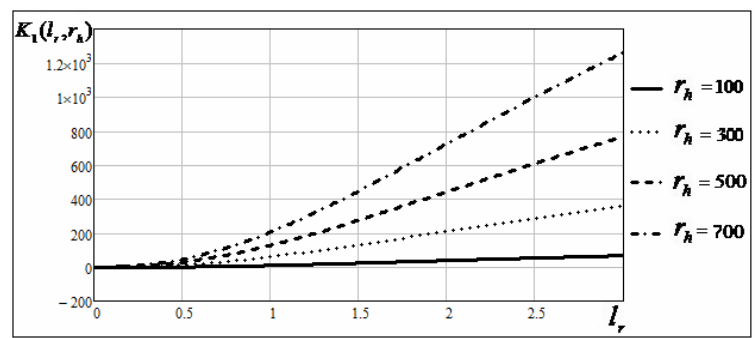


Рис. 2. Зависимость коэффициента  $K_1(l_r, r_h)$

Для исследования влияния сил в щелевом уплотнении на динамические характеристики ротора рассмотрим одномассовую модель ротора (рисунок 3) с параметрами вала: длина  $l = 520$  мм, диаметр  $d = 25$  мм, масса ротора  $m = 18$  кг,

геометрией щелевого уплотнения: длина  $l \leq 75$  мм, радиус  $r = 25$  мм; средний радиальный зазор  $h_0 = 0,3$  мм и перепадом давления на щели  $\Delta p = 1,25$  МПа.

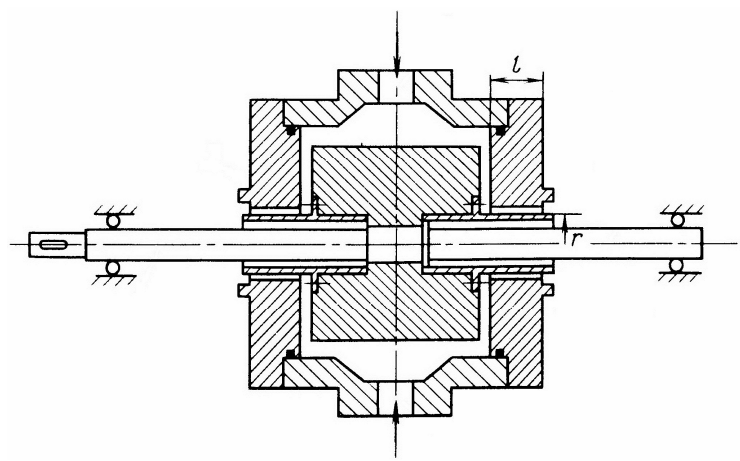


Рис. 3. Одномассовая модель ротора



Дифференциальные уравнения движения ротора имеют вид

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c_b \dot{x} + F_x(x, \dot{x}, y) = me\omega^2 \cos(\omega t) \\ m\ddot{y} + c_b \dot{y} + F_y(x, y, \dot{y}) = me\omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (6)$$

где  $m$  – масса ротора;  $c_b$  – коэффициент жесткости вала;  $me$  – дисбаланс ротора;  $\omega$  – частота вращения ротора.

При этом характеристический полином записывается в виде:

$$mp^4 + 2mbp^3 + \left[ 2m(c_b + c) + b^2 \right] p^2 + + 2b(c_b + c)p + (c_b + c)^2 + q^2 = 0,$$

а условие устойчивости принимает вид:

$$\omega < \omega_{gr} = 2\omega_c, \quad (7)$$

где  $\omega_c$  – собственная частота вращения ротора с учетом щелевых уплотнений.

На рисунке 4 приведены зависимости отношения собственных частот модельного ротора «на воде» ( $\omega$ ) к собственной частоте ротора «на воздухе» ( $\omega_0$ ) от параметра  $l_r$ . Кривая 1 характеризует собственную частоту ротора, полученную без учета окружных перетоков жидкости в щели, обусловленных перепадом давления (модель короткого щелевого уплотнения), а кривая 2 – с учетом вышеуказанных перетоков (модель щелевого уплотнения конечной длины). Как видно из рисунка, с ростом параметра  $l_r$  наблюдается не только количественное, но и качественное влияние осевых перетоков на собственную частоту системы «ротор – щелевые уплотнения». Из рисунка 4 видно, что учёт окружной составляющей потока, обусловленной полем давления в щелевом уплотнении, снижает собственную частоту ротора, но, как видно из (7), и граничную по устойчивости частоту вращения.

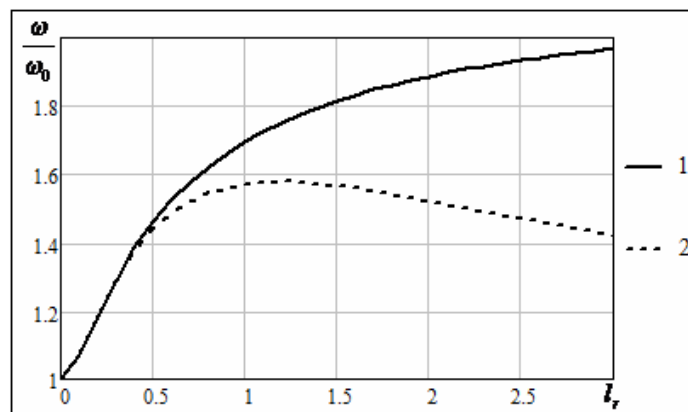


Рис. 4. Зависимость отношений собственных частот ротора

**Выводы.** В результате проведенных исследований, можно сделать следующие выводы:

1. Предложена методика расчета гидродинамических сил в щелевом уплотнении с учетом окружных перетоков жидкости, обусловленных полем давления.

2. Получены безразмерные коэффициенты упругой и демпфирующей сил. Эти коэффициенты зависят только от двух безразмерных параметров  $l_r$  и  $r_h$ , которые определяются геометрией щели.

3. Проведен анализ влияния гидродинамических сил в щелевом уплотнении на динамические характеристики ротора. Показано, что силы, возникающие в щелевом

уплотнении, повышают собственную частоту ротора, а также границу его динамической устойчивости. Однако, эффект влияния снижается с ростом отношения длины уплотнения к его радиусу.

#### Список использованных источников

1. Марцинковский В. А. Бесконтактные уплотнения роторных машин. М.: машиностроение, 1980. – 200 с.
2. Марцинковский В. А. Основы динамики роторов. Сумы: Изд-во Сумского государственного университета, 2009. – 307с.
3. Симоновский В. И. Динамика роторов центробежных машин. Сумы: Изд-во



Сумського державного університету, 2006. – 126 с.

4. Black H.F. Effects of Hydraulic Forces in Annular Pressure Seals on the Vibrations of Centrifugal Pump Rotor. *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 11. №2. Apr. 1969. PP. 206–213.

5. Беда И.Н., Беда А.И. Движение жидкости в кольцевых каналах щелевых уплотнений. *Вестник СумГУ. Серия Технические науки*, – 2011. – №4. – С. 26–33.

#### Список источников в транслитерации

1. Martsinkovsky V. A. Beskontaknyye uplotneniya rotornykh mashin. М.: mashinostroenie, 1980. – 200 s.

2. Martsinkovsky V.A. Osnovy dinamiki rotorov. Sumy: Izd-vo Sumskogo gosudarstvennogo universiteta, 2009. – 307s.

3. Simonovsky V.I. Dinamika rotorov tsentrobezhnykh mashin. Sumy: Izd-vo Sumskogo gosudarstvennogo universiteta, 2006. – 126s.

4. Black H.F. Effects of Hydraulic Forces in Annular Pressure Seals on the Vibrations of Centrifugal Pump Rotor. *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 11. №2. Apr. 1969. PP. 206–213.

5. Беда И.Н., Беда А.И. Движение жидкости в кольцевых каналах щелевых

уплотнений. *Вестник SumGU. Seriya Tekhicheskie nauki*, – 2011. – №4. – С. 26–33.

#### ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИЛ В ШАПРИННОМУ УЩІЛЬНЕННІ ТА АНАЛІЗ ЇХ ВПЛИВУ НА ДИНАМІКУ РОТОРА ВІДЦЕНТРОВОЇ МАШИНИ

**Анотація.** Запропонована методика аналітичного розрахунку гідродинамічних сил у шпаринному ущільненні довільної довжини. Проведений аналіз впливу цих сил на динаміку ротора відцентрової машини.

**Ключові слова:** шпаринне ущільнення, гідростатична сила, демпфуюча сила, циркуляційна сила, ексцентриситет.

#### RESEARCH OF THE HYDRODYNAMIC FORCES IN GAP SEALS AND ANALYSIS OF THEIR INFLUENCE ON ROTOR DYNAMICS IN CENTRIFUGAL MACHINES

**Annotation.** The method of analytical calculation of hydrodynamic forces which spring up in the wear seal of arbitrary length is offered in this work. The authors have analysed the forces impact on the dynamics of the rotor of a centrifugal machine.

**Key words:** wear seal, hydrostatic force, damping force, circulation force, eccentricity.