



Надутый В. П.  
Ягнюков В. Ф.  
Ягнюкова И. В.

*Институт  
геотехнической  
механики  
им. Н.С. Полякова  
НАН Украины*

Nadutyu V. P.  
Iagniuikov V. F.  
Iagniuikova I. V.

*M.S. Polyakov Institute of  
Geotechnical Mechanics  
under the NAS of Ukraine*

УДК 622.74.913.1

## ДВИЖЕНИЕ ОСЕЙ ВАЛКОВ ВИБРАЦИОННОГО КЛАССИФИКАТОРА

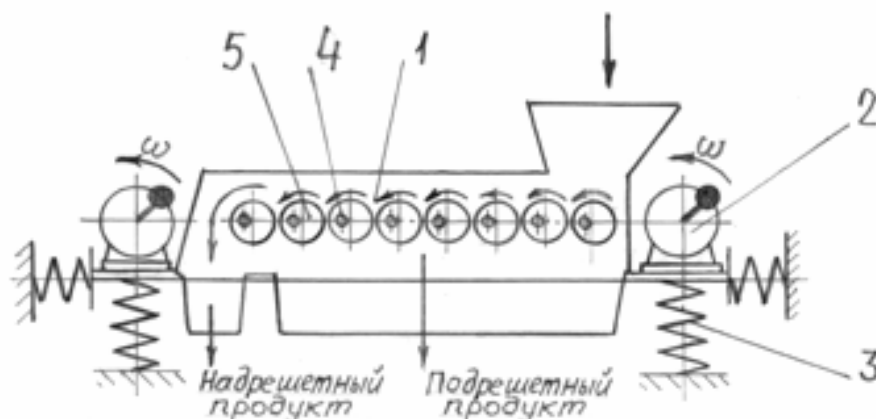
**Аннотация.** В данной статье рассматривается конструкция валкового вибрационного классификатора. В работе проанализированы движения свободной и подпружиненной масс, как идеализированных моделей рамы валкового вибрационного классификатора. Цель этих исследований состоит в определении закона движения для осей валков классификатора. В ходе исследования аналитически доказано что, траектория движения любой точки рамы классификатора, в том числе и осей валков, есть круг или эллипс. Полученные результаты необходимы для построения математической модели движения валков валкового вибрационного классификатора, где валки не снабжены специальными приводами.

**Ключевые слова:** валковый вибрационный классификатор, оси валков, уравнение движения, траектория точки, свободная масса, подпружиненная масса.

**Введение.** В данной статье рассматривается валковый вибрационный классификатор, валки которого не снабжены специальными приводами. Общий вид исследуемого классификатора показан на рис. 1 [1].

На жесткой раме в горизонтальной плоскости расположены оси круглого поперечного сечения. Расстояния между центрами соседних осей одинаковы вдоль всей

плоскости рабочей поверхности. На эти оси свободно надеты отрезки труб, выполняющие роль валков. Внутренний диаметр каждой трубы превышает диаметр валка. На каждом из двух продольных концов рамы закреплен дебалансный вибратор, создающий вращающуюся центробежную силу. Под действием этих двух сил рама приходит в колебательное движение. Вместе с рамой начинают двигаться оси валков и сами валки.



**Рис. 1.** Схема валкового вибрационного классификатора  
(1 – жесткая рама; 2 – инерционный вибровозбудитель; 3 – упругие связи;  
4 – эксцентриситет валков; 5 – рабочие валки)



Особенно важной задачей является построение математической модели движения валков классификатора, так как валки по существу являются основным исполнительным органом классификатора, определяющим его работу в целом.

В ходе решения комплексной задачи по построению математической модели движения валков классификатора на начальном этапе необходимо определить уравнения движения осей валков, которые жестко связаны с рамой и поэтому совершают такие же движения, как и рама.

**Основной материал.** Рассмотрим вначале движение свободной массы  $m$  под действием вращающейся центробежной силы  $F$ , получаемой от работы дебалансного вибрационного привода. Центробежная сила  $F$  возникает вследствие вращения с постоянной угловой скоростью  $\omega$  дебаланса массы  $M$ , расположенного на расстоянии  $r$  от оси вращения дебаланса, то есть значение центробежной силы  $F = M\omega^2 r$ .

На рис. 2 разложим центробежную силу  $F$  на векторные составляющие  $F_x$  и  $F_y$  в направлениях осей координат  $x$  и  $y$ . Так как рама классификатора жестко связана с рассматриваемыми осями валков, то их угловые скорости  $\omega$  одинаковы по значениям и направлениям в любой момент времени  $t$ . Угловая частота  $\omega$  соответственно измеряется величиной угла  $\varphi$  пройденной за время  $t$ , то есть  $\varphi = \omega t$ .

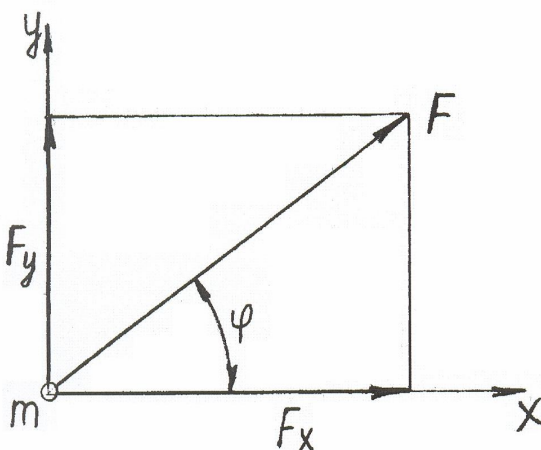


Рис. 2. Свободная масса

Далее, следуя правилам второго закона Ньютона уравнения движения свободной массы  $m$  имеют вид:

$$\begin{cases} m \cdot x'' = F_x = F \cdot \cos \varphi \\ m \cdot y'' = F_y = F \cdot \sin \varphi \end{cases}$$

что есть то же самое, что:

$$\begin{cases} m \cdot x'' = F \cdot \cos \omega t \\ m \cdot y'' = F \cdot \sin \omega t \end{cases} \quad (1)$$

Каждое из имеющихся уравнений системы (1) является неоднородным дифференциальным уравнением 2-го порядка. Воспользовавшись методом вариаций для таких уравнений, общие решения каждого из уравнений (1) имеют вид:

$$\begin{cases} x(t) = C_1 \cdot t + C_2 - \frac{F}{m\omega^2} \cos \omega t \\ y(t) = D_1 \cdot t + D_2 - \frac{F}{m\omega^2} \sin \omega t \end{cases} \quad (2)$$

В следующем действии, задавая начальные условия для наших общих решений:

$$\begin{cases} x(0) = x_0, x'(0) = x_1 \\ y(0) = y_0, y'(0) = y_1 \end{cases} \quad (3)$$

получаем коэффициенты:

$$\begin{cases} C_1 = x_1, C_2 = x_0 + \frac{F}{m\omega^2} \\ D_1 = y_1 + \frac{F}{m\omega}, D_2 = y_0 \end{cases}$$

Подставив коэффициенты  $C_1, C_2, D_1$  и  $D_2$  в общие решения уравнений (2), получаем частные решения уравнений (1):

$$\begin{cases} x(t) = x_1 \cdot t + x_0 + \frac{F}{m\omega^2} - \frac{F}{m\omega^2} \cos \omega t \\ y(t) = \left( y_1 + \frac{F}{m\omega} \right) \cdot t + y_0 - \frac{F}{m\omega^2} \sin \omega t \end{cases} \quad (4)$$

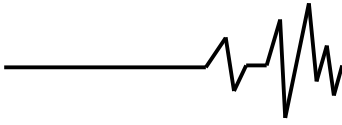
Если принять начальные условия

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{F}{m\omega^2}, x_1 = 0 \\ y_0 = 0, y_1 = -\frac{F}{m\omega} \end{cases} \quad (5)$$

то решения (4) примут вид:

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{F}{m\omega^2} \cos \omega t \\ y(t) = -\frac{F}{m\omega^2} \sin \omega t \end{cases}$$

А теперь представим результат суммы квадратов векторных перемещений свободной



массы  $m$  в двух осях, что есть параметрическое уравнение окружности:

$$x^2(t) + y^2(t) = \left( \frac{F}{m\omega^2} \right)^2.$$

Таким образом, при начальных значениях (5) движение массы  $m$  будет происходить по

окружности радиуса  $R = \frac{F}{m\omega^2}$ .

Рассмотрим теперь движение подпружиненной массы  $m$ , имеющей упругие связи в горизонтальной и вертикальной плоскостях  $x$  и  $y$ , под действием такой же, как ранее, вращающейся центробежной силы  $F$ , как показано на рис. 3.

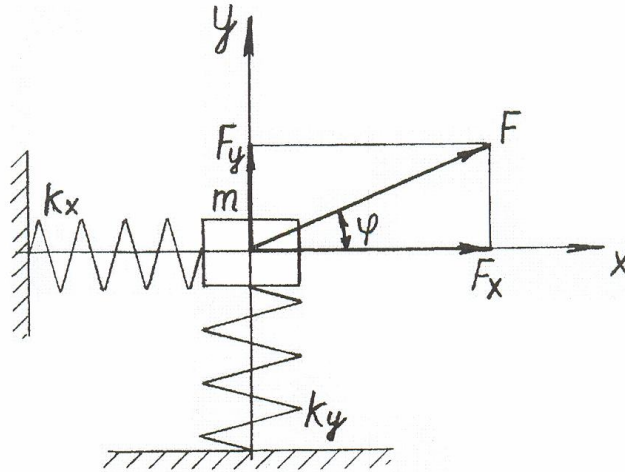


Рис. 3. Подпружиненная масса

Жесткости пружин в обеих плоскостях равны соответственно  $k_x$  и  $k_y$ . Поэтому, в соответствии с этим, уравнения движения массы  $m$  приобретают дополнительные отрицательные слагаемые в части силового воздействия на массу  $m$ :

$$\begin{cases} m \cdot x'' = F \cdot \cos \omega t - k_x \cdot x \\ m \cdot y'' = F \cdot \sin \omega t - k_y \cdot y \end{cases}$$

Для удобства рассмотрения самих дифференциальных уравнений перепишем их в следующем виде:

$$\begin{cases} m \cdot x'' + k_x \cdot x = F \cdot \cos \omega t \\ m \cdot y'' + k_y \cdot y = F \cdot \sin \omega t \end{cases}$$

или, после введения обозначений,

$$\frac{k_x}{m} = \omega_x^2, \quad \frac{k_y}{m} = \omega_y^2, \quad \frac{F}{m} = f,$$

$$\begin{cases} x'' + \omega_x^2 \cdot x = f \cdot \cos \omega t \\ y'' + \omega_y^2 \cdot y = f \cdot \sin \omega t \end{cases} \quad (6)$$

Как и в первом случае для уравнений движений свободной массы, снова найдем общие решения уравнений (6) с неизвестными коэффициентами:

$$\begin{cases} x(t) = C_1 \cdot \sin \omega_x t + C_2 \cdot \cos \omega_x t + \frac{f}{\omega_x^2 - \omega^2} \cos \omega t \\ y(t) = D_1 \cdot \sin \omega_y t + D_2 \cdot \cos \omega_y t + \frac{f}{\omega_y^2 - \omega^2} \sin \omega t \end{cases} \quad (7)$$

Снова воспользовавшись начальными условиями (3), но теперь для общих решений (7), находим неизвестные коэффициенты:

$$\begin{cases} C_1 = \frac{x_1}{\omega_x}, \quad C_2 = x_0 - \frac{f}{\omega_x^2 - \omega^2} \\ D_1 = \frac{1}{\omega_y} \cdot \left( y_1 - \frac{1}{\omega} \cdot \frac{f}{\omega_y^2 - \omega^2} \right), \quad D_2 = y_0 \end{cases}$$

Поэтому частные решения уравнений (6) будут иметь вид:



$$\begin{cases} x(t) = \frac{x_1}{\omega_x} \cdot \sin \omega_x t + \left( x_0 - \frac{f}{\omega_x^2 - \omega^2} \right) \cdot \cos \omega_x t + \frac{f}{\omega_x^2 - \omega^2} \cos \omega t \\ y(t) = \frac{1}{\omega_y} \cdot \left( y_1 - \frac{1}{\omega} \cdot \frac{f}{\omega_y^2 - \omega^2} \right) \cdot \sin \omega_y t + y_0 \cdot \cos \omega_y t + \frac{f}{\omega_y^2 - \omega^2} \sin \omega t \end{cases} \quad (8)$$

В установившемся режиме после затухания собственных колебаний решения (8) будут иметь вид:

$$\begin{cases} x(t) = \frac{f}{\omega_x^2 - \omega^2} \cos \omega t \\ y(t) = \frac{f}{\omega_y^2 - \omega^2} \sin \omega t \end{cases} \quad (9)$$

Объединив результат двух уравнений (9) в тригонометрическую единицу:

$$\frac{x^2(t)}{\left( \frac{f}{\omega_x^2 - \omega^2} \right)^2} + \frac{y^2(t)}{\left( \frac{f}{\omega_y^2 - \omega^2} \right)^2} = 1, \quad (10)$$

получаем параметрические уравнения эллипса в явном виде. То есть, аналитически доказано, что движение массы  $m$  с различными по величине упругими связями в горизонтальной и вертикальной плоскостях будет происходить по эллиптической траектории.

В частном случае, когда жесткости пружин  $k_x$  и  $k_y$  равны, то есть  $\omega_x = \omega_y$ , несложно заметить, что движение массы  $m$  будет происходить по окружности радиуса

$$R = \frac{f}{\omega_x^2 - \omega^2}.$$

Таким образом, можно считать установленным факт, что центры вращения дебалансов валков будут двигаться по эллиптической или, в частном случае, по круговой траектории.

Если считать раму классификатора достаточно жесткой, что имеет место в реальных конструкциях классификаторов, то траектории всех точек рамы будут такими же, как и центров вращения дебалансов. В самом деле, если  $Q$  – произвольная точка рамы с координатами  $X_Q$ ,  $Y_Q$ , то, учитывая тот факт, что достаточно жесткая рама повторяет движение своих концов, на которых установлены вибрационные приводы, уравнения движения точки  $Q$  будут иметь вид:

$$\begin{cases} x_Q(t) = X_Q + x(t) \\ y_Q(t) = Y_Q + y(t) \end{cases},$$

или:

$$\begin{cases} x_Q(t) - X_Q = x(t) \\ y_Q(t) - Y_Q = y(t) \end{cases},$$

то есть, если точка  $Q$  является началом координатной системы, то эта точка будет двигаться по эллиптической в общем случае, или по круговой траектории в частности, с центром в точке  $Q$ .

### Выводы

Следовательно, оси валков, вследствие того, что они жестко закреплены на раме, будут совершать движения по эллиптической или, в частности, круговой траектории. При этом за массу  $m$  в расчетах следует принимать массу рамы классификатора в целом. Следует заметить также, что симметричное расположение вибраторов по концам рамы обеспечивает устойчивое движение по упомянутым траекториям. Условия такой устойчивости описаны в [4].

### Список использованных источников

1. Надутый, В.П. Синтез параметров валковых классификаторов вибрационного типа: Монография / В.П. Надутый, В.А. Остапенко, В.Ф. Ягнюков. – К. : Наук. думка, 2006. – 188 с.
2. Ягнюков, В.Ф. Анализ кинематики движения рабочих органов валкового классификатора вибрационного типа / В.Ф. Ягнюков // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / Ин-т геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины. – Днепропетровск. – Вып. 78. – 2008. – С. 261-264.
3. Капица, П.Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса / Журнал exper. и теор. физики. – Том 21, Вып. 5.- 1951



4. Надутый, В.П. Определение условий устойчивости вращательного движения рабочих органов валкового классификатора / В.П. Надутый, В.Ф. Ягнюков, И.В. Ягнюкова // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. / Ин-т геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины. – Днепропетровск, 2012 – Вып. 105. – с. 267-276.

#### Список источников в транслитерации

1. Naduty V.P. Sintez parametrov valkovykh klassifikatorov vibratsionnogo tipa: Monography / V.P. Naduty, V.A. Ostapenko, V.F. Iagnikov. – Kyiv: Nauk. dumka, 2006. – 188 p.

2. Iagnikov V.F. Analiz kinematiki dvijeniya rabochih organov valkovogo klassifikatora vibratsionnogo tipa / V.F. Iagnikov // Geotechnical Mechanics: Mijvid. zb. nauk. pr. IGTM NAS of Ukraine. – Dnepropetrovsk. – № 78. – 2008. – pp. 261-264.

3. Kapitsa P.L. Dinamicheskaya ustoychivost mayatnika pri kolyebliushchey toчке podvesa // Jurnal eksper. i teor. fiziki. - Vol. 21, № 5.- 1951.

4. Naduty V.P. Opredeleniye usloviy ustoychivosti vrashatel'nogo dvijeniya rabochih organov valkovogo klassifikatora / V.P. Naduty, V.F. Iagnikov, I.V. Iagnikova // Geotechnical Mechanics: Mijvid. zb. nauk. pr. IGTM NAS of Ukraine. – Dnepropetrovsk. – № 105. – 2012. – pp. 267-276.

#### РУХ ОСЕЙ ВАЛКІВ ВІБРАЦІЙНОГО КЛАСИФІКАТОРА

**Анотація.** В даній статті розглядається конструкція валкового вібраційного класифікатора. У роботі

проаналізовано рухи вільної і підпружиненої мас, як ідеалізованих моделей рами валкового вібраційного класифікатора. Мета цих досліджень полягає у визначенні закону руху для осей валків класифікатора. У ході дослідження аналітично доведено що, траєкторія руху будь-якої точки рами класифікатора, у тому числі і осей валків, є коло або еліпс. Отримані результати необхідні для побудови математичної моделі руху валків валкового вібраційного класифікатора, де валки не обладнані спеціальними приводами.

**Ключові слова:** валковий вібраційний класифікатор, осі валків, рівняння руху, траєкторія точки, вільна маса, підпружинена маса.

#### THE MOTION OF ROLLERS OF VIBRATING ROLLER CLASSIFIER

**Annotation.** This article discusses the design of vibrating roller classifier. This paper analyzes the motion of the free and the sprung point masses, looking at them as they are the idealized models of the frame of the roller vibrating classifier. The purpose of these studies is to determine the law of motion for those rollers' shafts of the classifier. The study demonstrated analytically that the trajectory of motion of any point mass of the classifier's frame including the rollers' shafts, is a circle or an ellipse. The results obtained are necessary to develop a mathematical model of the rollers' motion for vibrating roller classifier, where the rollers are not equipped with any special gears.

**Key words:** roller vibrating classifier, rollers' shafts, motion equation, point mass trajectory, free point mass, spring point mass.