**III. ПЕРЕРОБНІ ТА ХАРЧОВІ ВИРОБНИЦТВА****Адамчук В. В.**

*Національний науковий  
центр "Інститут  
механізації та  
електрифікації  
сільського  
господарства"*

**Булгаков В. М.****Головач І. В.**

*Національний  
університет  
біоресурсів і  
природокористування  
України*

**Adamchuk V. V.**

*National Scientific Center  
"Institute for Agricultural  
Engineering and  
Electrification"*

**Bulgakov V. M.****Holovatch I. V.**

*National University of Life  
and Environmental  
Sciences of Ukraine*

**УДК 631.356.02****ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ  
КОРЕНЕПЛОДУ ЦУКРОВОГО  
БУРЯКУ РАЗОМ З ТОЧКОЮ  
ЗАКРІПЛЕННЯ**

*Створена математична модель коливань коренеплоду як твердого тіла у пружному середовищі при симетричному захваті коренеплоду робочим органом (захваті коренеплоду двома лемешами одночасно). Складена система диференціальних рівнянь поступальних коливань коренеплоду разом з оточуючим його ґрунтом. Розв'язок отриманої системи диференціальних рівнянь дав можливість знайти закон коливального процесу коренеплоду у ґрунті при вібраційному викопуванні, а також аналітичні вирази для обчислення частот і амплітуд вільних і вільних супроводжуваних коливань та амплітуд вимушених коливань коренеплоду як твердого тіла у ґрунті. Згідно розрахунків, центр мас коренеплоду через 0,025 с здійснює переміщення по осі  $Ox_1$  на відстань 50 мм при частоті збуруючої сили  $\nu = 20$  Гц, а по осі  $Oz_1$  при частоті збуруючої сили  $\nu = 20$  Гц – на відстань 40 мм ( $c_1 = 2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>), на відстань 30 мм ( $c_1 = 3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>), на відстань 20 мм ( $c_1 = 4 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>). Отримані розрахункові значення амплітуд коливань коренеплоду як твердого тіла для розглянутих кінематичних режимів повністю забезпечують руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом і створюють умови для їх безпосереднього вилучення.*

**Ключові слова:** цукровий буряк, коренеплід, викопування, еквівалентна схема, сила, момент сили, коливання, система диференціальних рівнянь, закон коливального руху, амплітуда, частота.

**Вступ.** Дослідження нових технологічних процесів у буряківництві та розробка нових робочих органів для викопування коренеплодів цукрових буряків з ґрунту є актуальною задачею галузі буряківництва, оскільки саме збирання коренеплодів є однією з найбільш трудомістких та енергомістких його операцій. Застосування при викопуванні коренеплодів з ґрунту вібраційних зусиль обумовлює найменші затрати енергії на руйнування ґрунту, що оточує коренеплоди, і сприяє меншим їх втратам та пошкодженню при збиранні. Тому саме цей технологічний процес потребує докладного аналітичного дослідження та подальшої розробки і впровадження вдосконалених вібраційних викопуючих робочих органів.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Побудову розрахункових математичних

моделей машинних агрегатів, сільськогосподарських машин і їх робочих органів можна здійснити за методикою, яка наведена в працях [1-3]. Фундаментальні теоретичні дослідження технологічного процесу вібраційного викопування коренеплодів наведені в працях [4, 5, 8, 9, 11, 13-16], проте ґрунтовної математичної моделі вібраційного вилучення коренеплоду з ґрунту на першому етапі вилучення, коли коренеплід цукрового буряку ще міцно зв'язаний з ґрунтом, тобто фактично має одну умовну точку закріплення, тут не приведено. В зарубіжних публікаціях достатньо уваги приділяється сучасним методам збирання гички і коренеплодів цукрових буряків [17-20].

Тому виникає необхідність глибоко розглянути динамічну систему коренеплід – викопуючий робочий орган з метою



дослідження як процесу поступальних коливань тіла коренеплоду у міцно оточуючому ґрунті так і його безпосереднього вилучення з ґрунту як твердого тіла, що відбувається під дією вібраційного викопуючого робочого органу, що здійснює коливання у поздовжньо-вертикальній площині та внаслідок його поступального руху.

**Мета дослідження.** Дослідити коливання коренеплоду цукрового буряка при взаємодії його з вібраційним викопуючим робочим органом на першому етапі вилучення з ґрунту, коли коренеплід починає здійснювати коливальні рухи у поздовжньо-вертикальній площині разом з умовною точкою закріплення.

**Результати дослідження.** Розглянемо докладно поступальні коливання коренеплоду у ґрунті разом з умовною точкою закріплення  $O$  у поздовжньо-вертикальній площині на першому етапі вилучення. Оскільки дані коливання є поступальними, тому достатньо дослідити коливання якоїсь однієї точки коренеплоду, наприклад, умовної точки закріплення. На першому етапі вилучення коренеплід ще міцно зв'язаний з ґрунтом, то він буде здійснювати коливання разом з оточуючим його ґрунтом, який нижче ріжучих кромek лемешів є нерозпушеним. Позначимо масу цього ґрунту через  $m_{гр.}$ , тоді його вага  $\bar{G}_{гр.}$  буде дорівнювати  $G_{гр.} = m_{гр.}g$ , де  $g$  – прискорення сили тяжіння.

Для моделювання зазначеного технологічного процесу розробимо насамперед еквівалентну схему. Уявимо коренеплід у вигляді конусоподібного тіла (прямого кругового конуса, кут при вершині якого дорівнює  $2\gamma_k$ ), причому верхня частина цього тіла знаходиться дещо вище поверхні ґрунту. Моделювання досліджуваного коливального процесу будемо розглядати у нерухомій прямокутній декартової системі координат  $O_1x_1y_1z_1$ , початок якої знаходиться в умовній точці  $O_1$  закріплення коренеплоду у ґрунті, вісь  $O_1x_1$  співпадає з напрямком поступального руху вібраційного викопуючого робочого органу, вісь  $O_1z_1$  спрямована в гору, а вісь  $O_1y_1$  спрямована у правий бік робочого органа (рис. 1). Враховуючи можливе відхилення коренеплоду від вертикалі на деякий невеликий кут  $\theta$ , в процесі взаємодії з вібраційним викопуючим робочим органом, додатково вводиться декартова система координат  $O_1xyz$ , вісь

$O_1x$  якої відхилена від осі  $O_1x_1$  на кут  $\theta$ , вісь  $O_1y$  співпадає з віссю  $O_1y_1$ , вісь  $O_1z$  також відхилена від осі  $O_1z_1$  на кут  $\theta$ . Оскільки кут  $\theta$  – невеликий, то для опису поступальних коливань коренеплоду разом з умовною точкою його закріплення  $O_1$  достатньо користуватись декартовою системою координат  $O_1x_1y_1z_1$ , особливо на першому етапі вилучення коренеплоду.

Оскільки ми розглядаємо даний процес при симетричному захваті коренеплоду робочим органом, то для складання диференціальних рівнянь, що описують зазначений коливальний процес.

Охарактеризуємо спочатку всі сили, що діють на коренеплід, які показані на зазначеній схемі. Від вібраційного викопуючого робочого органу на коренеплід діє вертикальна збуруюча сила  $\bar{Q}_{зб.}$ , яка змінюється за гармонічним законом такого вигляду:

$$Q_{зб.} = H \sin \omega t, \quad (1)$$

де  $H$  – амплітуда збуруючої сили, Н;  $\omega$  – частота збуруючої сили,  $c^{-1}$ .

Вертикальна збуруюча сила відіграє основну роль у процесі розпушування ґрунту в зоні робочого русла копача та вилучення коренеплоду. Зазначена збуруюча сила  $\bar{Q}_{зб.}$  прикладається до коренеплоду з двох його боків, а тому на схемі вона представлена двома складовими  $\bar{Q}_{зб.1}$  та  $\bar{Q}_{зб.2}$ , які очевидно будуть дорівнювати:

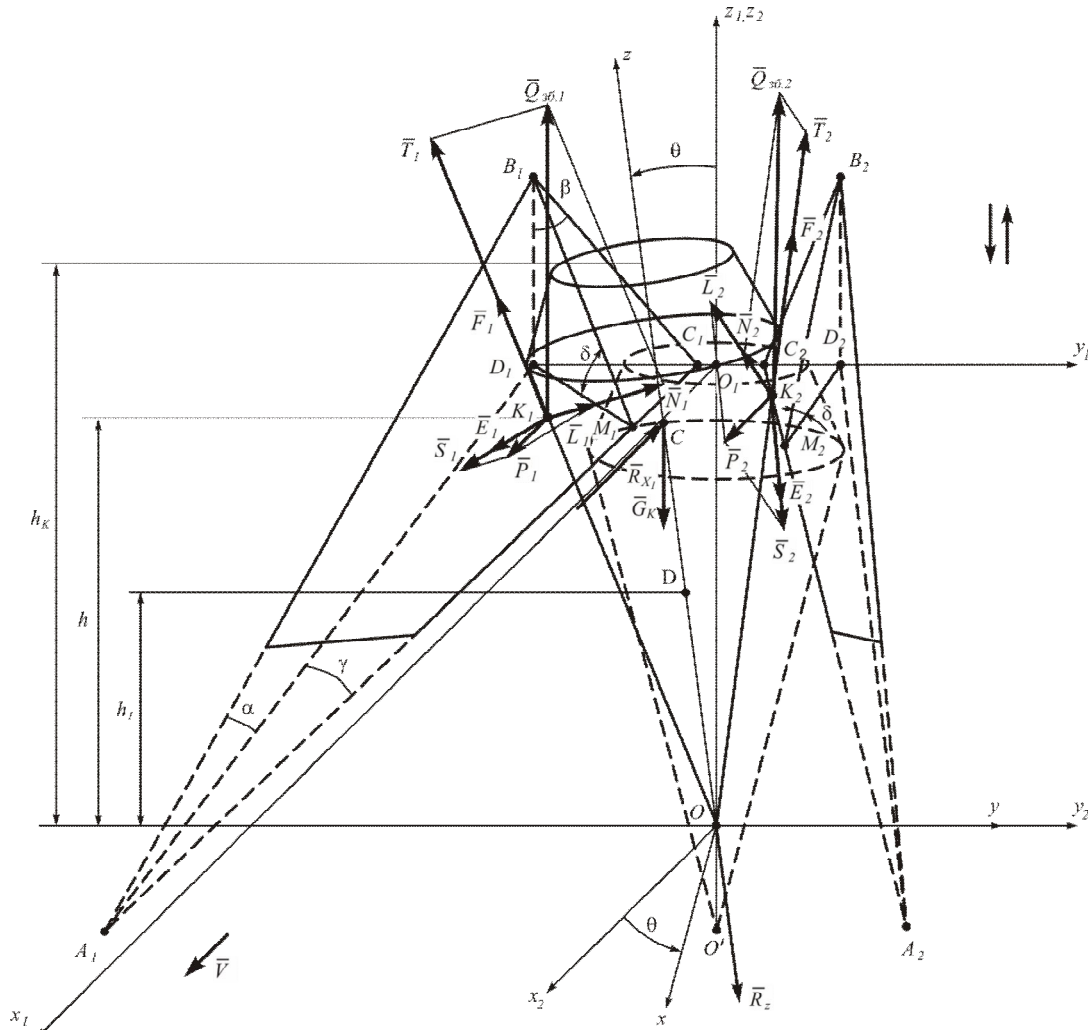
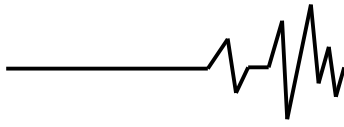
$$\bar{Q}_{зб.1} = \bar{Q}_{зб.2} = 0,5H \sin \omega t. \quad (2)$$

Ці сили прикладені у точках контакту коренеплоду  $K_1$  і  $K_2$  з відповідними поверхнями клинів  $A_1B_1C_1$  і  $A_2B_2C_2$  на відстані  $h$  від початку координат (точки закріплення  $O$ ) і саме вони викликають коливання коренеплоду в поздовжньо-вертикальній площині, які руйнують зв'язки коренеплоду з ґрунтом і створюють для останнього умови вилучення з ґрунту.

Розкладемо ці сили на нормальні складові  $\bar{N}_1$  і  $\bar{N}_2$  і дотичні складові  $\bar{T}_1$  і  $\bar{T}_2$ , як це показано на рис. 1. Отже ці сили будуть дорівнювати:

$$\bar{Q}_{зб.1} = \bar{N}_1 + \bar{T}_1, \quad (3)$$

$$\bar{Q}_{зб.2} = \bar{N}_2 + \bar{T}_2. \quad (4)$$



**Рис. 1. Силова взаємодія коренеплоду з лемешами вібраційного викопуючого органу, при його поступальних коливаннях разом з умовною точкою закріплення у ґрунті**

Очевидно, що вектори сил  $\bar{T}_1$  і  $\bar{T}_2$  будуть напрямлені паралельно прямим  $B_1M_1$  і  $B_2M_2$  відповідно.

Оскільки вібраційний викопуючий робочий орган рухається поступально у напрямку осі  $O_1x_1$  відносно коренеплоду, який закріплений у ґрунті, то в момент захвату коренеплоду робочим органом у напрямку осі  $O_1x_1$  діють також рушійні сили  $\bar{P}_1$  і  $\bar{P}_2$ . Також розкладемо сили  $\bar{P}_1$  і  $\bar{P}_2$  на дві складові: нормальні  $\bar{L}_1$  і  $\bar{L}_2$  і дотичні  $\bar{S}_1$  і  $\bar{S}_2$  до поверхонь  $A_1B_1C_1$  і  $A_2B_2C_2$  відповідно, тобто:

$$\bar{P}_1 = \bar{L}_1 + \bar{S}_1, \quad (5)$$

$$\bar{P}_2 = \bar{L}_2 + \bar{S}_2. \quad (6)$$

Вектори сил  $\bar{S}_1$  і  $\bar{S}_2$  діють у напрямку векторів відносної швидкості лемешів по поверхні коренеплоду при поступальному русі копача.

Таким чином, у точках контакту  $K_1$  і  $K_2$  на коренеплід з боку клинів  $A_1B_1C_1$  і  $A_2B_2C_2$  діють сили, що відповідно дорівнюють:

$$\bar{N}_{K_1} = \bar{N}_1 + \bar{L}_1, \quad (7)$$

$$\bar{N}_{K_2} = \bar{N}_2 + \bar{L}_2, \quad (8)$$

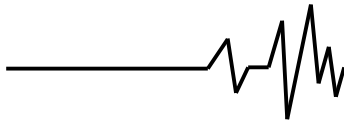
які напрямлені по нормалі до поверхні клинів  $A_1B_1C_1$  і  $A_2B_2C_2$  відповідно.

Очевидно, що величини цих сил дорівнюють:

$$N_{K_1} = N_1 + L_1, \quad (9)$$

$$N_{K_2} = N_2 + L_2. \quad (10)$$

Крім того, у точках контакту  $K_1$  і  $K_2$



діють сили тертя  $\bar{F}_{K_1}$  і  $\bar{F}_{K_2}$  відповідно, які протидіють проковзуванню коренеплоду по робочій поверхні клинів  $A_1B_1C_1$  і  $A_2B_2C_2$  під час його захвату вібраційним викопуючим робочим органом. Вектори цих сил напрямлені протилежно вектору відносної швидкості проковзування коренеплоду по поверхні клинів.

У центрі ваги коренеплоду (точка  $C$ ) діє сила ваги коренеплоду  $\bar{G}_k$ . Сили зв'язку коренеплоду з ґрунтом при його вилученні у напрямку осі  $O_1z_1$  позначені через  $\bar{R}_{z_1}$ .

Відновлюючими силами при поступальних коливаннях коренеплоду разом з точкою закріплення  $O$  будуть сили  $\bar{R}_{z_1}$  та  $\bar{R}_{x_1}$ .

Визначимо далі значення сил, які показані на рис. 1. Так, дотичні складові  $\bar{T}_1$  і  $\bar{T}_2$  збурюючих сил  $\bar{Q}_{зб.1}$  і  $\bar{Q}_{зб.2}$  відповідно та дотичні складові  $\bar{S}_1$  і  $\bar{S}_2$  рушійних сил  $\bar{P}_1$  і  $\bar{P}_2$  відповідно безпосередньо на коренеплід не діють, вони викликають лише розпушування ґрунту навколо коренеплоду.

Враховуючи симетричність захвату коренеплоду робочим органом, слід відмітити, що однойменні сили, що формуються на обох робочих поверхнях лемешів при їх взаємодії з коренеплодом, будуть однакові за величиною і розташовані симетрично відносно площини симетрії  $x_1O_1z_1$  (рис. 1). Таким чином, зі схеми сил отримуємо вирази для визначення нормальних  $\bar{N}_1$  і  $\bar{N}_2$  та дотичних  $\bar{T}_1$  і  $\bar{T}_2$  складових збурюючих сил  $\bar{Q}_{зб.1}$  і  $\bar{Q}_{зб.2}$ . Вони будуть відповідно дорівнювати:

$$N_1 = N_2 = Q_{зб.1} \cos \delta, \quad (11)$$

$$T_1 = T_2 = Q_{зб.1} \sin \delta. \quad (12)$$

З цієї ж схеми також отримуємо вирази для визначення нормальних  $\bar{L}_1$  і  $\bar{L}_2$  та дотичних  $\bar{S}_1$  і  $\bar{S}_2$  складових рушійних сил  $\bar{P}_1$  і  $\bar{P}_2$  відповідно:

$$L_1 = L_2 = P_1 \sin \gamma, \quad (13)$$

$$S_1 = S_2 = P_1 \cos \gamma. \quad (14)$$

Величини сил  $\bar{N}_{K_1}$  і  $\bar{N}_{K_2}$ , враховуючи вирази (9), (11) та (13), будуть дорівнювати:

$$N_{K_1} = N_{K_2} = Q_{зб.1} \cos \delta + P_1 \sin \gamma, \quad (15)$$

або враховуючи вираз (2) матимемо:

$$N_{K_1} = N_{K_2} = 0,5H \cos \delta \sin \omega t + P_1 \sin \gamma. \quad (16)$$

Тоді величини сил тертя  $\bar{F}_{K_1}$  і  $\bar{F}_{K_2}$  будуть дорівнювати:

$$F_{K_1} = F_{K_2} = f N_{K_1} = f (Q_{зб.1} \cos \delta + P_1 \sin \gamma), \quad (17)$$

або, враховуючи вираз (2), матимемо:

$$F_{K_1} = F_{K_2} = 0,5fH \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma. \quad (18)$$

Очевидно, що під час безпосереднього контакту клинів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  з поверхнею коренеплоду вектори сил тертя  $\bar{F}_{K_1}$  і  $\bar{F}_{K_2}$  будуть завжди лежати у площині клинів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  відповідно. Оскільки на початку захвату коренеплід ще міцно зв'язаний з ґрунтом, то можливе його проковзування по поверхні клинів у напрямку, протилежному дії сил  $\bar{T}_1$ ,  $\bar{T}_2$  (паралельно  $B_1M_1$  та  $B_2M_2$ ) та у напрямку, протилежному дії сил  $\bar{S}_1$ ,  $\bar{S}_2$ .

Зазначені проковзування можуть відбуватись внаслідок дії сил  $\bar{Q}_{зб.1}$ ,  $\bar{Q}_{зб.2}$  та  $\bar{P}_1$ ,  $\bar{P}_2$  відповідно. Тому вектор відносної швидкості проковзування коренеплоду по поверхні клинів можна розкласти на складові у зазначених вище напрямках. Отже, силу тертя  $\bar{F}_{K_1}$  також можна розкласти на дві складові  $\bar{F}_1$  та  $\bar{E}_1$  у напрямках векторів  $\bar{T}_1$  та  $\bar{S}_1$  відповідно, тобто:

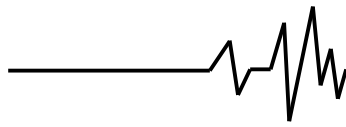
$$\bar{F}_{K_1} = \bar{F}_1 + \bar{E}_1. \quad (19)$$

Аналогічно, силу тертя  $\bar{F}_{K_2}$  також можна розкласти на дві складові  $\bar{F}_2$  та  $\bar{E}_2$  у напрямках векторів  $\bar{T}_2$  та  $\bar{S}_2$  відповідно, тобто:

$$\bar{F}_{K_2} = \bar{F}_2 + \bar{E}_2. \quad (20)$$

Очевидно, що  $F_1 = F_2$ ,  $E_1 = E_2$ .

Визначимо величини складових  $\bar{F}_1$  і  $\bar{E}_1$ , а отже  $\bar{F}_2$  і  $\bar{E}_2$ . З наведених вище міркувань та виразу (18) можна зробити висновок, що на відрізках  $[2k\pi, (2k+1)\pi]$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , зокрема на відрізку  $[0, \pi]$ , величина сили тертя



$\bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2})$  визначається згідно виразу (18), причому на відрізку  $[0, \pi/2]$  вона зростає від мінімальної величини:

$$F_{K_1 \min} = F_{K_2 \min} = f P_1 \sin \gamma, \quad (21)$$

до максимальної величини:

$$F_{K_1 \max} = F_{K_2 \max} = \frac{1}{2} f H \cos \delta + f P_1 \sin \gamma, \quad (22)$$

а на відрізку  $[\pi/2, \pi]$  вона спадає від  $F_{K_1 \max} (F_{K_2 \max})$  до  $F_{K_1 \min} (F_{K_2 \min})$ . Причому, напрям векторів сил тертя на відрізку  $[0, \pi/2]$

також змінюється. Вектор  $\bar{F}_{K_1 \min} (\bar{F}_{K_2 \min})$  напрямлений так само, як вектор сили тертя для звичайного лемішного копача (при відсутності збурюючої сили), тобто паралельно прямим  $A_1 O'_1 (A_2 O'_2)$ , причому

$$\angle O'_1 A_1 M_1 = \angle O'_2 A_2 M_2 = \gamma. \quad \text{Вектор}$$

$\bar{F}_{K_1 \max} (\bar{F}_{K_2 \max})$  відхиляється від вектора  $\bar{F}_{K_1 \min} (\bar{F}_{K_2 \min})$  на деякий кут

$\alpha_{K_1 \max} (\alpha_{K_2 \max})$ , причому  $\alpha_{K_1 \max} = \alpha_{K_2 \max}$ .

Отже, на відрізку  $[0, \pi/2]$  вектор  $\bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2})$  рухається від вектора  $\bar{F}_{K_1 \min} (\bar{F}_{K_2 \min})$  до вектора  $\bar{F}_{K_1 \max} (\bar{F}_{K_2 \max})$ , а на відрізку  $[\pi/2, \pi]$  – від вектора

$\bar{F}_{K_1 \max} (\bar{F}_{K_2 \max})$  до вектора  $\bar{F}_{K_1 \min} (\bar{F}_{K_2 \min})$ .

Таким чином, кут відхилення  $\alpha_{K_1} (\alpha_{K_2})$  вектора  $\bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2})$  від вектора  $\bar{F}_{K_1 \min} (\bar{F}_{K_2 \min})$  на відрізку  $[0, \pi]$  змінюється за наступним законом:

$$\alpha_{K_1} = \alpha_{K_2} = \alpha_{K_1 \max} \sin \omega t. \quad (23)$$

Очевидно, що величина  $\alpha_{K_1 \max} (\alpha_{K_2 \max})$  залежить у першу чергу від відношення  $\frac{H}{P_1} \left( \frac{H}{P_2} \right)$  і буде тим більшою, чим більшим

буде зазначене відношення. Отже, на відрізку

$[0, \pi]$  величина вектора сили тертя  $\bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2})$  змінюється згідно закону (18), а напрям – згідно закону (23).

Таким чином, на відрізку  $[0, \pi]$  маємо наступні значення складових  $\bar{F}_1 (\bar{F}_2)$  і  $\bar{E}_1 (\bar{E}_2)$ .

$$F_1 = F_2 = F_{K_1} \sin(\alpha_{K_1} - \gamma), \quad (24)$$

$$E_1 = E_2 = F_{K_1} \cos(\alpha_{K_1} - \gamma), \quad (25)$$

або, враховуючи вирази (18) і (23), матимемо:

$$F_1 = F_2 = (0,5 f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma) \sin(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma), \quad (26)$$

$$E_1 = E_2 = (0,5 f H \cos \delta \sin \omega t + f P_1 \sin \gamma) \cos(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \quad (27)$$

Вирази (26) і (27) мають місце на будь-якому відрізку

$$[2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Очевидно, що на відрізках  $[(2k-1)\pi, 2k\pi], \quad k = 1, 2, \dots,$

сили тертя  $\bar{F}_{K_1} (\bar{F}_{K_2})$  дорівнюють:

$$F_{K_1} = F_{K_2} = F_{K_1 \min} = f P_1 \sin \gamma. \quad (28)$$

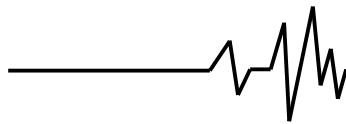
Отже, на зазначених відрізках матимемо:

$$F_1 = F_2 = F_{K_1 \min} \sin \gamma = f P_1 \sin \gamma \sin \gamma = f P_1 \sin^2 \gamma, \quad (29)$$

$$E_1 = E_2 = F_{K_1 \min} \cos \gamma = f P_1 \sin \gamma \cos \gamma = \frac{1}{2} f P_1 \sin 2\gamma. \quad (30)$$

Обчислимо також величину сили  $\bar{R}_z$  пружності ґрунту при переміщенні коренеплоду на величину  $Z_k$  вздовж осі Oz.

Сила  $\bar{R}_z$  є рівнодійною розподіленого по поверхні контакту коренеплоду з нерозпушеним шаром ґрунту навантаження, причому вектори інтенсивності цього навантаження напрямлені паралельно осі Oz вниз. Отже, сила  $\bar{R}_z$  лежить на осі Oz і напрямлена вниз.



Розглянемо, як і у попередніх випадках, елементарну площинку  $dF$  на поверхні контакту, що знаходиться на відстані  $z$  від точки закріплення  $O$ , площа  $dS$  якої визначається наступним чином.

Нехай  $d\alpha$  – центральний кут, на який спирається елементарна площинка  $dF$  у площині зазначеного поперечного перерізу.

Очевидно, що висота елементарної площинки буде дорівнювати  $\frac{dz}{\cos \gamma_k}$ .

Тоді площа елементарної площинки  $dF$  буде дорівнювати:

$$dS = z \operatorname{tg} \gamma_k d\alpha \frac{dz}{\cos \gamma_k} \quad (31)$$

Очевидно, що на одиницю глибини закріплення  $h_1$  припадає  $dS/h_1$  частини площі елементарної площинки  $dF$ . Тоді, при переміщенні елементарної площинки  $dF$  на величину  $z_k$  вздовж осі  $Oz$ , зазнає деформації зсуву ґрунт площею, що дорівнює:

$$dS_{z_k} = \frac{dS}{h_1} z_k. \quad (32)$$

Нехай  $c_1$  – коефіцієнт пружної деформації ґрунту, який показує, наскільки зростає зусилля на поверхні контакту при зміщенні поверхні контакту на одиницю площі контакту, Н/м<sup>2</sup>.

Тоді елементарне зусилля  $dR_z$  пружності ґрунту при переміщенні елементарної площинки  $dF$  на величину  $z_k$  буде дорівнювати:

$$dR_z = c_1 dS_{z_k} = c_1 \frac{dS}{h_1} z_k, \quad (33)$$

$$\left. \begin{aligned} (m_k + m_{ep.}) \ddot{x}_1 &= N_{1x_1} + L_{1x_1} + N_{2x_1} + L_{2x_1} - F_{1x_1} + E_{1x_1} - F_{2x_1} + E_{2x_1} - R_{x_1}, \\ (m_k + m_{ep.}) \ddot{z}_1 &= N_{1z_1} + L_{1z_1} + N_{2z_1} + L_{2z_1} + F_{1z_1} + F_{2z_1} + E_{1z_1} + E_{2z_1} - G_k - \\ &- G_{ep.} - R_{z_1}. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Визначимо значення проекцій сил, що входять у систему рівнянь (38).

Проекції нормальних складових  $\bar{N}_1$  і  $\bar{N}_2$  на вісь  $O_1x_1$  визначаються наступним чином:

$$N_{1x_1} = N_{2x_1} = \frac{N_1 \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (39)$$

або, після підстановки виразу (31) у вираз (33), матимемо:

$$dR_z = \frac{c_1 z \operatorname{tg} \gamma_k d\alpha dz}{h_1 \cos \gamma_k} z_k. \quad (34)$$

Тоді рівнодійна  $R_z$  зазначеного розподіленого навантаження буде дорівнювати:

$$R_z = \int_0^{h_1} \int_0^{2\pi} \frac{c_1 z \operatorname{tg} \gamma_k d\alpha dz}{h_1 \cos \gamma_k} z_k. \quad (35)$$

Після інтегрування виразу (35) отримаємо:

$$R_z = \frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k z_k}{\cos^2 \gamma_k}. \quad (36)$$

Складемо далі диференціальне рівняння руху тіла коренеплоду. У векторній формі дане диференціальне рівняння буде мати такий вигляд:

$$(m_k + m_{ep.}) \bar{a} = \bar{N}_1 + \bar{N}_2 + \bar{L}_1 + \bar{L}_2 + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{G}_k + \bar{G}_{ep.} + \bar{R}_{z_1} + \bar{R}_{x_1}, \quad (37)$$

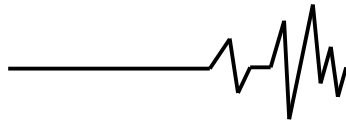
де  $\bar{a}$  – прискорення коренеплоду (його точки  $O$  закріплення у ґрунті).

Для проведення докладного аналізу даного коливального процесу запишемо диференціальне рівняння (37) у проекціях на осі декартової системи координат  $O_1x_1y_1z_1$ . Слід відмітити, що оскільки проекції нормальних реакцій  $N_i, L_i$  ( $i = 1, 2$ ) робочих поверхонь  $A_1B_1C_1$  і  $A_2B_2C_2$  на вісь  $O_1y_1$  рівні за величиною і протилежно напрямлені, то зазначений коливальний процес фактично відбувається у площині  $x_1O_1z_1$  (при симетричному захваті), а тому векторне рівняння (37) зводиться до системи двох диференціальних рівнянь наступного вигляду:

або, враховуючи вираз (11), отримаємо:

$$N_{1x_1} = N_{2x_1} = \frac{Q_{зб1} \cos \delta \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (40)$$

Проекції нормальних складових  $\bar{L}_1$  і  $\bar{L}_2$  на вісь  $O_1x_1$  дорівнюють:



$$L_{1x_1} = L_{2x_1} = \frac{L_1 \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (41)$$

або, враховуючи (13), отримаємо:

$$L_{1x_1} = L_{2x_1} = \frac{P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (42)$$

$$F_{1x_1} = F_{2x_1} = (0,5fH \cos \delta \sin \omega t + fP_1 \sin \gamma) \sin(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \cos \delta \sin \gamma, \quad (44)$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Проекції складових  $\bar{E}_1$  і  $\bar{E}_2$  сил тертя на вісь  $O_1x_1$  дорівнюють:

$$E_{1x_1} = E_{2x_1} = E_1 \cos \gamma, \quad (45)$$

$$E_{1x_1} = E_{2x_1} = (0,5fH \cos \delta \sin \omega t + fP_1 \sin \gamma) \cos(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \cos \gamma, \quad (46)$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Сила  $\bar{R}_{x_1}$  проектується на вісь  $Ox_1$  у натуральну величину. Вона визначається згідно наступного виразу:

$$R_{x_1} = \frac{c\pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k} x_1. \quad (47)$$

дес – коефіцієнт пружної деформації ґрунту (відношення першого коефіцієнта Вінклера до площі контакту), тобто величина, яка показує, наскільки зростає напруження на контактній поверхні ґрунту з коренеплодом при переміщенні коренеплоду на одиницю довжини, перпендикулярно до осі коренеплоду, Н/м<sup>3</sup>.

Проекції нормальних складових  $\bar{N}_1$  і  $\bar{N}_2$  на вісь  $O_1z_1$  будуть дорівнювати:

$$N_{1z_1} = N_{2z_1} = \frac{N_1 \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (48)$$

або, враховуючи (11), отримаємо:

$$F_{1z_1} = F_{2z_1} = (0,5fH \cos \delta \sin \omega t + fP_1 \sin \gamma) \sin(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \sin \delta, \quad (53)$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Проекції складових  $\bar{E}_1$  і  $\bar{E}_2$  сил тертя на вісь  $O_1z_1$  дорівнюють нулю на будь-якому відрізьку, тобто  $E_{1z_1} = E_{2z_1} = 0$ .

Сила  $\bar{R}_{z_1}$  проектується на вісь  $O_1z_1$  у

Для проекцій складових  $\bar{F}_1$  і  $\bar{F}_2$  сил тертя маємо наступні вирази:

$$F_{1x_1} = F_{2x_1} = F_1 \cos \delta \sin \gamma, \quad (43)$$

або, враховуючи (26), матимемо:

або, враховуючи (27), матимемо наступний вираз:

$$N_{1z_1} = N_{2z_1} = \frac{Q_{зб1} \cos \delta \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (49)$$

Проекції нормальних складових  $\bar{L}_1$  і  $\bar{L}_2$  на вісь  $O_1z_1$  дорівнюють:

$$L_{1z_1} = L_{2z_1} = \frac{L_1 \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}, \quad (50)$$

або, враховуючи вираз (13), матимемо:

$$L_{1z_1} = L_{2z_1} = \frac{P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (51)$$

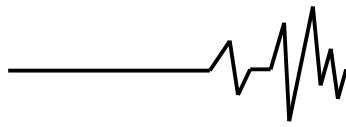
Проекції складових  $\bar{F}_1$  і  $\bar{F}_2$  сил тертя на вісь  $O_1z_1$  дорівнюють:

$$F_{1z_1} = F_{2z_1} = F_1 \sin \delta, \quad (52)$$

або, враховуючи вираз (26), матимемо:

натуральну величину. Вона визначається згідно виразу (36) і є основною відновлюючою силою у цьому коливальному процесі.

Підставляючи вирази (40), (42), (44), (46), (47), (49), (51), (53), (36) у систему диференціальних рівнянь (38), отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь:



$$\begin{aligned}
 (m_k + m_{ep.})\ddot{x}_1 &= \frac{2Q_{\beta 01} \cos \delta \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \frac{2P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - \\
 &- (fH \cos \delta \sin \omega t + 2fP_1 \sin \gamma) \sin(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \times \\
 &\times \cos \delta \sin \gamma + (fH \cos \delta \sin \omega t + 2fP_1 \sin \gamma) \times \\
 &\times \cos(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \cos \gamma - \frac{c\pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k} x_1, \\
 (m_k + m_{ep.})\ddot{z}_1 &= \frac{2Q_{\beta 01} \cos \delta \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \frac{2P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \\
 &+ (fH \cos \delta \sin \omega t + 2fP_1 \sin \gamma) \sin(\alpha_{K_1 \max} \sin \omega t - \gamma) \times \\
 &\times \sin \delta - G_k - G_{ep.} - \frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k z_1}{\cos^2 \gamma_k}, \\
 \omega t &\in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{54}$$

Таким чином, отримана система диференціальних рівнянь, що описує процес вилучення коренеплоду з ґрунту на першому етапі, коли вібраційний викопуючий робочий орган рухається вгору, здійснюючи безпосередній симетричний захват коренеплоду і його спрямування угору.

Оскільки система диференціальних рівнянь (54), є нелінійною, то її можна розв'язати лише наближеними чисельними методами із застосуванням ПЕОМ при заданих початкових умовах.

Початкові умови для системи

$$\begin{aligned}
 (m_k + m_{ep.})\ddot{x}_1 + \frac{c\pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k} x_1 &= \left[ \frac{\cos \delta \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - f \cos^2 \delta \sin \gamma \times \right. \\
 &\times \sin\left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma\right) + f \cos \delta \cos \gamma \cos\left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma\right) \left. \right] \times \\
 &\times H \sin \omega t + \frac{2P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - 2fP_1 \cos \delta \sin\left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma\right) \sin^2 \gamma + \\
 &+ fP_1 \cos\left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma\right) \sin 2\gamma, \\
 (m_k + m_{ep.})\ddot{z}_1 + \frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k}{\cos^2 \gamma_k} z_1 &= \left[ \frac{\cos \delta \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \right. \\
 &+ \frac{f}{2} \sin 2\delta \sin\left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma\right) \left. \right] H \sin \omega t + \frac{2P_1 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \\
 &+ 2fP_1 \sin \gamma \sin \delta \sin\left(\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma\right) - (m_k + m_{ep.})g, \\
 \omega t &\in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots,
 \end{aligned} \tag{57}$$

диференціальних рівнянь (55) записуються наступним чином.

При  $t = 0$ :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= 0, & \dot{z}_1 &= 0, \\
 x_1 &= 0, & z_1 &= 0.
 \end{aligned} \tag{56}$$

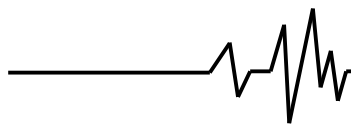
Однак, якщо зробити деякі припущення, то систему диференціальних рівнянь (54) можна звести до системи лінійних диференціальних рівнянь, що значно спрощує розв'язування зазначеної системи диференціальних рівнянь.

У першому наближенні будемо вважати, що за короткий проміжок часу вектори сил тертя  $\overline{F}_{K_1}$  та  $\overline{F}_{K_2}$  зберігають постійний напрям, тобто кут між вектором  $\overline{F}_{K_1 \min}$  та  $\overline{F}_{K_1}$

постійний і дорівнює  $\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2}$ , аналогічно кут між вектором  $\overline{F}_{K_2 \min}$  та  $\overline{F}_{K_2}$  постійний і дорівнює  $\frac{\alpha_{K_2 \max}}{2}$ , причому  $\frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} = \frac{\alpha_{K_2 \max}}{2}$ .

Підставляючи вираз (2) у систему рівнянь (54) та враховуючи зазначені вище припущення, після деяких перетворень отримаємо наступні системи диференціальних рівнянь, які описують процес взаємодії лемешів з коренеплодом при дії і без дії збурюючої сили:





Система рівнянь (57) є системою лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами з правою частиною. Система рівнянь (57) описує вільні і вимушені коливання коренеплоду (його точки закріплення

О) вздовж осей  $O_1x_1$  та  $O_1z_1$  разом з оточуючим коренеплід ґрунтом на першому етапі вилучення. Для спрощення запису отриманої системи диференціальних рівнянь (57) введемо наступні позначення:

$$\frac{c\pi h_1^2 \sin \gamma_k}{2 \cos^2 \gamma_k (m_k + m_{zp.})} = k_1^2, \tag{58}$$

$$\left[ \frac{\cos \delta \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - f \cos^2 \delta \sin \gamma \sin \left( \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) + f \cos \delta \cos \gamma \cos \left( \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \right] \times \frac{1}{(m_k + m_{zp.})} = A_1, \tag{59}$$

$$\left[ \frac{2 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - 2f \cos \delta \sin \left( \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \sin^2 \gamma + f \cos \left( \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \sin 2\gamma \right] \times \frac{1}{(m_k + m_{zp.})} = B_1, \tag{60}$$

$$\frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k}{\cos^2 \gamma_k (m_k + m_{zp.})} = k_2^2, \tag{61}$$

$$\left[ \frac{\cos \delta \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + \frac{f}{2} \sin 2\delta \sin \left( \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \right] \frac{1}{(m_k + m_{zp.})} = A_2, \tag{62}$$

$$\left[ \frac{2 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + 2f \sin \gamma \sin \delta \sin \left( \frac{\alpha_{K_1 \max}}{2} - \gamma \right) \right] \frac{1}{(m_k + m_{zp.})} = B_2, \tag{63}$$

$$\left[ \frac{2 \sin \gamma \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - 2f \sin^3 \gamma \cos \delta + f \sin 2\gamma \cos \gamma \right] \frac{1}{(m_k + m_{zp.})} = B'_1, \tag{64}$$

$$\left[ \frac{2 \sin \gamma \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{\operatorname{tg}^2 \gamma + 1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} + 2f \sin^2 \gamma \sin \delta \right] \frac{1}{(m_k + m_{zp.})} = B'_2. \tag{65}$$

Після підстановки виразів (58) – (65) у систему рівнянь (57), зазначені системи рівнянь

набудуть наступного вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + k_1^2 x_1 &= A_1 H \sin \omega t + B_1 P_1, \\ \ddot{z}_1 + k_2^2 z_1 &= A_2 H \sin \omega t + B_2 P_1 - g, \end{aligned} \right\} \tag{66}$$

$$\omega t \in [2k\pi, (2k+1)\pi], \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

В результаті інтегрування системи диференціальних рівнянь (66) отримаємо закон поступального коливального руху коренеплоду

(точки закріплення О) у напрямку осей  $O_1x_1$  та  $O_1z_1$  відповідно:



$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{B_1 P_1}{k_1^2} \cos k_1 t - \frac{A_1 H \omega}{k_1 (k_1^2 - \omega^2)} \sin k_1 t + \frac{A_1 H}{k_1^2 - \omega^2} \sin \omega t + \frac{B_1 P_1}{k_1^2}, \\ z_1 &= -\frac{B_2 P_1 - g}{k_2^2} \cos k_2 t - \frac{A_2 H \omega}{k_2 (k_2^2 - \omega^2)} \sin k_2 t + \frac{A_2 H}{k_2^2 - \omega^2} \sin \omega t + \frac{B_2 P_1 - g}{k_2^2}, \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

$$[\omega t \in 2k\pi, (2k+1)\pi] \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Перші два члени у правій частині кожного з рівнянь системи (67) описують вільні коливання коренеплоду (точки закріплення  $O$ ) у ґрунті в напрямку осей  $O_1x_1$  та  $O_1z_1$ , причому перший з них відповідає вільним коливанням, які б здійснював коренеплід за відсутності збурюючої сили, а другий відповідає вільним коливанням, але з амплітудою, що залежить від збурюючої сили. Це так звані вільні супроводжуючі коливання [12]. Треті члени у правій частині кожного з рівнянь системи (67) відповідають чисто вимушеним коливанням коренеплоду. Частота вільних та вільних супроводжуючих коливань коренеплоду (точки закріплення  $O$ ) у ґрунті в напрямку осі  $O_1x_1$  дорівнює  $k_1$  і визначається з виразу (58):

$$k_1 = \frac{h_1}{\cos \gamma_k} \sqrt{\frac{c\pi \sin \gamma_k}{2(m_k + m_{ep})}}. \quad (68)$$

Частота зазначених коливань у напрямку осі  $Oz_1$  дорівнює  $k_2$  і визначається з виразу (61):

$$k_2 = \frac{1}{\cos \gamma_k} \sqrt{\frac{c_1 \pi h_1 \sin \gamma_k}{m_k + m_{ep}}}. \quad (69)$$

Амплітуди вільних і вільних супроводжуючих коливань у напрямку осей  $O_1x_1$  і  $O_1z_1$ , як видно з виразів (67), відповідно дорівнюють:

$$\frac{B_1 P_1}{k_1^2}, \frac{A_1 H \omega}{k_1 (k_1^2 - \omega^2)}, \frac{B_2 P_1 - g}{k_2^2}, \frac{A_2 H \omega}{k_2 (k_2^2 - \omega^2)}. \quad (70)$$

Частота вимушених коливань дорівнює частоті збурюючої сили, а отже, дорівнює  $\omega$ . Амплітуди вимушених коливань коренеплоду у напрямку осей  $O_1x_1$  і  $O_1z_1$ , як видно з виразів (67), відповідно дорівнюють:

$$\frac{A_1 H}{k_1^2 - \omega^2}, \frac{A_2 H}{k_2^2 - \omega^2}. \quad (71)$$

При цьому також отримано закон зміни швидкості коливального руху коренеплоду як функції від часу  $t$  у напрямку осей  $O_1x_1$  та  $O_1z_1$  відповідно:

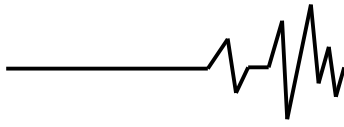
$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{B_1 P_1}{k_1} \sin k_1 t - \frac{A_1 H \omega}{k_1^2 - \omega^2} \cos k_1 t + \frac{A_1 H \omega}{k_1^2 - \omega^2} \cos \omega t, \\ \dot{z}_1 &= \frac{B_2 P_1 - g}{k_2} \sin k_2 t - \frac{A_2 H \omega}{k_2^2 - \omega^2} \cos k_2 t + \frac{A_2 H \omega}{k_2^2 - \omega^2} \cos \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

$$[\omega t \in 2k\pi, (2k+1)\pi] \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Таким чином, досліджені поступальні коливання коренеплоду (точки його закріплення  $O$ ) у ґрунті у поздовжньо-вертикальній площині на першому етапі вилучення.

Для проведення чисельних розрахунків значення необхідних вихідних величин вибрані згідно [4, 14, 15]. Так, маса коренеплоду цукрового буряку  $m_k = 0,9$  кг; маса оточуючого коренепліду ґрунту  $m_{ep} = 0,4$  кг; довжина коренеплоду  $h_k = 0,25$  м; кути тригранних клинів вібраційного викопуючого органу:

$\gamma = 14^\circ$ ;  $\beta = 52^\circ$ ; коефіцієнт тертя сталі по поверхні коренеплоду  $f = 0,45$ ; амплітуда збурюючої сили  $H = 500$  Н; величина бокової рушійної сили  $P_1 = 400$  Н; максимальний кут відхилення вектора сили тертя від вектора мінімального значення цієї сили  $\alpha_{K_1 \max} = 30^\circ$ ; коефіцієнти пружної деформації ґрунту:  $c_1 = 2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $c = 3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>3</sup>; частота коливань викопуючих лемешів  $\nu = 20$  Гц; кут конусності коренеплоду  $\gamma_k = 15^\circ$ ; двогранний кут  $\delta$  між робочою поверхнею лемеша і нижньою

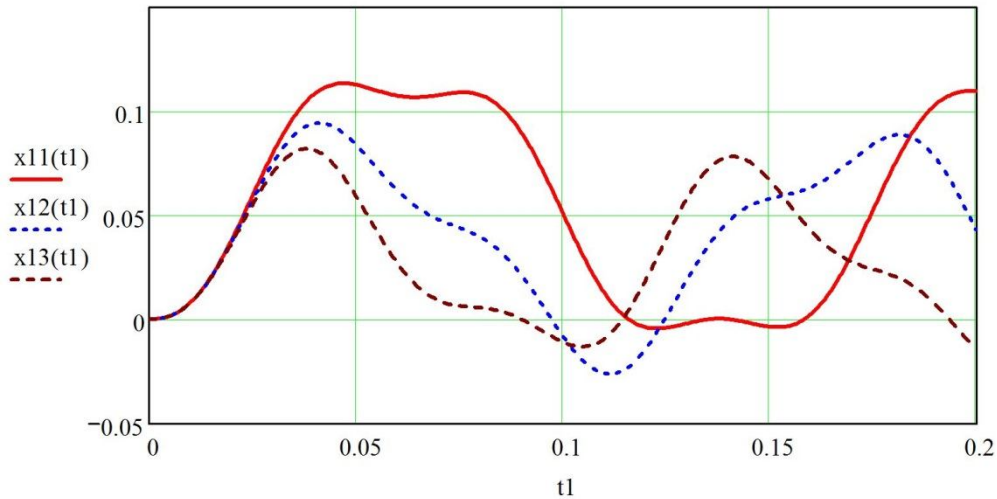


основною тригранного клина визначаємо згідно

$$\text{виразу: } \delta = \arctg \frac{\cos \beta}{\sin \beta \cos \gamma}.$$

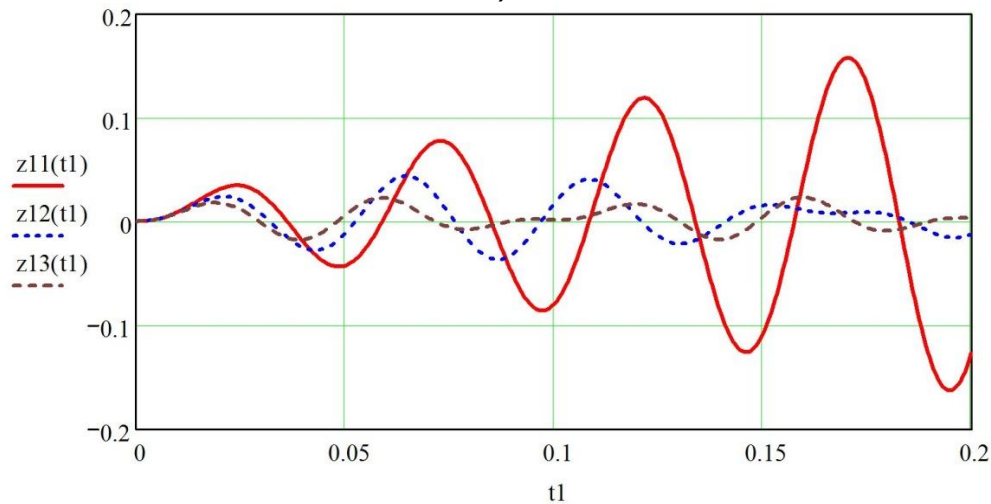
Розрахунки проводимо у середовищі Mathcad. На підставі проведених розрахунків отримані графічні зображення закону

поступальних коливань коренеплоду як твердого тіла, закріпленого у ґрунті, що одержані на підставі аналітичних залежностей (72) для декількох значень коефіцієнтів пружної деформації ґрунту  $c_1$  і  $c$  та частот коливань робочого органу (рис. 2).



—  $c = 3 \cdot 10^5 \text{ H/M}^3$   
 - - -  $c = 4,5 \cdot 10^5 \text{ H/M}^3$   
 - - -  $c = 6 \cdot 10^5 \text{ H/M}^3$

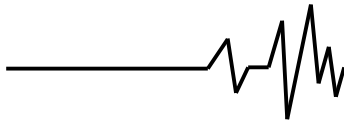
а)



—  $c_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ H/M}^2$   
 - - -  $c_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ H/M}^2$   
 - - -  $c_1 = 4 \cdot 10^5 \text{ H/M}^2$

б)

**Рис. 2. Графіки функцій (закон коливального процесу)  $x_1(t)$  (а) і  $z_1(t)$  (б), які описують коливання коренеплоду як твердого тіла, закріпленого у ґрунті, для відповідних значень коефіцієнтів пружної деформації ґрунту  $c_1$  і  $c$  ( $H = 500 \text{ H}$ ;  $P_1 = 400 \text{ H}$ ;  $\nu = 20 \text{ Гц}$ )**



Як видно з наведених графіків, центр мас коренеплоду через 0,025 с здійснює переміщення по осі  $Ox_1$  на відстань 50 мм при частоті збуруючої сили  $\nu = 20$  Гц, а по осі  $Oz_1$  при частоті збуруючої сили  $\nu = 20$  Гц – на відстань 40 мм ( $c_1 = 2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>), на відстань 30 мм ( $c_1 = 3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>), на відстань 20 мм ( $c_1 = 4 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>).

Результати проведених раніше досліджень, наведені у [4], показують, що для часткового порушення зв'язку крупних коренеплодів цукрових буряків з ґрунтом необхідно забезпечити їх підняття до 6-8 мм, дрібних – до 4 мм, а до повного їх порушення – 12-25 мм. Таким чином, отримані значення амплітуд коливань для наведених вище вихідних даних, як видно з графіків (рис. 2), повністю забезпечують руйнування зв'язків коренеплодів з ґрунтом і створюють умови для їх безпосереднього вилучення.

### Висновки

1. Створена математична модель коливань коренеплоду як твердого тіла у пружному середовищі при симетричному захваті коренеплоду робочим органом (захваті коренеплоду двома лемешами одночасно). Складена система диференціальних рівнянь поступальних коливань коренеплоду разом з оточуючим його ґрунтом

2. Розв'язок отриманої системи диференціальних рівнянь дав можливість знайти закон коливального процесу коренеплоду у ґрунті при вібраційному викопуванні, а також аналітичні вирази для обчислення частот і амплітуд вільних і вимушених коливань та амплітуд вимушених коливань коренеплоду як твердого тіла у ґрунті.

3. Згідно розрахунків, центр мас коренеплоду через 0,025 с здійснює переміщення по осі  $Ox_1$  на відстань 50 мм при частоті збуруючої сили  $\nu = 20$  Гц, а по осі  $Oz_1$  при частоті збуруючої сили  $\nu = 20$  Гц – на відстань 40 мм ( $c_1 = 2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>), на відстань 30 мм ( $c_1 = 3 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>), на відстань 20 мм ( $c_1 = 4 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>).

4. Отримані розрахункові значення амплітуд коливань коренеплоду як твердого тіла для розглянутих кінематичних режимів повністю забезпечують руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом і створюють умови для їх безпосереднього вилучення.

### Список використаних джерел

1. Василенко П.М., Василенко В.П.

Методика построения расчетных моделей функционирования механических систем (машин и машинных агрегатов). Учебное пособие. – Киев: УСХА, 1980. – 137 с.

2. Василенко П.М. Введение в земледельческую механику. – Киев: Сільгоспосвіта, 1996. – 252 с.

3. Василенко П.М., Погорельый Л.В., Брей В.В. Вибрационный способ уборки коренеплодов. Журнал: Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства, Москва, 1970, №2. – С.9 – 13.

4. Свеклоуборочные машины (конструирование и расчет) // Л.В. Погорельый, Н.В. Татьяна, В.В. Брей и др.; под общ.ред. Л.В. Погорелого. – Киев: Техника, 1983. – 168 с.

5. Булгаков В.М., Головач І.В. Теорія вібраційного викопування коренеплодів. – Збірник наукових праць Національного аграрного університету "Механізація сільськогосподарського виробництва", 2003, Том XIV. – С. 34-86.

6. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с.

7. Булгаков В.М., Головач І.В. Теорія поперечних коливань коренеплоду при вібраційному викопуванні. – Праці Таврійської державної агротехнічної академії. Випуск 18. Мелітополь, 2004. – С. 8-24.

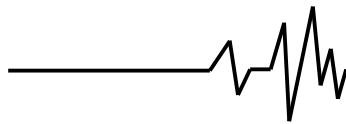
8. Булгаков В.М., Головач І.В. Про вимушені поперечні коливання тіла коренеплоду при вібраційному викопуванні. – Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка: Збірник наукових праць. Випуск 39. Харків: ХНТУСГ, 2005. – С. 23-39.

9. В. Булгаков, І. Головач. Розробка математичної моделі вилучення коренеплоду з ґрунту // Техніка АПК, 2006, №6, 7, 8. – С. 36-38.

10. Булгаков В.М., Головач І.В. Теоретичне дослідження повздовжніх коливань коренеплоду у ґрунті як у пружному середовищі при вібраційному викопуванні. – Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка: Збірник наукових праць. Випуск 44, том 2. Харків: ХНТУСГ, 2006. – С. 131-155.

11. Головач І.В. Теорія безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту при вібраційному викопуванні. – Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка: Збірник наукових праць. Випуск 44, том 2. Харків: ХНТУСГ, 2006. – С. 77-100.

12. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. Т. II. Динамика. – М.: Наука, 1985. – 496 с.



13. Булгаков В.М., Головач І.В. Уточнена теорія викопуючого робочого органу лемішного типу // Вісник аграрної науки Причорномор'я. Спеціальний випуск 4(18). Том I. – Миколаїв: МДАУ, 2002. – С. 37-63.

14. Погорелый Л.В., Татьяна Н.В. Свеклоуборочные машины: история, конструкция, теория, прогноз. – Киев: Феникс, 2004. – 232 с.

15. Булгаков В.М. Свеклоуборочные машины. Монография. – Киев: Аграрная наука, 2011. – 351 с.

16. Булгаков В.М. Теория свеклоуборочных машин. Монография. – Киев: Издательский центр Национального аграрного университета, 2005. – 245 с.

17. Zuckerrüben: Erntetechnik und Bodenschutz / FAT-Berichte Nr. 567 // Eidgenössische Forschungsanstalt für Agrarwirtschaft und Landtechnik (FAT), CH-8356 Tänikon TG – 2001. S. 1 – 19.

18. Roller O. Entblatten statt Köpfen / Dr. Olaf Roller // Zuckerrüben Journal № 2 // Rheinischer Landwirtschafts-Verlag GmbH. – 2010, S. 14 – 15.

19. Merkes R. 50 Jahre Produktionstechnik im Zuckerrübenbau in Deutschland / R. Merkes // Zuckerrübe. – 2001, № 4. – S. 214 – 217.

20. Es geht um den Kopf / Zuckerrüben Journal №3 // Rheinischer Landwirtschafts-Verlag GmbH, – 2010, S. 7 – 8.

#### Список джерел в транслітерації

1. Vasilenko P.M., Vasilenko V.P. Metodika postroeniya raschetnykh modeley funkcionirovaniya mehanicheskikh sistem (mashin i mashinnykh agregatov). Uchebnoe posobie.

2. Vasylenko P.M. Vvedeniye v zemledelcheskuyu mexanyku. – Kyev: Silgospovita, 1996. – 252 s.

3. Vasylenko P.M., Pogorelyj L.V., Brej V.V. Vibracionnyj sposob uborky korneplodov. Zhurnal: Mexanyzacyiya i elektryfikacyya sotsyalisticheskogo selskogo khozayajstva, Moskva, 1970, №2. – S. 9 – 13.

4. Svekloubochnye mashyny (konstruyrovanye u raschet) // L.V. Pogorelij, N.V. Tat'yanko, V.V. Brejdr.; pod obshh. red. L.V. Pogorelogo. – Kyev: Teknyka, 1983. – 168 s.

5. Bulgakov V.M., Golovach I.V. Teoriya vibracijnogo vykopuvannya koreneplodiv. – Zbirnyk naukovykh pracz Nacionalnogo agrarnogo universytetu "Mexanizacyia siskogospodarskogo vyrobnyctva", 2003, Tom XIV. – S. 34-86.

6. Babakov Y.M. Teoryya kolebanij. – M.: Nauka, 1968. – 560 s.

7. Bulgakov V.M., Golovach I.V. Teoriya poperechnykh kolyvan koreneplodu pry vibracijnomu vykopuvanni. – Praci Tavrijskoyi derzhavnoyi agrotexnichnoyi akademiyi. Vypusk 18. Melitopol, 2004. – S. 8-24.

8. Bulgakov V.M., Golovach I.V. Pro vymusheni poperechni kolyvannya tila koreneplodu pry vibracijnomu vykopuvanni. – Visnyk Xarkivskogo nacionalnogo texnichnogo universytetu silskogo gospodarstva imeni Petra Vasylenka: Zbirnyk naukovykh pracz. Vypusk 39. Xarkiv: XNTUSG, 2005. – S. 23-39.

9. V. Bulgakov, I. Golovach. Rozrobka matematychnoyi modeli vyluchennya koreneplodu z gruntu // Texnika APK, 2006, № 6, 7, 8. – S. 36-38.

10. Bulgakov V.M., Golovach I.V. Teoretychne doslidzhennya povzdovzhnix kolyvan koreneplodu u gruntu yak u pruzhnomu seredovyshhi pry vibracijnomu vykopuvanni. – Visnyk Xarkivskogo nacionalnogo texnichnogo universytetu silskogo gospodarstva imeni Petra Vasylenka: Zbirnyk naukovykh pracz. Vypusk 44, tom 2. Xarkiv: XNTUSG, 2006. – S. 131-155.

11. Golovach I.V. Teoriya bezposerednogo vyluchennya koreneplodu z gruntu pry vibracijnomu vykopuvanni. – Visnyk Xarkivskogo nacionalnogo texnichnogo universytetu silskogo gospodarstva imeni Petra Vasylenka: Zbirnyk naukovykh pracz. Vypusk 44, tom 2. Xarkiv: XNTUSG, 2006. – S. 77-100.

12. Butenyn N.V., Luncz Ya.L., Merkin D.R. Kurs teoretycheskoj mexanyky. T.II. Dy'namyka. – M.: Nauka, 1985. – 496 s.

13. Bulgakov V.M., Golovach I.V. Utochnena teoriya vykopuyuchogo robochogo organu lemishnogo typu // Visnyk agrarnoyi nauky Prychornomorya. Specialnyj vypusk 4(18). Tom I. – Mykolayiv: MDAU, 2002. – S. 37-63.

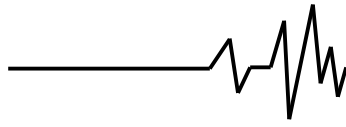
14. Pogorelij L.V., Tatyanko N.V. Svekloubochnue mashynu: ystoryya, konstrukcyya, teoryya, prognos. – Kyev: Fenyks, 2004. – 232 s.

15. Bulgakov V.M. Svekloubochnye mashynu. Monografiya. – Kyev: Agrarnaya nauka, 2011. – 351 s.

16. Bulgakov V.M. Teoryya svekloubochnux mashyn. Monografiya. – Kyev: Izdatelskyj centr Nacyonalnogo agrarnogo unyversyteta, 2005. – 245 s.

17. Zuckerrüben: Erntetechnik und Bodenschutz / FAT-Berichte Nr. 567 // Eidgenössische Forschungsanstalt für Agrarwirtschaft und Landtechnik (FAT), CH-8356 Tänikon TG – 2001. S. 1 – 19.

18. Roller O. Entblatten statt Köpfen / Dr. Olaf Roller // Zuckerrüben Journal № 2 //



Rheinischer Landwirtschafts-Verlag GmbH. – 2010, S. 14 – 15.

19. Merkes R. 50 Jahre Produktionstechnik im Zuckerrübenbau in Deutschland / R. Merkes // Zuckerrübe. – 2001, № 4. – S. 214 – 217.

20. Es geht um den Kopf / Zuckerrüben Journal №3 // Rheinischer Landwirtschafts-Verlag GmbH, – 2010, S. 7 – 8.

создают условия для их непосредственного извлечения.

**Ключевые слова:** сахарная свекла, корнеплод, выкапывание, эквивалентная схема, сила, момент силы, колебания, система дифференциальных уравнений, закон колебательного движения, амплитуда, частота.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ТЕЛА САХАРНОЙ СВЕКЛЫ ВМЕСТЕ С ТОЧКОЙ ПРИВЯЗКИ

**Аннотация.** Созданная математическая модель колебаний тела как твердого корнеплода в упругой среде при симметричном захвате корнеплода рабочим органом (захвате корнеплода двумя лемехами одновременно). Составленная система дифференциальных уравнений поступательных колебаний тела вместе с окружающим его грунтом. Решение полученной системы дифференциальных уравнений позволило найти закон колебательного процесса корнеплода в почве при вибрационном выкапывании, а также аналитические выражения для вычисления частот и амплитуд свободных и свободных сопровождающих колебаний и амплитуд вынужденных колебаний корнеплода как твердого тела в почве. Согласно расчетам, центр масс корнеплода из 0,025 с осуществляет перемещение по оси  $Ox_1$  на расстояние 50 мм при частоте збуруючої сили  $\nu = 20$  Гц, а по оси  $Oz_1$  при частоте збуруючої сили  $\nu = 20$  Гц - на расстояние 40 мм ( $c_1 = 2 \cdot 10^5$  Н / м<sup>2</sup>), на расстояние 30 мм ( $c_1 = 3 \cdot 10^5$  Н / м<sup>2</sup>), на расстояние 20 мм ( $c_1 = 4 \cdot 10^5$  Н / м<sup>2</sup>). Полученные расчетные значения амплитуд колебаний корнеплода как твердого тела для рассматриваемых кинематических режимов полностью обеспечивают разрушение связей с почвой и

#### INVESTIGATION OF VIBRATIONS OF ROOT CROPS SUGAR BEETS WITH FASTENING POINTS

**Annotation.** Make a mathematical model of oscillations of root as a rigid body are obtained with symmetric excited about working body of root (root crop delighted with two blade simultaneously). Consisting of differential equations of translational vibrations of root with the surrounding soil. Solution obtained system of the differential equations made it possible to find the law oscillatory process of root in the soil at vibrating digging and analytical expressions for calculating frequencies and amplitudes of the free and the accompanying free oscillation amplitudes and forced vibrations of root as a rigid body in the ground. According to calculations, center of mass of root crops through 0,025 s, have moved with the axis of  $Ox_1$  50 mm at a frequency  $\nu =$  trouble power 20 Hz, and at a frequency axis  $Oz_1$  trouble force  $\nu = 20$  Hz - a distance of 40 mm ( $c_1 = 2 \cdot 10^5$  N / m<sup>2</sup>) at a distance of 30 mm ( $c_1 = 3 \cdot 10^5$  N / m<sup>2</sup>), 20 mm ( $c_1 = 4 \cdot 10^5$  N / m<sup>2</sup>). The resulting calculated values of the amplitudes of oscillations of root crops as a rigid body considered of kinematic regimes to fully ensure the destruction of root crops connections with soil and create conditions for their immediate removal.

**Key words:** sugar beet ,roots, digging, equivalent circuit, the power, power point , fluctuations, system of differential equations, law of the vibrational motion, amplitude, frequency.