

Ручинський М. М.

Запривода А. В.

Київський національний  
університет  
будівництва і  
архітектури

Ruchynskiy M. M.

Zapryvoda A. V.

Kyiv National University  
of Construction and  
Architecture

УДК 69.00.25

**ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ  
ВІБРОМАШИН ДЛЯ  
УЛАШТУВАННЯ  
ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ПОВЕРХОНЬ**

Розглянуто та визначено закономірність руху віброустановки для формування горизонтальних поверхонь на основі врахування хвильових явищ та напружень зсуву. Наведені числові значення параметрів віброрейки та реологічних характеристик ущільнюючої бетонної суміші.

**Ключові слова:** бетонна суміш, резонанс, ущільнення, вібрація.

**Постановка проблеми.** В сучасному будівництві доля монолітно-каркасного методу має все більше застосування [1]. Значна частка при реалізації цього методу супроводжується формуванням горизонтальних поверхонь, де виникає задача їх ущільнення. Особливо важливим є процес формування горизонтальних поверхонь при улаштуванні підземних гаражів, блоків, установок обслуговування будинку і т.п. В роботі вирішується задача дослідження динаміки поверхневих машин значної довжини ( $l > 2...3m$ ) в умовах взаємодії із оброблювальним середовищем.

**Аналіз досліджень.** Дослідженням поверхневого ущільнення присвячено ряд робіт [2–4]. В роботах [2,3] розглядається дискретна модель бетонної суміші. Значні теоретичні дослідження на основі хвильової теорії ущільнення бетонної суміші поверхневими вібромашинами приведені в роботах [4,5], де виявлені основні закономірності руху такого класу машин. Отримані результати [4,5] значно розширили уявлення про процес ущільнення. Ущільненню ґрунтів поверхневими вібротрамбівками присвячені роботи [6,7]. Базуючись на результатах цитованих робіт [4–7], вирішується подібна задача на основі моделі середовища із урахуванням напружень зсуву [8,9], що є одною із умов ефективного ущільнення суміші.

**Методика та результати досліджень.** Методикою передбачена передумова, що бетонна суміш, яка знаходиться під віброущільнювачем для улаштування горизонтальних поверхонь, є

квазіоднорідним тілом. Приймається, що бетонна суміш моделюється гнучким стрижнем довжиною  $h$ . Врахуємо, що на стрижень діє сила ваги, яка призводить до виникнення в ньому поздовжніх коливань.

Якщо позначити через  $u(x,t)$  переміщення перерізу стрижня з абсцисою  $x$  в момент часу  $t$ , то диференціальне рівняння вимушених коливань системи "віброущільнювач - шар бетонної суміші" з урахуванням розсіювання енергії має наступний вигляд:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2 \cdot (1 + i \cdot \gamma)} \times \left( \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + g \right), \quad (1)$$

де  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  і  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  — відповідно прискорення суміші і друга похідна від деформації

$\varepsilon = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$ ;  $i = \sqrt{-1}$ ;  $c$  — швидкість поздовжніх хвиль, які поширюються в шарі бетонної суміші, що має модуль пружності  $E$  і

щільність  $\rho$ ,  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ;  $\gamma$  — коефіцієнт втрат,

який характеризує розсіювання енергії;  $\gamma = \frac{\Delta W}{2\pi \cdot W}$ ;  $\Delta W$  — енергія, поглинена елементарним шаром бетонної суміші за період коливань;  $W$  — потенційна енергія деформації цього шару;  $g$  — прискорення вільного падіння.

Припускаючи, що бетонна суміш є середовищем, в якій генеруються пружні хвилі



зсуву, а сама поверхня віброуцілювача не відривається від приповерхневого шару бетонної суміші, можна граничні умови представити в наступному вигляді:

$$u|_{x=h} = 0; u|_{x=0} = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (2)$$

де  $x_0 \equiv A$  – амплітуда коливань робочого органу віброуцілювача,  $\omega$  – колова частота його коливань. Будемо вважати, що початкові переміщення і початкові швидкості дорівнюють нулю, тоді початкові умови можна звести до наступних:

$$u|_{t=0} = 0, \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0. \quad (3)$$

До вирішення задачі (1) - (2) не можна застосувати метод Фур'є, оскільки граничні умови (3) неоднорідні. Але це завдання легко звести до задачі з нульовими граничними умовами (при яких можна застосувати метод Фур'є).

Дійсно, введемо допоміжну функцію:

$$w(x, t) = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) - x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \times \frac{x}{h} = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \left(1 - \frac{x}{h}\right). \quad (4)$$

Зрозуміло, що :

$$w|_{x=0} = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t), w|_{x=h} = 0. \quad (5)$$

Рішення завдання тепер шукаємо у вигляді суми:

$$u(x, t) = v(x, t) + w(x, t), \quad (6)$$

де  $v(x, t)$  – нова невідома функція.

У зв'язку з наявністю граничних умов (2), (5) і початкових умов (3), функція  $v(x, t)$  повинна задовольняти граничним умовам:

$$v|_{x=0} = 0; v|_{x=h} = 0, \quad (7)$$

і початковим умовам:

$$v|_{t=0} = u|_{t=0} - w|_{t=0} = 0. \quad (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} - \frac{\partial w}{\partial t}|_{t=0} = -\omega \cdot x_0 + \omega \times x_0 \cdot \frac{x}{h} = -\omega \cdot x_0 \left(1 - \frac{x}{h}\right) \quad (9)$$

Підставляючи тепер у рівняння, отримаємо:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + g + a^2 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (10)$$

або в силу (4),

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \tilde{g}(x, t), \quad (11)$$

де

$$\tilde{g}(x, t) = g - \omega^2 \cdot x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) + \omega^2 \times x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{x}{h} = g - \omega^2 \times x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \left(1 - \frac{x}{h}\right). \quad (12)$$

В (10) і (11) введено позначення:

$$a^2 = c^2 \cdot (1 + t \cdot \gamma). \quad (13)$$

Таким чином, ми отримуємо задачу для функції  $v(x, t)$ :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \tilde{g}(x, t), \\ v|_{x=0}, v|_{x=h} = 0, \\ v|_{t=0} = 0, \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = -\omega \cdot x_0 \left(1 - \frac{x}{h}\right) \end{cases} \quad (14)$$

Будемо шукати рішення цієї задачі у вигляді суми:

$$v(x, t) = v_1(x, t) + v_2(x, t), \quad (15)$$

де  $v_1(x, t)$  є рішення неоднорідного рівняння:

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \tilde{g}(x, t), \quad (16)$$

Яке задовольняє граничним умовам:

$$v_1|_{x=0} = 0; v_1|_{x=h} = 0, \quad (17)$$

і початковим умовам:

$$v_1|_{t=0} = 0, \frac{\partial v_1}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad (18)$$

а  $v_2(x, t)$  є рішення однорідного рівняння:

$$\frac{\partial^2 v_2}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2}, \quad (19)$$

Задовольняє граничним умовам:

$$v_2|_{x=0} = 0, v_2|_{x=h} = 0, \quad (20)$$

і початковим умовам:

$$v_2|_{t=0} = 0, \frac{\partial v_2}{\partial t}|_{t=0} = -\omega \cdot x_0 \left(1 - \frac{x}{h}\right). \quad (21)$$

Рішення  $v_1(x, t)$  являє собою вимушені коливання шару бетонної суміші, тобто такі коливання, які здійснюються під дією зовнішньої збудливою сили, якщо початкові збурення відсутні.

Рішення  $v_2(x, t)$  являє вільні коливання прошарку бетонної суміші, тобто такі коливання, які відбуваються тільки внаслідок початкового збурення.

Використовуючи [3], будемо мати для  $v_2(x, t)$ :

$$\begin{cases} v_2(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cdot \cos\left\{\frac{k\pi a t}{h}\right\} + b_k \times \\ \times \sin\left\{\frac{k\pi a t}{h}\right\}) \cdot \sin\left\{\frac{k\pi x}{h}\right\} \\ a_k \equiv 0, b_k = \frac{2}{k\pi a} \cdot \int_0^h \left\{-\omega \cdot x_0 \left(1 - \frac{x}{h}\right)\right\} \times \\ \times \sin\left(\frac{k\pi x}{h}\right) dx. \end{cases} \quad (22)$$

Для  $v_1(x, t)$  можна знайти рішення у вигляді наступного ряду:

$$v_1(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) \cdot \sin\left(\frac{k\pi x}{h}\right), \quad (23)$$

де



$$T_k(t) = \frac{2}{h \cdot \omega_k} \times \int_0^1 dr \int_0^h \tilde{g}(x, \tau) \cdot \sin[\omega_k \times (t - r)] \times \sin\left(\frac{k\pi\xi}{h}\right) d\xi, \quad \omega_k = \frac{k\pi a}{h} \quad (24)$$

Таким чином, остаточне рішення  $v(x, t)$  має вигляд:

$$v(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) \cdot \sin\left(\frac{k\pi x}{h}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \cdot \cos\left[\frac{k\pi a t}{h}\right] + b_k \cdot \sin\left[\frac{k\pi a t}{h}\right] \right\} \times \sin\left[\frac{k\pi x}{h}\right] \quad (25)$$

Перший член в (25) являє собою коливання шару бетонної суміші, які викликані наявністю сили тяжіння і сили впливу робочого органу поверхневого віброущільнювача для

влаштування горизонтальних поверхонь при нульових початкових умовах.

Другий член в (25) являє собою коливання шару бетонної суміші, які викликані наявністю ненульових початкових умов.

У Таблиці 2.3 представлені значення  $\omega_k, c^{-1}$  для  $k=1,2,3$  і різних значень  $h, m$  і  $a, \frac{m}{c}$ .

У разі резонансу ( $\omega = \omega_k$ ) час, протягом якого відбувається наростання амплітуди переміщення в шарі бетонної суміші, визначається з наближеного співвідношення:

$$t_{\text{нарост.}} = \frac{2}{\gamma \cdot \omega} \quad (26)$$

Для типових значень  $\omega$  (див. таблицю 1) і  $\gamma$  ( $\gamma = 0,1 \dots 0,3$ ),  $t_{\text{нарост.}}$  становить (0,01...0...0,02)с.

В результаті вирішення задачі дослідження було запропоновано і виготовлено віброрейки  $l=2m, l=3m$  і  $l=4m$ , які впроваджено у виробництво. Технічні характеристики віброрейок  $l=2m$  і  $l=3m$  приведені в табл. 2.

Таблиця 1

Числові значення

h, м	a=20м/с			a=40м/с			a=60м/с		
	k			k			k		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
0,1	228,3	125,7	188,5	125,7	251,3	377,0	188,5	377,0	565,5
0,15	218,9	237,8	125,7	237,8	167,6	251,3	125,7	251,3	377,0
0,2	314,2	228,3	242,6	228,4	125,7	188,5	242,6	188,5	282,8

Таблиця 2

Технічна характеристика віброрейки

Параметр	Продуктивність, м <sup>3</sup> /год		Частота коливань, рад/с	Статичний момент, кг*м	Потужність, кВт	Габаритні розміри, l×b×h	Маса, кг	
	l=2м	l=3м					l=2м	l=3м
Числове значення	60- 180	90-270	314	0,046; 0,058; 0,072; 0,092	0,6	2(3)×0,4×0,27	52	72,8

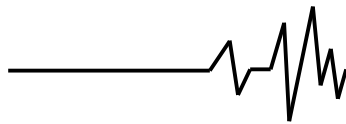
**Висновки**

1. У разі додатку вібраційних впливів зазвичай використовуються розрахункові залежності для визначення в'язкості потребують суттєвого уточнення: необхідний облік вібраційних, а в окремих випадках інерційних сил опору коливанням.

2. Для забезпечення отримання виробу гарної якості (горизонтальної поверхні), в якому наявність каверн і раковин зведено до мінімуму, слід задавати режими віброформування

бетонних сумішей, яким притаманні обмеження на амплітуду коливань.

3. Отримано основні закони руху бетонної суміші, яка ущільнюється поверхневим віброущільнювачі в процесах облаштування бетонних горизонтальних поверхонь, методами математичної фізики, причому проведена коректна, з точки зору математики, процедура отримання спільного рішення рівнянь, що дозволяє використовувати повною мірою метод Фур'є.



4. Отримані залежності доцільно використовувати при вдосконаленні та уточненні інженерних розрахунків подібних систем з метою їх оптимізації, а також для підвищення якості облаштованих горизонтальних поверхонь.

#### Список використаних джерел

1. 1.Рунова Р.Ф., Гоц В.І., Назаренко І.І. та інш. Конструкційні матеріали нового покоління та технології їх впровадження у будівництво. – К.: УВПК «Екс 05» – 2008, – 360 с.

2. Руденко І.Ф. Формование изделий поверхностными виброустройствами. – М.: Стройиздат, 1972. – 104 с.

3. Савинов О.А. Вибрационная техника уплотнения и формования бетонных смесей / О.А.Савинов, Е.В. Лавринович. – Л. Стройиздат. – 1986. – 280 с.

4. Гарнець В.М. Прогресивні віброформуєчі агрегати та комплекси. К.: Будівельник, 1991. – 144 с.

5. Чубук Ю.Ф., Назаренко І.І., Гарнець В.Н. Вибрационные машины для уплотнения бетонных смесей. – К.: Вища школа. Головное изд-во, 1985. – 168 с.

6. Свідерський А.Т. Дослідження динаміки вібраційної машини із урахуванням напружено-деформованого стану пружно-пластичного середовища. / А.Т. Свідерський // «Вібрації в техніці і технологіях». №3 (71), Вінниця, 2013, с. 41–45.

7. Дедов О.П. Математична модель та визначення параметрів руху вібро-трамбовки для ущільнення ґрунтів. / О.П. Дедов // «Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини». Вип. 66, Київ, 2006, с. 41–46.

8. Запривода А.В., Ручинський М.М. Дослідження основних характеристик процесу формування горизонтальних поверхонь вібраційним робочим органом. / «Теорія і практика будівництва». №12, Київ, КНУБА, 2013, с. 44–47.

9. Гольдштейн Б.Г., Петрунькин Л.П. Глубинные вибраторы для уплотнения бетона. – М.: Машиностроение, 1966. – 172 с.

#### Список джерел в транслітерації

1. Runova R.F., Gots V.I., Nazarenko I.I. ta inshi. Konstruktsiyni materialy novogo pokolinnya ta tehnologii ih vprovadzhennya u budivnytstvo. – K.: UVPK «Eks 05» – 2008, – 360 s.

2. Rudenko I.F. Formirovanie izdeliy poverhnostnymi vibroustroystvami. – M.: Stroyizdat, 1972. – 104 s.

3. Savinov O.A. Vibratsionnaya tehnika uplotneniya i formirovaniya betonnyh smesey / O.A.Savinov, E.V. Lavrinovich. – L.: Stroyizdat. – 1986 – 280 s.

4. Harnets V.M. Progresyvni vibroformuyuchi agregaty ta komplekxy. K.: Budivelnik, 1991. – 144 s.

5. Chubuk Y.F., Nazarenko I.I., Harnets V.N. Vibratsionnye mashyny dlya uplotneniya betonnyh smesey. – K.: Vyscha shkola. Golovnoe izd-vo, 1985. – 165 s.

6. Sviderskiy A.T. Doslidzhennya dynamiky vibratsiynoi mashyny iz urahuvannam napruzhenno-deformovanogo stanu pruzhno-plastychnogo seredovyscha. / A.T.Sviderskiy // «Vibratsii v tehniitsi i tehnologiyah». №3 (71). Vinnytsya, 2013, s. 41–45.

7. Dedov O.P. Matematychna model ta vyznachennya parametriv ruhu vibrotambovki dlya uschilnennya gruntiv. / O.P.Dedov // «Girnychi, budivelni, dorozhni ta melioratyvnimashyny». Vyp. 66, Kyiv, 2006, s. 41–46.

8. Zapryvoda A.V., Ruchynskiy M.M. Doslidzhennya osnovnykh harakterystyk protsesu formuvannya goryzontalnyh poveron robochym organom. / «Teoriya i praktyka budivnytstva». №12, Kyiv, 2013, s. 44–47.

9. Goldshteyn B.G., Petrunkin L.P. Glubinnye vibratory dlya uplotneniya betona. – M.: Mashinostroenie, 1966. – 172 s.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВИБРОМАШИН ДЛЯ УСТРОЙСТВА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

**Аннотация.** Рассмотрены и определены закономерности движения виброустановки для формирования горизонтальных поверхностей на основе учета волновых явлений и напряжений смещения. Приведены числовые значения параметров виброрейки и реологических характеристик уплотняющей бетонной смеси.

**Ключевые слова:** бетонная смесь, резонанс, вибрация.

#### VIBRATOR DYNAMICS RESEARCH FOR HORIZONTAL SURFACES PLACEMENT

**Annotation.** Are examined and defined pattern vibratory motion to form horizontal surfaces on the basis of the account of wave phenomena and bias voltages. Given numerical values screeds and rheological characteristics of sealing concrete.

**Key words:** concrete mix, resonance, seals, vibration.