

Шевченко Г. А.

Шевченко В. Г.

*Институт
геотехнической
механики
им. Н. С. Полякова
НАН Украины*

Shevchenko G. O.

Shevchenko V. G.

*M.S. Polyakov Institute of
Geotechnical Mechanics
under the NAS of Ukraine*

УДК 534-752.001.57

МОДЕЛЬ ВИБРАЦИОННОГО ПОЛИЧАСТОТНОГО ГРОХОТА С ОГРАНИЧЕННЫМ ИСТОЧНИКОМ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Предыдущие исследования показали, что динамические режимы колебаний грохота зависят от силы, а, следовательно, и мощности источника возбуждения. Таким образом, целью работы была разработка математической модели вибрационного поличастотного грохота с ограниченным источником возбуждения. Для моделирования механической характеристики двигателя использовалась формула Клосса. Полученные уравнения движения масс грохота были решены методом численного интегрирования. Для установления адекватности полученной модели сравнивались модели с идеальным и ограниченным источником. Показано, что результаты расчета системы с помощью обеих моделей близки, что позволяет сделать вывод о корректности использования модели с ограниченным источником.

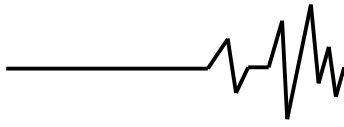
Ключевые слова: виброударные системы, ограниченный источник возбуждения, формула Клосса.

При классификации мелких и тонких классов крупности сыпучих сред на просеивающих поверхностях вибрационных грохотов вследствие увеличения удельной свободной поверхности и относительного уменьшения массы таких частиц, возрастает влияние поверхностно активных сил и снижается влияние инерционных сил на их относительное перемещение. Вследствие этого возрастает влияние сил сцепления между частицами, частицами и просеивающей поверхностью. Все это способствует образованию агрегатов из слипшихся частиц на просеивающей поверхности, их прилипанию к элементам поверхности и забиванию отверстий, застрявшими в них частицами, что, в целом, снижает эффективность классификации. При наличии в среде липких примесей и увеличении влажности до свободной жидкости эти негативные явления усиливаются и еще в большей степени снижают эффективность классификации.

Повышение эффективности классификации мелких и тонких классов крупности возможно за счет увеличения влияния инерционных сил или ускорений действующие на частицы. Исследования показывают [1], что для этого в зависимости от

физико-механических свойств сыпучей среды уровень ускорений должен достигать сотен и тысяч m/s^2 . Такой уровень ускорения обеспечивается на вибрационных поличастотных грохотах, рабочий орган которого, сита для разделения и сыпучая среда совершают виброударные колебания с ускорениями до тысяч m/s^2 , в частотном диапазоне от Гц до кГц.

Основной задачей при проектировании грохота является выбор его параметров, которые обеспечивают заданные режимы колебаний рабочего органа. Необходимым условием для этого является разбег и выход на стационарный режим виброударных колебаний. Для осуществления этой задачи используется метод математического моделирования. В работе [1] приведена модель вибрационного поличастотного грохота с идеальным источником возбуждения, исследования которой показали, что динамические режимы колебаний масс грохота существенно зависят от силы и, следовательно, мощности источника вибровозбуждения. Поскольку электродвигатель привода грохота имеет ограниченную мощность, то он относится к «неидеальным» источникам энергии. Поэтому может проявляться взаимодействие



колебательных движений масс грохота и оборотов ротора электродвигателя. Кроме того, поскольку грохот является резонансной вибрационной механической системой важным является исследования переходных режимов его работы, особенно при возникновении и срыве виброударных колебаний, так как они проходят в области резонансных частот, связанных с повышенным энергопотреблением. Наиболее актуальной задачей является анализ разгонного режима и установившихся режимов, поскольку они связаны с механической характеристикой двигателя как источника энергии и рациональным выбором конструктивных параметров, влияющих на процесс разгона и выхода на стационарный режим. К таким параметрам относятся масса колеблющихся частей грохота, жесткость упругих элементов, момент инерции вращающихся частей вибропривода, момент сопротивления вращению в приводе, механические характеристики привода и др. Для учета этого разработана математическая модель поличастотного грохота с ограниченной мощностью асинхронного электродвигателя привода инерционного дебалансного вибровозбудителя колебаний.

Для исследований динамики машин с электроприводом в большинстве случаев используется статическая характеристика двигателя. Это связано со сложностью математических моделей, учитывающих его динамику, при использовании электромеханической модели двигателя. Для исследования переходных процессов в электромеханических системах с асинхронным

электродвигателем часто используется формула Клосса [2].

На рис. 1 приведена расчетная схема вибрационного поличастотного грохота с ограниченным источником возбуждения. Вибрационный грохот представляет собой двухмассовую систему, связанных между собой и неподвижным основанием при помощи односторонних связей, упругих и демпфирующих элементов. Система состоит из корпуса массой m_1 и рабочего органа (ударника) массой m_2 . Короб установлен на неподвижном основании при помощи удерживающих связей жесткостью c_{p10} и вязкостью b_{p10} . Ударник прикреплен к корпусу с помощью удерживающих связей жесткостью c_{p21} и вязкостью b_{p21} и оснащен сверху и снизу упругими ограничителями с жесткостями c_{r12} и c_{r21} и вязкостями b_{r12} и b_{r21} соответственно. Для облегчения запуска системы между корпусом и ограничителями установлены зазоры δ_{12} и δ_{21} . На корпусе грохота установлен дебалансный вибровозбудитель, который приводится во вращение от асинхронного электродвигателя и вращается в горизонтальной плоскости. Масса дебалансов вибровозбудителя m_0 , эксцентриситет r , момент инерции J , номинальная мощность N_n . В процессе вращения неуравновешенных масс возникает центробежная сила инерции, которая возбуждает малые вынужденные колебания масс грохота. Рассматриваются колебания масс грохота только по оси x . Поэтому система характеризуется двумя связанными координатами: поворотной - углом поворота ротора вибровозбудителя φ и колебательной – смещением масс грохота по оси x .

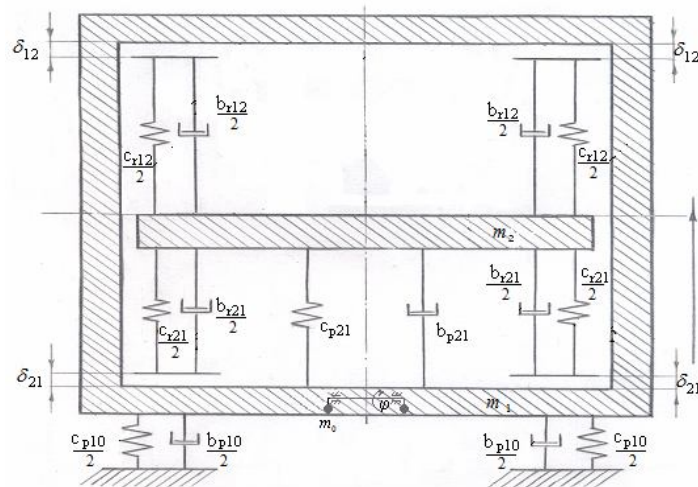
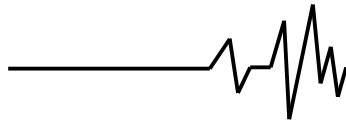


Рис. 1. Расчетная схема грохота с ограниченным источником возбуждения



Система уравнений, описывающая движение системы, приведенной на рис. 1 имеет вид:

$$\begin{cases} (m_1 + m_0)\ddot{x}_1 + P_1 - P_2 - P_{01} + P_{02} = m_0 r \dot{\varphi} \sin \varphi + m_0 r \dot{\varphi}^2 \cos \varphi \\ m_2 \ddot{x}_2 + P_2 + P_{01} - P_{02} = 0 \\ J\ddot{\varphi} = m_0 r \dot{x} \sin \varphi + L(\dot{\varphi}) - R(\dot{\varphi}) + m_0 g r \sin \varphi \end{cases}, \quad (1)$$

где x_1 – перемещение короба; x_2 – перемещение ударника; P_1 – усилия в удерживающих связях короба; P_2 – усилия в удерживающих связях ударника; P_{01} , P_{02} – усилия в упругих ограничителях; φ – угол поворота дебаланса; L – крутящий момент на валу дебалансов; R – момент сопротивления вращению от сил трения в подшипниках; g – ускорение свободного падения.

Усилия в упругих связях и ограничителях определяются аналогично, как в работе [1]. Крутящий момент на валу дебаланса определяется по формуле:

$$L = \eta u \tilde{M}, \quad (2)$$

где η – коэффициент полезного действия привода; u – передаточное отношение привода; \tilde{M} – крутящий момент на валу двигателя.

В вибрационных машинах с инерционным приводом в качестве источника энергии чаще всего используют асинхронные электродвигатели с короткозамкнутым ротором. Для таких двигателей большой мощности механическая характеристика (зависимость момента двигателя от скольжения) определяется формулой Клосса:

$$\tilde{M} = \frac{2M_{kr}}{s/s_{kr} + s_{kr}/s}, \quad (3)$$

где M_{kr} – критический момент двигателя; s_{kr} – критическое скольжение двигателя; s – текущее скольжение.

Критический момент асинхронного электродвигателя определяется по формуле:

$$M_{kr} = \zeta M_n, \quad (4)$$

где ζ – перегрузочная способность двигателя, характеризующая его способность к недлительным перегрузкам; M_n – номинальный момент двигателя.

Номинальный момент асинхронного двигателя определим как:

$$M_n = \frac{1000 N_n}{\omega_n}, \quad (5)$$

где N_n – номинальная мощность двигателя, кВт; ω_n – номинальная угловая скорость вращения двигателя.

Критическое скольжение асинхронного электродвигателя определяется по зависимости:

$$s_{kr} = s_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}), \quad (6)$$

где s_n – номинальное скольжение, определяемое по формуле:

$$s_n = \frac{\omega_c - \omega_n}{\omega_c}, \quad (7)$$

где ω_c – синхронная угловая скорость ротора, вычисляемая по формуле:

$$\omega_c = \frac{2\pi f_c}{p}, \quad (8)$$

где f_c – частота тока в питающей электросети; p – число пар полюсов асинхронного двигателя.

Текущее значение скольжения определяется по зависимости:

$$s = \frac{\omega_c - \omega}{\omega_c}, \quad (9)$$

где ω – текущее значение угловой скорости, которое вычисляется:

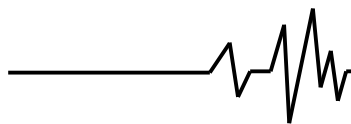
$$\omega = u \dot{\varphi}. \quad (10)$$

Момент сопротивления вращению от сил трения в подшипниках равен:

$$R = 0,5 \mu F d, \quad (11)$$

где F – центробежная сила дебаланса; μ – условный коэффициент трения качения; d – диаметр дебалансного вала.

Центробежная сила, возникающая на валу дебаланса при его вращении:



$$F = m_0 r \dot{\varphi}^2. \quad (12)$$

Для решения уравнений движения системы (1) необходимо дополнить их начальными условиями. Будем считать, что в начальный момент времени ($t=0$) система находилась в покое, т.е.:

$$\begin{cases} x_1(0) = 0, \dot{x}_1(0) = 0; \\ x_2(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0; \\ \varphi(0) = 0, \dot{\varphi}(0) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Поскольку получить аналитическое решение уравнений (1), (13) затруднительно, то решение находилось методом численного интегрирования. Вычислительный алгоритм, использованный для этого, был основан на трехслойных схемах с весами [3]. Для

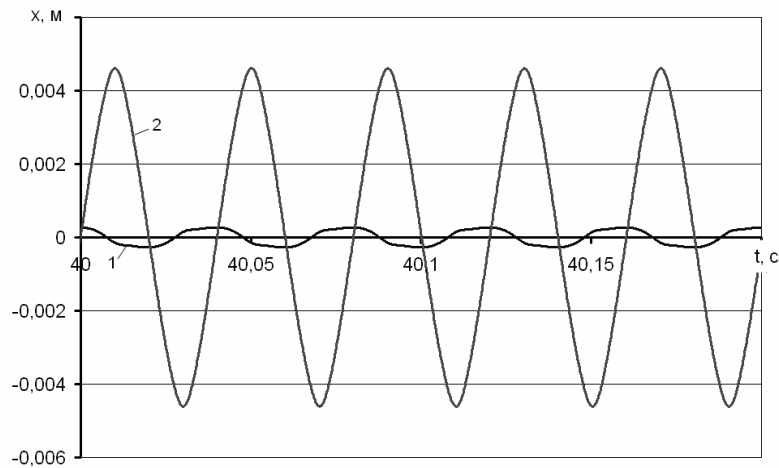
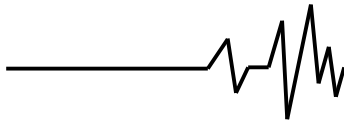
численного моделирования были заданы параметры исследуемой системы, приведенные в табл. 1.

На рис. 2-5 приведены зависимости, построенные по результатам численных экспериментов системы по модели с ограниченным источником. Для проверки адекватности разработанной модели результаты её исследований сравнивались с результатами, полученными при исследованиях математической модели грохота с «идеальным» источником вибровозбуждения [1]. Для последней в качестве параметров были выбраны значения, полученные по результатам расчетов системы с ограниченным источником: частота внешней силы – 156 рад/с, амплитуда внешней силы – 12300 Н.

Таблица 1

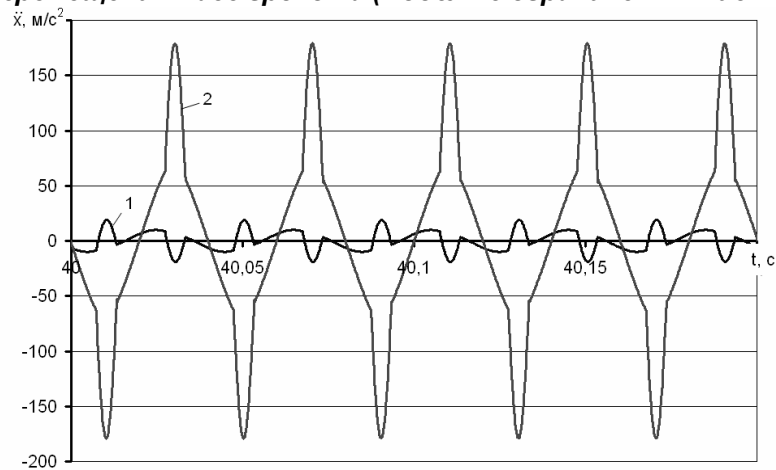
Параметры системы

Параметр	Ед. изм.	Значение
Масса короба, m_1	кг	518,8
Масса ударника, m_2	"-	120,0
Масса дебаланса, m_0	"-	7,14
Жесткость опорных упругих связей, c_{p10}	Н/м	140000
Жесткость упругих связей ударника, c_{p21}	"-	1787500
Жесткость упругих ограничителей, c_{r12}, c_{r21}	"-	17000000
Вязкость опорных упругих связей, b_{p10}	кг/с	1000
Вязкость упругих связей ударника, b_{p21}	"-	1000
Вязкость упругих ограничителей, b_{r12}, b_{r21}	"-	1000
Зазоры между ударником и ограничителями, δ_{12}, δ_{21}	м	0,004
Эксцентриситет дебаланса, r	"-	0,07
Момент инерции дебаланса, J	кг м ²	0,14
Коэффициент полезного действия привода, η		1
Передаточное отношение привода, u		1
Перегрузочная способность двигателя, ζ		2,4
Номинальная мощность двигателя, N_n	кВт	1,1
Номинальная угловая скорость вращения двигателя, ω_n	рад/с	156
Частота тока в питающей сети, f_c	Гц	50
Число пар полюсов асинхронного двигателя, p		2
Условный коэффициент трения качения, μ		0,002
Диаметр дебалансного вала, d	М	0,06



1 – короб, 2 – ударник

Рис. 2. Перемещения масс грохота (модель с ограниченным источником)



1 – короб, 2 – ударник

Рис. 3. Ускорения масс грохота (модель с ограниченным источником)

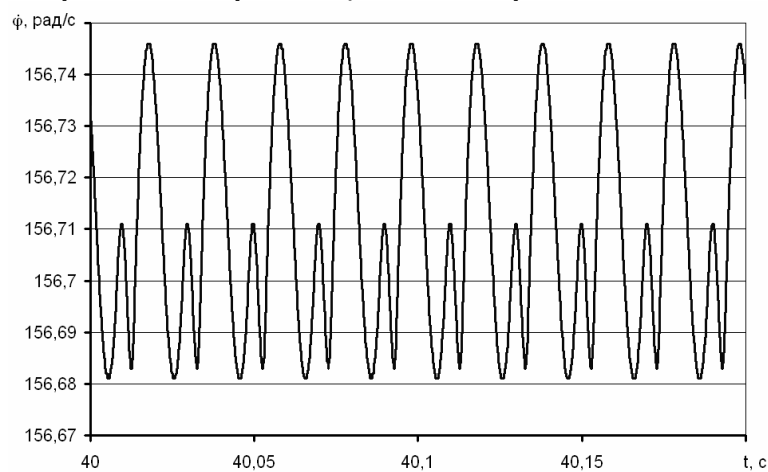
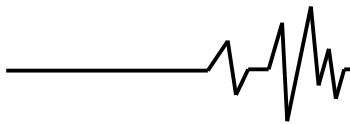


Рис. 4. Угловая скорость вращения дебаланса

Зависимости, построенные по результатам численных экспериментов системы по модели с «идеальным» источником представлены на рис. 6-7. Сравнение зависимостей на рис. 1, 2 и рис. 6, 7 показывает их идентичность. Результаты

расчетов с использованием двух моделей совпадают с точностью до фазы (рис. 8). Так максимальное значение перемещений короба и ударника по модели с ограниченным источником составляет 0,2724 мм и 4,6079 мм соответственно, а по модели с идеальным



источником – 0,2717 мм и 4,6080 мм соответственно. Максимальные значения ускорений короба и ударника по модели с ограниченным источником составляют 18,0 м/с² и 179,1 м/с² соответственно, а по модели с

идеальным источником – 18,8 м/с² и 177,5 м/с² соответственно. На рис. 9 и рис. 10 приведены спектры ускорений ударника, полученные при использовании модели с ограниченным и идеальным источником соответственно.

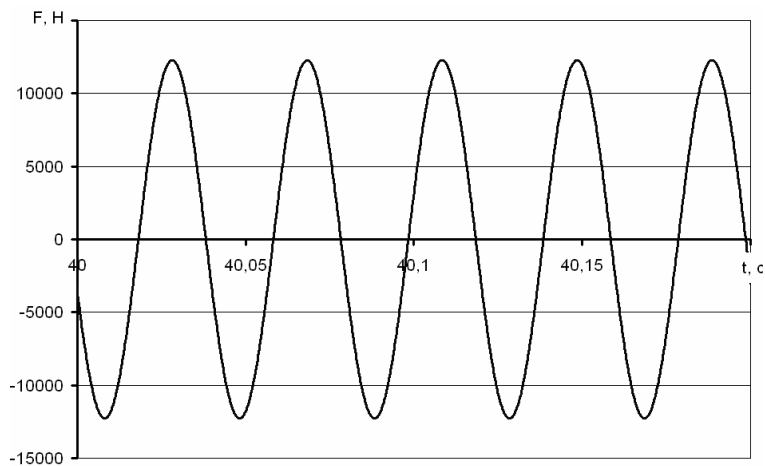
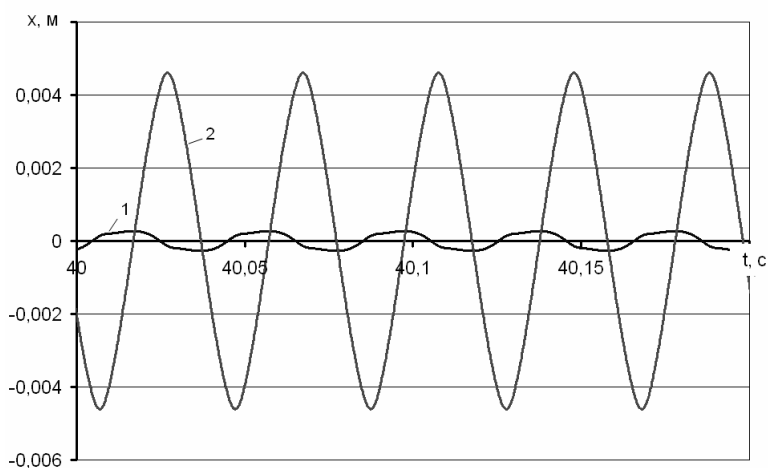
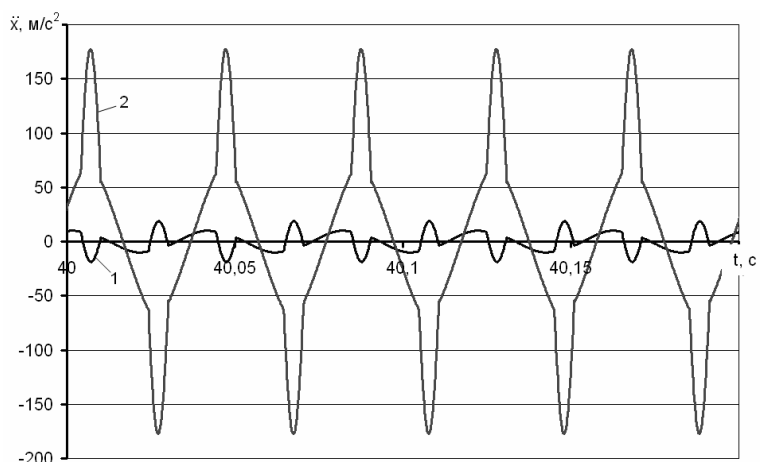


Рис. 5. Сила вибровозбудителя



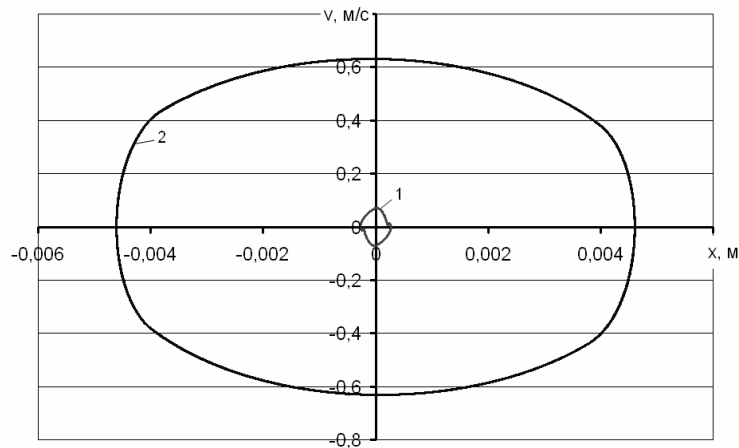
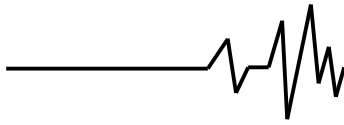
1 – короб, 2 – ударник

Рис. 6. Перемещения масс грохота (модель с идеальным источником)



1 – короб, 2 – ударник

Рис. 7. Ускорения масс грохота (модель с идеальным источником)



1 – короб, 2 – ударник

Рис. 8. Фазовые диаграммы масс грохота по моделям с ограниченным и идеальным источником

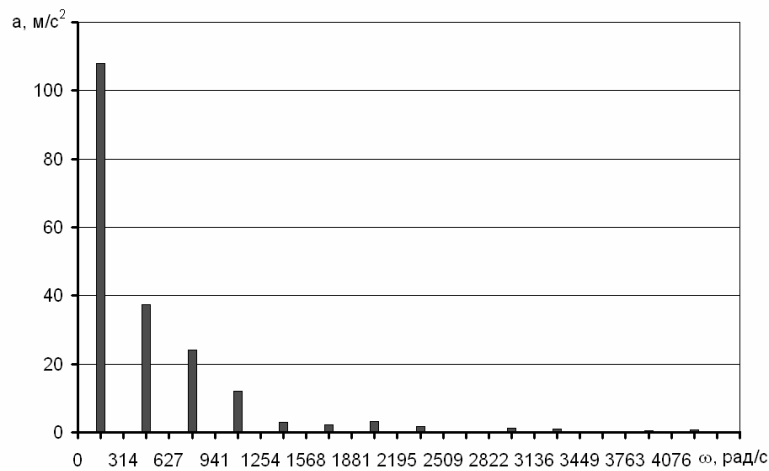


Рис. 9. Спектр ускорений ударника по модели с ограниченным источником

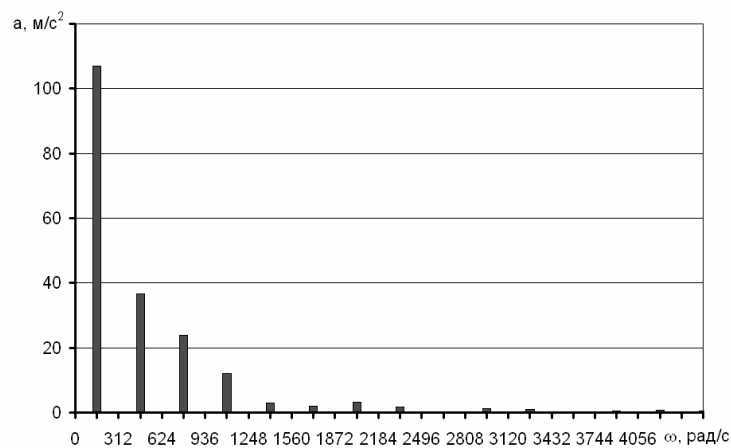
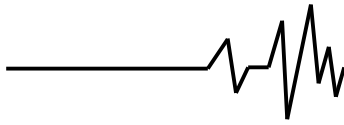


Рис. 10. Спектр ускорений ударника по модель с идеальным источником

Полученные спектры отличаются, так как при использовании модели с идеальным источником частота возбуждающей силы является фиксированной, а при использовании

модели с ограниченным источником эта величина определяется в ходе решения системы уравнений (1), (13). В рассматриваемом случае частота



возбуждающей силы для системы с идеальным источником бралась равной 156 рад/с, что отличается от полученной угловой скорости вращения дебалансов, равной 156,7 рад/с (рис. 4). Поличастотные колебания, реализуемые в обеих моделях имеют гармоники, определяемые формулой:

$$\omega_k = (2k + 1)\Omega, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (14)$$

где Ω - средняя угловая скорость вращения дебалансов для модели с ограниченным источником и частота возбуждающей силы для модели с идеальным источником.

Таким образом, можно сделать выводы об адекватности моделей с ограниченным и идеальным источником возбуждающей силы.

Список использованных источников

1. Шевченко Г.А. Обоснование параметров колебаний сит поличастотных вибрационных грохотов / Г.А. Шевченко, А.А. Бобылёв, М.А. Ищук // Научный вестник Национального горного университета. – Днепропетровск, 2010. – Вып. 5. – С. 64–71.
2. Костенко М.П. Электрические машины / М.П. Костенко, Л.М. Пиотровский. – Л.: Энергия, 1973. – 647 с.
3. Шалашилин В.И. Метод продолжения по параметру и наилучшая параметризация (в прикладной математике и механике) / В.И. Шалашилин, Е.Б. Кузнецов. – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 224 с.

Список источников в транслитерации

1. Shevchenko G.A. Obosnovaniye parametrov kolebaniy s polichastotnykh vibratsionnykh grokhotov / G.A. Shevchenko, A.A. Bobylov, M.A. Ishchuk // Vestnik Natsional'nogo gornogo universiteta. – Dnepropetrovsk, 2010. – Вып. 5. – С. 64–71.
2. Kostenko M.P. Elektricheskiye mashiny / M.P. Kostenko, L.M. Piotrovskiy. – L.: Energiya, 1973. – 647 s.
3. Shalashilin V.I. Metod prodolzheniya po parametru i nailuchshaya parametrizatsiya (v prikladnoy matematike i mekhanike) / V.I. Shalashilin, Ye.B. Kuznetsov. – M.: Editorial URSS, 1999. – 224 s.

МОДЕЛЬ ВІБРАЦІЙНОГО ПОЛІЧАСТОТНОГО ГРОХОТА З ОБМЕЖЕННИМ ДЖЕРЕЛОМ ЗБУДЖЕННЯ

Анотація. Попередні дослідження показали, що динамічні режими коливаний грохота залежать від сили, а отже, й від потужності джерела збудження. Таким чином, метою роботи була розробка математичної моделі вібраційного полічастотного грохота з обмеженим джерелом збудження. Для моделювання механічної характеристики двигуна використовувалася формула Клосса. Отримані рівняння руху мас грохота були розв'язані методом чисельного інтегрування. Для встановлення адекватності отриманої моделі порівнювались моделі з ідеальним і обмеженим джерелом. Показано, що результати розрахунку системи за допомогою обох моделей близькі, що дозволяє зробити висновок про коректність використання моделі з обмеженим джерелом.

Ключові слова: віброударні системи, обмежене джерело збудження, формула Клосса.

MODEL OF VIBRATING POLYFREQUENCY SCREEN WITH LIMITED EXCITATION SOURCE

Annotation. Previous studies have shown that the dynamic oscillation modes of screen depend on the strength and, consequently, the power of the excitation source. Thus, the purpose of the work was to develop a mathematical model of a vibrating polyfrequency screen with limited excitation source. For modelling of the mechanical characteristics of the engine the Kloss formulae was used. The resulting equations of motion of the screen were solved by numerical integration. To determine the adequacy of the resulting model it was compared with model with ideal excitation source. It was shown that the calculation results of the system using both models are similar, leading to the conclusion of the correctness of the use of models with a limited source.

Key words: vibro-impact system, limited excitation source, Kloss formulae.