

Ковбаса В. П.

Алі Ахмед Кадем

Калініченко Д. Ю.

Національний
університет
біоресурсів та
природокористування
України

Kovbasa V. P.

Kadem A. A.

Kalinichenko D. Yu.

National University of Life
and Environmental
Sciences of Ukraine

УДК 620.1.08

ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ ТА КОЕФІЦІЄНТА В'ЯЗКОСТІ ҐРУНТУ ШЛЯХОМ ДОСЛІДЖЕННЯ ЙОГО КОЛИВАНЬ

В статті наведена методика визначення механічних властивостей ґрунту (модуля пружності та коефіцієнта в'язкості) в польових умовах без порушення його природної будови та необхідності підготовки зразків до досліджень. Отримані аналітичні залежності для обчислення показників механічних властивостей ґрунту на основі вивчення коливань тягача на його поверхні.

Ключові слова: ґрунт, коливання тягача, модулі пружності, коефіцієнти в'язкості, декремент згасання коливань.

Вступ. У багатьох задачах, пов'язаних із аналізом взаємодії робочих органів та будь-яких деформаторів із матеріалами та середовищами, виникає необхідність застосування фізичних рівнянь зв'язку напружень з деформаціями.

Такі задачі (пов'язані з аналізом напружено-деформованого стану середовища) виникають, зокрема при дослідженні взаємодії робочих органів і коліс машин із ґрунтом. В останньому випадку ґрунт формалізується як суцільне середовище з властивостями пружності, в'язкості та пластичності. Правомірність такої формалізації та результати

аналізу взаємодії робочих органів із ґрунтом базуються на результатах досліджень Кушнар'ова А. С., Золотаревської Д. І., Ковбаси В. П. та ін. [1, 2, 3, 4, 5].

Аналіз досліджень і публікацій. Модулі пружності об'ємних та зсувних деформацій можуть визначатися за методикою, запропонованою Кушнар'овим А. С. [4, 5], яка передбачає дослідження згасаючих коливань зразка ґрунту. При цьому модулі пружності та коефіцієнт в'язкості обчислюються за залежностями:

$$K = \frac{4 P_0 l \left(\ln \frac{A_1}{A_2} + 4\pi^2 \right)}{\pi g d^2 T^2 \nu^2}; \quad G = \frac{4 P_0 l \left(\ln \frac{A_1}{A_2} + 4\pi^2 \right)}{\pi g d^2 T^2 k^2};$$

$$\mu = \frac{8 P_0 l \left(\ln \frac{A_1}{A_2} \right)}{\pi g d^2 T}; \quad \eta = \frac{3 P_0 l \left(\ln \frac{A_1}{A_2} \right)}{\pi g d^2 T}; \quad (1)$$

де P_0 – вага зразка ґрунту, Н;

l, d – висота та діаметр зразка ґрунту, відповідно, м;

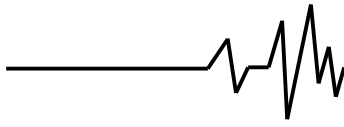
A_1, A_2 – послідовні амплітуди згасаючих коливань ґрунтового зразка;

T – період коливань, с;

k, ν – рішення відповідних трансцендентних рівнянь.

Схема приладу для визначення згасаючих коливань зразка представлена на рис. 1.

Вказана методика визначення модулів пружності та коефіцієнтів в'язкості [4, 5] передбачає необхідність вирізання зразка



ґрунту з масиву та визначення його вагових і розмірних характеристик. Крім того, необхідно визначати коефіцієнти k , ϑ , які є рішеннями систем трансцендентних рівнянь, отриманих за результатами експериментів.

Метою досліджень була розробка методики визначення пружних та в'язких властивостей ґрунту в реальних умовах, тобто без необхідності порушення природної його будови.

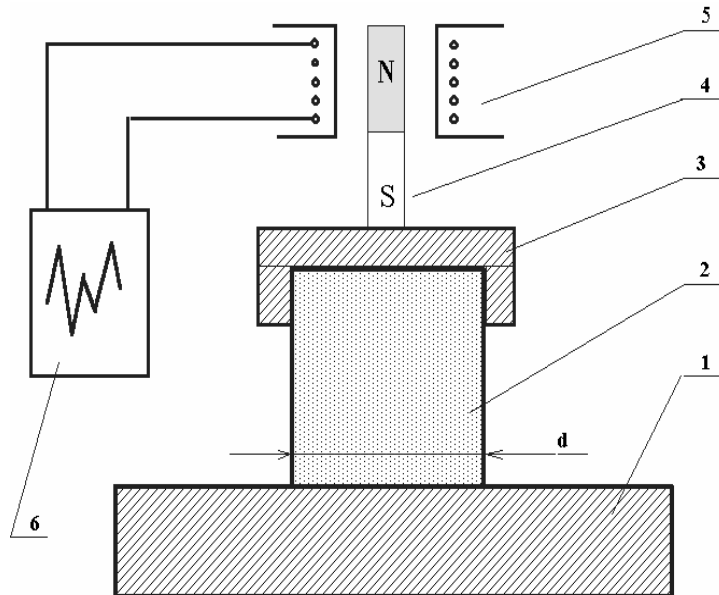


Рис. 1. Схема приладу для визначення модулів пружності та в'язкості ґрунту:
1 – станина; 2 – ґрунтовий зразок; 3 – стакан; 4 – постійний магніт;
5 – котушка (~ 4000 витків); 6 – комп'ютер з АЦП L-305

Викладення основного матеріалу. Для досягнення поставленої мети проводились дослідження коливань тягара, встановленого на поверхні ґрунту (рис. 2). Коливання тягара відносно нерухомої системи координат повністю співпадають із коливаннями поверхні ґрунту, а отже залежать від його пружних та в'язких властивостей.

Дослідження проводили для удосконалення методики визначення механічних властивостей ґрунту, а саме підвищення надійності та достовірності визначення модуля пружності K , Па та коефіцієнта в'язкості μ , $\text{Па}\cdot\text{с}$. При цьому між пружними та в'язкими величинами існує функціональний зв'язок:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} = \frac{2}{3} \left(\frac{1+\nu}{1-2\nu} \right) G;$$

$$\mu = \frac{2}{3} \left(\frac{1+\nu}{1-2\nu} \right) \eta,$$

де K , E , G – модулі пружності об'ємних, лінійних та зсувних деформацій, Па ;

μ , η – коефіцієнти в'язкості об'ємних та зсувних деформацій, $\text{Па}\cdot\text{с}$;

ν – коефіцієнт Пуассона.

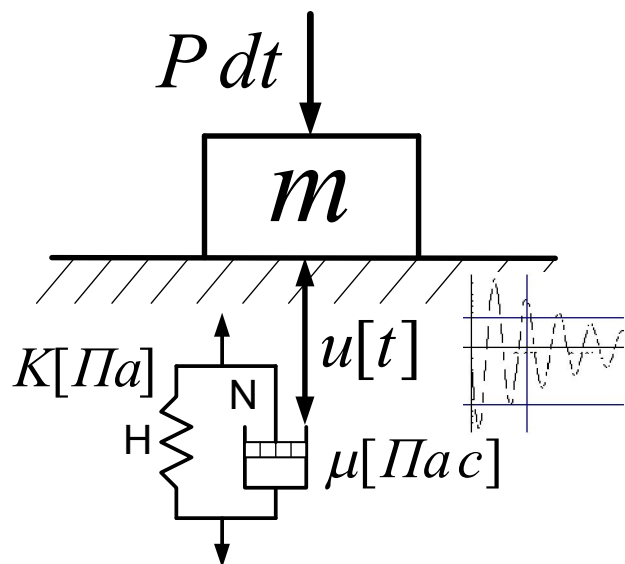
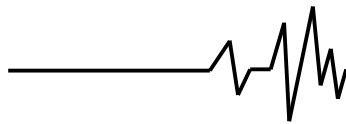


Рис. 2. Схема до визначення модуля пружності та коефіцієнта в'язкості ґрунту



При деформуванні ґрунту в межах в'язко-пружних деформацій до настання пластичності його механічна модель може бути представлена тілом Кельвіна-Фойгта. Ця модель характеризується модулем пружності та коефіцієнтом в'язкості.

Для випадку одновісного стиснення можуть використовуватись найбільші головні напруження та деформації і співвідношення між ними. Тоді рівняння коливань тягара матиме вигляд:

$$-m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = L \left(K u + \mu \frac{\partial u}{\partial t} \right), \quad (2)$$

де u – узагальнене переміщення, M ;

L – розмірний коефіцієнт, M ;

K – модуль пружності об'ємних деформацій, $Па$;

μ – коефіцієнт в'язкості об'ємних деформацій, $Па \cdot c$.

Рішення рівняння (2) має вигляд:

$$u = \exp \left[\frac{t(-L\mu - \sqrt{4KLm + L^2\mu^2})}{2m} \right] C1 + \exp \left[\frac{t(-L\mu + \sqrt{4KLm + L^2\mu^2})}{2m} \right] C2 \quad (3)$$

Сталі інтегрування визначаються з умов: при $t = 0$,

$$u = \frac{2gm^2 \left(-\cosh \left[\frac{Lt\mu}{2m} \right] + \sinh \left[\frac{Lt\mu}{2m} \right] \right) \sinh \left[\frac{t\sqrt{L(-4Km + L\mu^2)}}{2m} \right]}{Lm\sqrt{L(-4Km + L\mu^2)}}$$

Після перетворення суми двох тригонометричних функцій

$$-\cosh \left[\frac{Lt\mu}{2m} \right] + \sinh \left[\frac{Lt\mu}{2m} \right] = -\exp \left[-\frac{Lt\mu}{2m} \right]$$

$$u = \frac{2gm^2 \left(-\exp \left[-\frac{Lt\mu}{2m} \right] \right) \operatorname{sh} \left[\frac{t\sqrt{L(-4Km + L\mu^2)}}{2m} \right]}{Lm\sqrt{L(-4Km + L\mu^2)}} \quad (4)$$

Це рівняння має два випадки рішень:

1) при $L\mu^2 \geq 4Km$ – рішення з дійсними значеннями, коливання відсутні (тобто відбувається незворотне заглиблення тягара у ґрунт);

$$\exp \left[\frac{t(-L\mu - \sqrt{4KLm + L^2\mu^2})}{2m} \right] C1 + \exp \left[\frac{t(-L\mu + \sqrt{4KLm + L^2\mu^2})}{2m} \right] C2 = 0;$$

$$\frac{\partial^2 \left[\exp \left[\frac{t(-L\mu - \sqrt{4KLm + L^2\mu^2})}{2m} \right] C1 + \exp \left[\frac{t(-L\mu + \sqrt{4KLm + L^2\mu^2})}{2m} \right] C2 \right]}{\partial t^2} = g,$$

де g – прискорення вільного падіння.

Вирішення цієї системи рівнянь при $t = 0$ дозволяє отримати значення сталих інтегрування:

$$C1 = \frac{gm^2}{L\mu\sqrt{-4KLm + L^2\mu^2}};$$

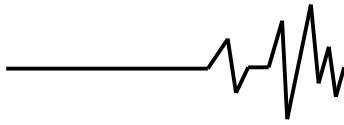
$$C2 = -\frac{gm^2}{L\mu\sqrt{-4KLm + L^2\mu^2}}$$

Шляхом перетворення експоненціальної функції (3) (з урахуванням значень постійних інтегрування) у тригонометричну маємо після спрощення:

в експоненціальну останній вираз матиме вигляд:

2) при $L\mu^2 \leq 4Km$ – рішення з комплексними значеннями, тягар коливається за рахунок зворотних деформацій.

Складові рівняння (4) мають значення, які характеризують характер затухаючих коливань:



$-\exp\left[-\frac{L t \mu}{2 m}\right]$ – декремент згасання $\frac{\sqrt{L(-4 K m + L \mu^2)}}{2 m}$ – частота коливань,

коливань, що характеризує інтенсивність згасання коливань і залежить від коефіцієнта в'язкості; $\frac{2 m}{\sqrt{L(-4 K m + L \mu^2)}}$ – період коливань;

$\frac{2 g m^2}{L m \sqrt{L(-4 K m + L \mu^2)}}$ – масштаб амплітуди коливань; Графічно залежності переміщень від властивостей ґрунту мають вигляд, представлений на рис. 3, 4.

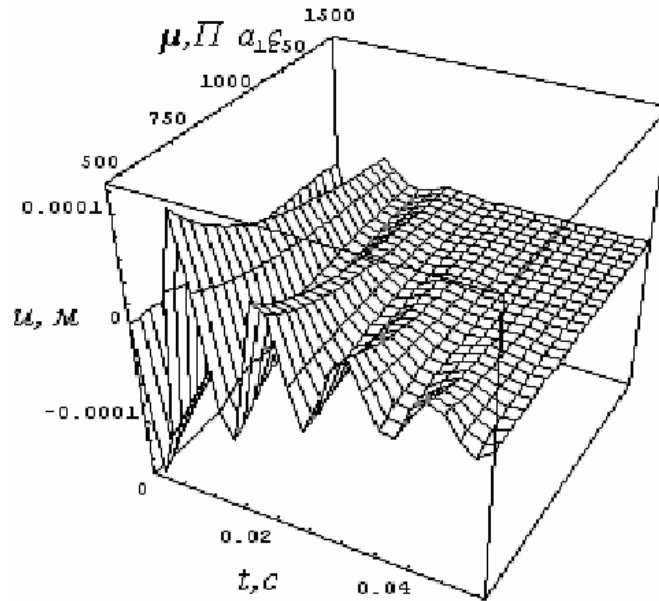


Рис. 3. Залежність характеру коливань від коефіцієнта в'язкості ґрунту μ

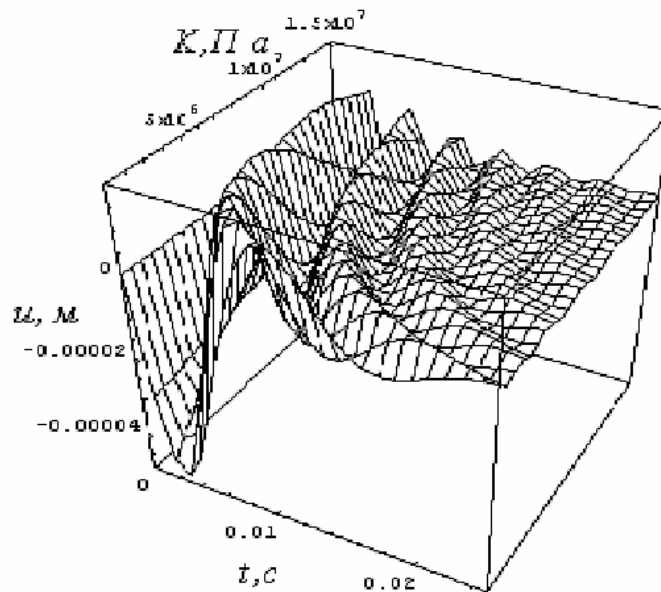
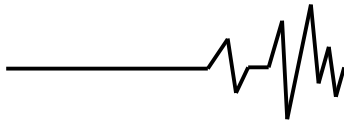


Рис. 4. Залежність характеру коливань від модуля пружності об'ємних деформацій ґрунту K



Відношення послідовних амплітуд пропорційне декременту затухання й залежить від величини коефіцієнта в'язкості ґрунту. Масштабний коефіцієнт амплітуди є величиною, постійною для конкретного типу ґрунту, і змінюється лише за зміни початкових умов. Для послідовних амплітуд коливань масштабний коефіцієнт залишається постійним.

За результатами проведеного експерименту (осцилограма коливань) можуть бути визначені амплітуди $A_i = |u_i| + |u_{i+1}|$ коливань тягача на поверхні ґрунту та період цих коливань (рис. 5).

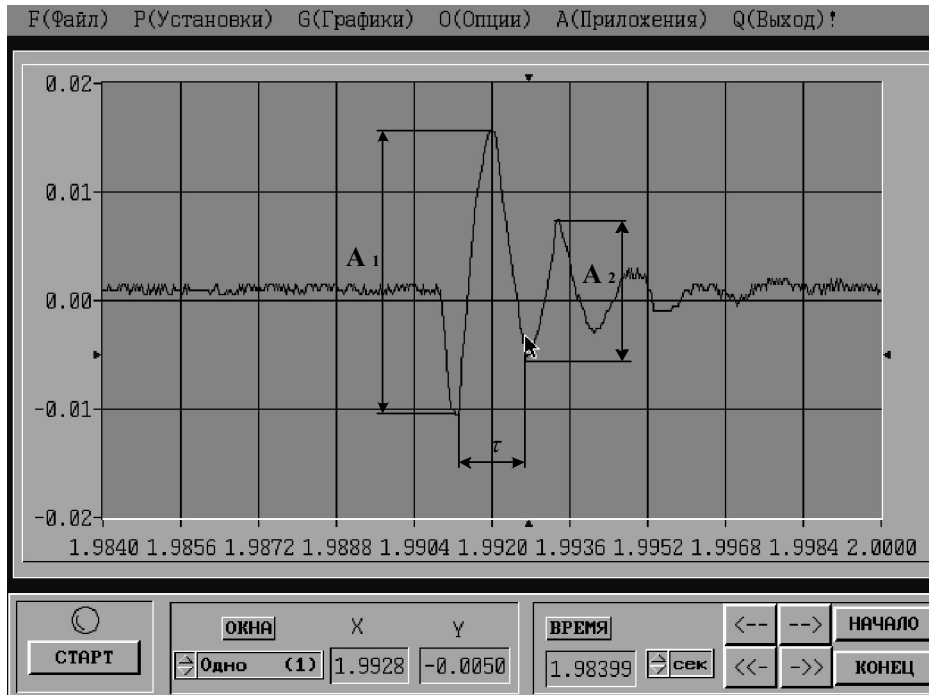


Рис. 5. Характерна осцилограма коливань ґрунтового зразка, записана з використанням програми ПОС-16 та АЦП L-305

Ураховуючи те, що декремент затухання коливань дорівнює відношенню послідовних амплітуд, та враховуючи, що час у функції декременту затухання, який відповідає двом послідовним амплітудам, дорівнює періоду коливань, можна записати систему рівнянь для визначення модуля пружності та коефіцієнта в'язкості ґрунту:

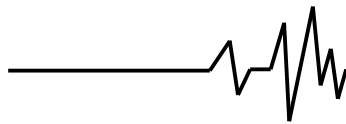
$$\begin{cases} \frac{A_1}{A_2} = \exp \left[-\frac{2\pi L \mu}{\sqrt{L(-4Km + L\mu^2)}} \right] \\ \tau = \frac{2\pi}{\sqrt{L(-4Km + L\mu^2)}} \end{cases} \quad (5)$$

Рішення системи (5) відносно модуля пружності K та коефіцієнта в'язкості μ при об'ємних деформаціях має вигляд:

$$K = \frac{m \left(4\pi^2 - \ln \left[\frac{A_2}{A_1} \right]^2 \right)}{L\tau^2}; \quad \mu = -\frac{2m \ln \left[\frac{A_2}{A_1} \right]}{L\tau} \quad (6)$$

Розроблений метод визначення модуля пружності та коефіцієнта в'язкості об'ємних деформацій є більш надійним та достовірним у порівнянні з відомим методом, оскільки він вільний від необхідності підготовки ґрунтових зразків та необхідності визначення коефіцієнта ϑ . Результати визначення властивостей ґрунту за обома методами свідчать про їх адекватність із рівнем значимості $\alpha = 0.1$.

Висновки. Розроблений метод визначення пружних і в'язких властивостей ґрунту дозволяє суттєво підвищити надійність досліджень за рахунок відсутності порушення його структури безпосередньо в польових умовах.

**Список використаних джерел**

1. Золотаревская, Д. И. Взаимосвязь различных математических моделей деформирования почвы [Текст] / Д. И. Золотаревская // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 1983. – № 5. – С. 10-16.

2. Золотаревская, Д. И. Основы теории и методы расчета уплотняющего воздействия на почву колесных движителей мобильной сельскохозяйственной техники: дисс.... доктора техн. наук: 05.20.01. [Текст] / Д. И. Золотаревская. – Москва, – 1997. – 432 с.

3. Ковбаса, В. П. Деформації та критерій вигляду деформованого стану перед дисковим робочим органом [Текст] / В. П. Ковбаса // Вісник ХДТУСГ «Механізація сільськогосподарського виробництва». – Харків, – 2003. – Вип. 21. – С. 132-140.

4. Кушнарєв, А. С. Механико-технологические основы процесса воздействия рабочих органов почвообрабатывающих машин и орудий на почву: дис. докт. техн. наук: 05.20.01 [Текст] / А. С. Кушнарєв. – Мелитополь, 1980. – 329 с.

5. Кушнарєв, А. С. К вопросу снижения тягового сопротивления и улучшения агротехнических показателей культиваторов с упругой подвеской рабочих органов [Текст] / А. С. Кушнарєв, Л. Н. Волков, В. П. Базаров // Научные основы проектирования сельскохозяйственных машин: сб. статей. – РИСХМ. – Ростов-на-Дону, 1980. – С. 77–84.

Список джерел в транслітерації

1. Zolotarevskaya, D. I. Vzaimosvyaz razlichnykh matematicheskikh modeley deformirovaniya pochvyi [Tekst] / D. I. Zolotarevskaya // Mehanizatsiya i elektrifikatsiya selskogo hozyaystva. – 1983. – № 5. – С. 10-16.

2. Zolotarevskaya, D. I. Osnovy teorii i metody rascheta uplotnyayuschego vozdeystviya na pochvu kolesnykh dvizhiteley mobilnoy selskohozyaystvennoy tehniky: diss.... doktora teh. nauk: 05.20.01. [Tekst] / D. I. Zolotarevskaya. – Moskva, – 1997. – 432 s.

3. Kovbasa, V. P. Deformatsiyi ta kriteriyi vglyadu deformovanogo stanu pered diskovim robochim organom [Tekst] / V. P. Kovbasa, // Visnik HDTUSG «Mehanizatsiya

silskogospodarskogo virobnitstva». – Harkiv, – Vyp. 21. – S. 132-140.

4. Kushnarev, A. S. Mehaniko-tehnologicheskie osnovy protsessa vozdeystviya rabochih organov pochvoobrabatyivayuschih mashin i orudiy na pochvu: diss.... doktora teh. nauk: 05.20.01. [Tekst] / A. S. Kushnarev Melitopol, 1980. – 329 s.

5. Kushnarev, A. S. K voprosu snizheniya tyagovogo soprotivleniya i uluchsheniya agrotehnicheskikh pokazateley kultivatorov s uprugoy podveskoy rabochih organov [Tekst] / A. S. Kushnarev, L. N. Volkov, V. P. Bazarov // Nauchnyie osnovyi proektirovaniya selskohozyaystvennyih mashin: sb. statey. – RISHM. – Rostov-na-Donu, 1980. – S. 77–84.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ПОЧВЫ ПУТЕМ ИССЛЕДОВАНИЯ ЕЕ КОЛЕБАНИЙ

Аннотація: В статті приведена методика определения механических свойств почвы (модуля упругости и коэффициента вязкости) в полевых условиях без нарушения ее естественной структуры и необходимости подготовки почвенных образцов. Получены аналитические зависимости для вычисления показателей механических свойств почвы на основе изучения колебаний груза на ее поверхности.

Ключевые слова: почва, колебания груза, модули упругости, коэффициенты вязкости, декремент затухания колебаний.

DETERMINATION OF ELASTIC MODULUS AND COEFFICIENT OF VISCOSITY OF SOIL BY STUDYING ITS OSCILLATIONS

Annotation. The article describes the method of determination of soil mechanical properties (elastic modulus and coefficient of viscosity) in field conditions without disturbing its natural structure and without need to prepare soil samples. Analytical dependences for calculation of indicators of mechanical properties of soil based on the study of oscillations of the load on its surface.

Key words: soil, oscillation, modules of elasticity, viscosity coefficients, the damping rate of the oscillations.