Ольшанський В. П.¹Ольшанський О. В.²Бурлака В. В.¹Малець О. М.¹

¹Харківський
національний технічний
університет сільського
господарства
імені Петра Василенка

²Харківський державний
університет
харчування та торгівлі

Olshansky V. P.¹Olshansky S. V.²Burlaka V. V.¹Malets O. M.¹

¹Kharkiv Petro Vasylenko
National Technical
Univerciti of Agriculture

²Kharkiv State University
of Food Technology and
Trade

УДК 631.362:532

НЕЛІНІЙНА ТРЬОХПАРАМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ЗЕРНОСУМІШЕЙ У ЦИЛІНДРИЧНОМУ ВІБРОВІДЦЕНТРОВОМУ РЕШЕТІ

Розглянуто усталений вертикальний потік сепарованої зерноsumіші в циліндричному решеті віброцентрифуги. Виведено нелінійне диференціальне рівняння руху, в основу якого покладено трьохпараметричну реологічну залежність дотичного напруження в суміші від швидкості деформацій зсуву. В'язка складова сили опору зсуву описується квадратично-поліноміальною функцією. Враховується також наявність залишкового сухого тертя у частково вібророзрідженій суміші. Розв'язок рівняння руху виражено інтегралом, який доводиться інтегрувати числовими методами. Запропоновано два наближених способи обчислення швидкості потоку, що ґрунтуються на виділенні в аналітичній формі основної частини інтеграла з подальшим доповненням її розрахунком по формулі Сімпсона. На числових прикладах підтверджена висока точність запропонованих наближених способів обчислень швидкості. Показано, що розрахункові величини швидкості потоку суттєво залежить від значень трьох реологічних констант у математичній моделі.

Ключові слова: циліндричне вібровідцентрове решето, усталений потік сепарованої зерноsumіші, диференціальне рівняння і його інтеграл, наближені способи обчислень швидкості, формула Сімпсона.

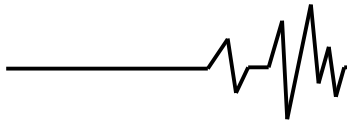
Вступ. Останнім часом в моделях руху сепарованих зерноsumішей по поверхнях віброрешеті почали використовувати нелінійні залежності дотичного напруження від швидкості деформацій зсуву [1,2,3]. Це степеневі або квадратично-поліноміальні залежності, в яких не враховується наявність у вібророзрідженій суміші залишкового сухого тертя. Тому тут становиться задача узагальнити названі двохпараметричні нелінійні моделі, які відносяться до чисто гідродинамічних, урахуванням внутрішнього залишкового сухого тертя. Зазначимо, що раніше квадратичні залежності дотичних напружень від швидкості деформацій зсуву уже використовували при математичному моделюванні руху сипких матеріалів по нахиленій площині, зумовленого дією сили гравітації [4,5,6]. При цьому теоретичні результати Севіджа [6], де враховане сухе тертя, добре узгоджуються з результатами, які отримали експериментально

японські автори [7], про що йдеться в [8]. Першим, хто привернув увагу до використання квадратичних реологічних залежностей для опису швидкого гравітаційного зсуву сипкого матеріалу, був Бегнолд [9] і його ідея отримала подальший розвиток.

Метою даної роботи є виведення та апробація нових (узагальнених) формул для обчислення швидкості усталеного потоку зерноsumіші у вигляді циліндричного шару сталої товщини по внутрішній поверхні вертикального циліндричного решета віброцентрифуги, яка обертається навколо вертикальної вісі. Ставиться задача узагальнення відомих результатів переходом від двохпараметричної до трьохпараметричної реологічної залежності.

Основна частина роботи. Виходимо з розрахункової схеми, що на рис. 1.

Розподіл дотичного напруження $\tau(r)$ в суміші по радіальній координаті r описуємо



виразом [3]:

$$\tau(r) = \frac{\rho g}{2} \left(\frac{R_0^2}{r} - r \right). \quad (1)$$

Тут ρ – осереднена по r питома маса суміші; g – прискорення вільного падіння; R_0 – радіус внутрішньої циліндричної поверхні рухомої суміші, причому $R_0 = R - h$; R – радіус решета; h – товщина рухомого шару.

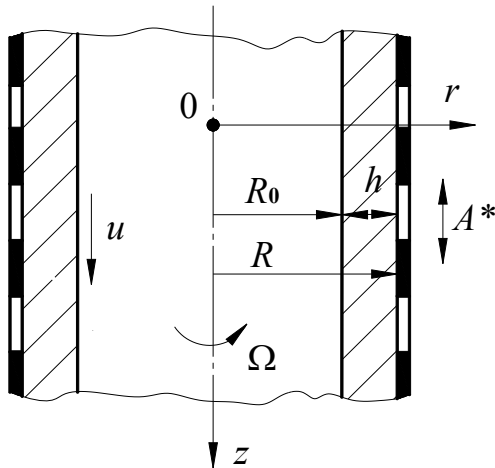


Рис. 1. Розрахункова схема вертикального циліндричного решета з сепарованою сумішшю

Далі приймаємо реологічну залежність у вигляді:

$$\tau(r) = \left(\mu + \mu_* \left| \frac{du}{dr} \right| \right) \frac{du}{dr} + f \cdot p(r) \cdot \text{sign} \left(\frac{du}{dr} \right), \quad (2)$$

$$u(r) = \int_r^R \sqrt{a^2 + b \left[\frac{y^2 - R_0^2}{y} \left(1 - \frac{\gamma y}{R_0} \right) \right]} dy - a(R - r) + u_0. \quad (5)$$

Якщо не враховувати ковзання суміші по поверхні решета, то $u_0 = 0$. При врахуванні ковзання:

$$u_0 = \frac{\rho g}{2\lambda_1} \left(R - \frac{R_0^2}{R} \right) - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}.$$

Формули обчислень λ_1 і λ_2 є в [10] і тут їх приводити не будемо.

Інтеграл в (5):

де μ, μ_*, f – реологічні сталі, що підлягають експериментальному визначенню; $p(r)$ – внутрішній надлишковий тиск у суміші, спричинений дією відцентрової сили; $u = u(r)$ – швидкість усталеного потоку суміші в напрямі вертикальної осі oz .

Враховуючи що [10]:

$$p(r) = \frac{1}{2} \rho \Omega^2 (r^2 - R_0^2)$$

та вирази (1), (2), при $\frac{du}{dr} < 0$, одержуємо

диференціальне рівняння швидкості усталеного потоку суміші:

$$\left(\frac{du}{dr} \right)^2 - \frac{\mu}{\mu_*} \frac{du}{dr} = b \left[\frac{r^2 - R_0^2}{r} \left(1 - \frac{\gamma r}{R_0} \right) \right], \quad (3)$$

$$\text{В якому } b = \frac{\rho g}{2\mu_*}, \quad \gamma = \frac{f\Omega^2 R_0}{g} < \frac{R_0}{R};$$

Ω – кутова швидкість обертання решета навколо вертикальної осі.

Із (3), випливає, що:

$$\frac{du}{dr} = a - \sqrt{a^2 + b \left[\frac{r^2 - R_0^2}{r} \left(1 - \frac{\gamma r}{R_0} \right) \right]}, \quad (4)$$

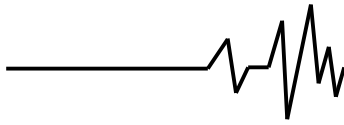
$$\text{причому } a = \frac{\mu}{2\mu_*}.$$

Проінтегрувавши (4), при граничній умові $u(R) = u_0$, знаходимо, що:

$$\Phi(r) = \int_r^R \sqrt{a^2 + b \left[\frac{y^2 - R_0^2}{y} \left(1 - \frac{\gamma y}{R_0} \right) \right]} dy \quad (6)$$

не виражається через елементарні або затибульовані спеціальні функції. Тому, при обчисленні $u(r)$ по формулі (5), доводиться застосовувати числове комп'ютерне інтегрування.

Але, враховуючи невелике відношення товщини рухомого шару суміші до радіуса



решета, можна запропонувати деякі способи наближеного безкомп'ютерного обчислення $u(r)$, які ґрунтуються на відомій формулі Сімпсона.

Перед застосуванням згаданої формули

1. Замінімо $\Phi(r)$ на

$$S(r) = \int_r^R \sqrt{a^2 + b \left[\frac{y^2 - R_0^2}{y} \left(1 - \frac{\gamma Y}{R_0} \right) \right]} dy, \quad Y = \frac{1}{2}(r + R)$$

і виразимо $S(r)$ в аналітичній формі.

Перейдемо до нової змінної інтегрування $y = t^2$. Тоді,

$$S(r) = 2 \int_{\sqrt{r}}^{\sqrt{R}} \sqrt{a^2 t^2 + b_1(t^4 - R_0^2)} dt = 2\sqrt{b_1} \int_{\sqrt{r}}^{\sqrt{R}} \sqrt{(t^2 - R_1^2)(t^2 + R_2^2)} dt. \quad (7)$$

$$\text{Тут } b_1 = b \left(1 - \frac{\gamma Y}{R_0} \right); \quad R_{1,2} = \left(\sqrt{\frac{a^4}{4b_1^2} + R_0^2} \mp \frac{a^2}{2b_1} \right)^{1/2}.$$

Останній інтеграл в (7) відноситься до табличних і виражається через неповні еліптичні інтеграли [13, стор. 263].

Тому у підсумку маємо:

$$\begin{aligned} v(r) = S(r) - a(R - r) + u_0 = & \sqrt{\frac{2\rho g_1}{9\mu_*}} \left\{ 2\lambda \sqrt{R_1 + R_2} [E(\varphi, K) - E(\varphi_*, K)] + \right. \\ & + R_1 \sqrt{R_1 + R_2} [F(\varphi, K) - F(\varphi_*, K)] + \frac{R + 2\lambda}{\sqrt{R}} \sqrt{(R - R_1)(R + R_2)} - \frac{r + 2\lambda}{\sqrt{r}} \times \\ & \left. \times \sqrt{(r - R_1)(r + R_2)} \right\} + a(r - R) + u_0. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{Тут } \lambda = \frac{\mu^2}{4\rho g_1 \mu_*}; \quad g_1 = g \left(1 - \frac{\gamma Y}{R_0} \right); \quad \varphi = \arccos \sqrt{\frac{R_1}{r}}; \quad \varphi_* = \arccos \sqrt{\frac{R_1}{R}};$$

$$K = \frac{1}{\sqrt{1 + R_1/R_2}}; \quad F(\varphi, K), \quad F(\varphi_*, K); \quad E(\varphi, K); \quad E(\varphi_*, K) - \text{неповні еліптичні}$$

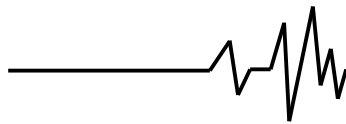
інтеграли відповідно першого та другого роду.

Обчислення еліптичних інтегралів можна проводити методом інтерполяції табличних даних в [11,12]. Але, враховуючи малі значення

кутів φ і φ_* в задачах сепарування, більш зручно користуватись асимптотичними формулами:

$$\begin{aligned} F(\varphi, K) & \approx \varphi + \frac{K^2}{4} \left(\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) + \frac{3K^4}{64} \left(3\varphi - 2 \sin 2\varphi + \frac{1}{4} \sin 4\varphi \right); \\ F(\varphi, K) & \approx \varphi - \frac{K^2}{4} \left(\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) - \frac{K^4}{64} \left(3\varphi - 2 \sin 2\varphi + \frac{1}{4} \sin 4\varphi \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Різницю $\delta(r) = \Phi(r) - S(r)$ знаходимо наближено по формулі Сімпсона, що дає:



$$\delta(r) = \frac{R-r}{6} \left\{ \sqrt{a^2 + b \left[\frac{r^2 - R_0^2}{r} \left(1 - \frac{\gamma r}{R_0} \right) \right]} + \sqrt{a^2 + b \left[\frac{R^2 - R_0^2}{R} \left(1 - \frac{\gamma R}{R_0} \right) \right]} - \sqrt{a^2 + b \left[\frac{r^2 - R_0^2}{r} \left(1 - \frac{\gamma Y}{R_0} \right) \right]} - \sqrt{a^2 + b \left[\frac{R^2 - R_0^2}{R} \left(1 - \frac{\gamma Y}{R_0} \right) \right]} \right\} \quad (10)$$

Таким чином, наближене $u(r)$ зводиться до суми:

$$u(r) \approx \tilde{u}(r) = v(r) + \delta(r), \quad (11)$$

коли в обчисленнях задіяні формули (8), (9), (10).

Щоб перевірити вірогідність наближеного способу розрахунку швидкості потоку, були

проведені обчислення $u(r)$ при $R = 0,3075 \text{ м}$; $h = 0,016 \text{ м}$; $u_0 = 0$; $\mu = 0,6 \text{ Па} \cdot \text{с}$ і різних μ_* , γ . Одержані при $r = R_0$ результати записано в табл.1, а при $r = Y$ – в табл.2.

Таблиця 1

Результати обчислень по (11) при $r = R_0$

$\mu_*, \text{Па} \cdot \text{с}^2$	γ	$v(R_0), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$-10^3 \delta(R_0), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\tilde{u}(R_0), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$u(R_0), \frac{\text{м}}{\text{с}}$
0,03	0,4	0,3779	1,1589	0,3767	0,3769
0,03	0,8	0,1673	4,1187	0,1632	0,1636
0,05	0,4	0,3121	0,9055	0,3112	0,3113
0,05	0,8	0,1440	3,2805	0,1407	0,1411

Таблиця 2

Результати обчислень по (11) при $r = Y$

$\mu_*, \text{Па} \cdot \text{с}^2$	γ	$v(Y), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$-10^5 \delta(Y), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\tilde{u}(Y), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$u(Y), \frac{\text{м}}{\text{с}}$
0,03	0,4	0,2564	8,8801	0,2563	0,2563
0,03	0,8	0,1123	36,4236	0,1120	0,1120
0,05	0,4	0,2096	6,8154	0,2095	0,2095
0,05	0,8	0,0957	27,9581	0,0954	0,0954

В останніх колонках табл.1 і табл.2 записані швидкості, отримані числовим комп'ютерним інтегруванням з високою точністю. Їх можна вважати умовно точними результатами.

Порівняльний аналіз показує, що наближений спосіб, тобто формула (11), дає найбільші похибки при $r = R_0$, де швидкість

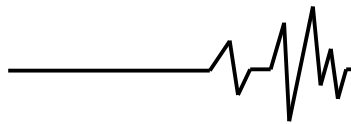
потоку максимальна. Але і в цьому випадку похибка наближеного способу не перевершує десятих долей відсотка.

2. У другому наближеному способі обчислень $\Phi(r)$ перейдемо до нової змінної інтегрування $y = R_0(1 + x)$. Тоді:

$$\Phi(r) = R_0 \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{a^2 + bR_0 \left[x \frac{2+x}{1+x} (1 - \gamma - \gamma x) \right]} dx. \quad (12)$$

Тут $x_1 = \frac{r}{R_0} - 1$; $x_2 = \frac{h}{R_0}$.

Далі складемо вирази для оцінки значень $\Phi(r)$ і $u(r)$. Використовуємо нерівності:



$$bR_0 \frac{2+x}{1+x} (1-\gamma-\gamma x) \geq A_* = bR_0 \frac{2+x_2}{1+x_2} (1-\gamma-\gamma x_2);$$

$$bR_0 \frac{2+x}{1+x} (1-\gamma-\gamma x) \leq A^* = bR_0 \frac{2+x_1}{1+x_1} (1-\gamma-\gamma x_1),$$

що виконуються на інтервалі $x \in [x_1; x_2]$.

Згідно з цими виразами, мають місце оцінки:

$$\Phi_*(r) < \Phi(r) < \Phi^*(r), u_*(r) < u(r) < u^*(r), \tag{13}$$

причому

$$\Phi_*(r) = \frac{2 R_0}{3 A_*} \left[(a^2 + A_* x_2)^{3/2} - (a^2 + A_* x_1)^{3/2} \right];$$

$$\Phi^*(r) = \frac{2 R_0}{3 A^*} \left[(a^2 + A^* x_2)^{3/2} - (a^2 + A^* x_1)^{3/2} \right];$$

$$u_*(r) = \Phi_*(r) - a(R-r) + u_0; u^*(r) = \Phi^*(r) - a(R-r) + u_0.$$

Щоб виділити головну частину інтеграла (12) в аналітичній формі, замінимо $\Phi(r)$ на

$$T(r) = R_0 \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{a^2 + Ax} dx, \tag{14}$$

де $A = bR_0 \left[\frac{2+X}{1+X} (1-\gamma-\gamma X) \right]$, $X = 0,5(x_1 + x_2)$.

Інтеграл (14) виражається через елементарні функції. Тому:

$$w(r) = T(r) - a(R-r) + u_0 = \frac{2 R_0}{3 A} \left[(a^2 + Ax_2)^{3/2} - (a^2 + Ax_1)^{3/2} \right] - a(R-r) + u_0 \tag{15}$$

Різницю $\Delta(r) = \Phi(r) - T(r)$ обчислюємо наближено також по формулі Сімпсона, що дає:

$$\Delta(r) = \frac{R_0}{6} (x_2 - x_1) \left(\sqrt{a^2 + A^* x_1} + \sqrt{a^2 + A_* x_2} - \sqrt{a^2 + Ax_1} - \sqrt{a^2 + Ax_2} \right).$$

Отже, в другому наближеному варіанті обчислень швидкість потоку подається сумою:

$$u(r) \approx \tilde{u}(r) = w(r) + \Delta(r) \tag{17}$$

і в розрахунках задіяні формули (15), (16).

Для перевірки вірогідності формул другого способу були проведені обчислення швидкості потоку при $R = 0,3075$ м;

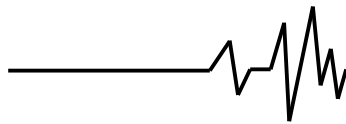
$h = 0,016$ м; $u_0 = 0$ та різних μ, μ_*, γ .

Одержані при $r = R_0$ результати записано в табл. 3 і 4, а при $r = W$ – в табл. 5 і 6. В останніх колонках табл. 3 і 5 записано значення швидкості, обчислені комп'ютерним інтегруванням, які можна вважати точними.

Таблиця 3

Значення $u_*(R_0), u^*(R_0)$ і $u(R_0)$

$\mu, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\mu_*, \text{Па} \cdot \text{с}^2$	γ	$u_*(R_0), \frac{\text{М}}{\text{с}}$	$u^*(R_0), \frac{\text{М}}{\text{с}}$	$u(R_0), \frac{\text{М}}{\text{с}}$
0,3	0,02	0,4	0,5084	0,5278	0,5160
0,3	0,02	0,8	0,2246	0,2687	0,2420
0,3	0,04	0,4	0,3794	0,3933	0,3849
0,3	0,04	0,8	0,1751	0,2072	0,1879



Продовження таблиці 3

0,6	0,02	0,4	0,4268	0,4452	0,4338
0,6	0,02	0,8	0,1665	0,2052	0,1810
0,6	0,04	0,4	0,3338	0,3473	0,3391
0,6	0,04	0,8	0,1394	0,1691	0,1509

Таблиця 4

Значення $w(R_0)$, $\Delta(R_0)$ і $\tilde{u}(R_0)$

$\mu, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\mu_*, \text{Па} \cdot \text{с}^2$	γ	$w(R_0), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$-10^3 \Delta(R_0), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\tilde{u}(R_0), \frac{\text{м}}{\text{с}}$
0,3	0,02	0,4	0,5180	2,4344	0,5156
0,3	0,02	0,8	0,2471	5,8101	0,2412
0,3	0,04	0,4	0,3863	1,7285	0,3845
0,3	0,04	0,8	0,1914	4,1664	0,1872
0,6	0,02	0,4	0,4359	2,3766	0,4335
0,6	0,02	0,8	0,1860	5,3814	0,1806
0,6	0,04	0,4	0,3404	1,7074	0,3387
0,6	0,04	0,8	0,1545	3,9994	0,1505

Таблиця 5

Значення $u_*(X)$, $u^*(X)$ і $u(X)$

$\mu, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\mu_*, \text{Па} \cdot \text{с}^2$	γ	$u_*(X), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$u^*(X), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$u(X), \frac{\text{м}}{\text{с}}$
0,3	0,02	0,4	0,3415	0,3478	0,3444
0,3	0,02	0,8	0,1549	0,1698	0,1619
0,3	0,04	0,4	0,2523	0,2568	0,2544
0,3	0,04	0,8	0,1189	0,1298	0,1240
0,6	0,02	0,4	0,2948	0,3009	0,2977
0,6	0,02	0,8	0,1189	0,1323	0,1252
0,6	0,04	0,4	0,2271	0,2315	0,2291
0,6	0,04	0,8	0,0978	0,1080	0,1026

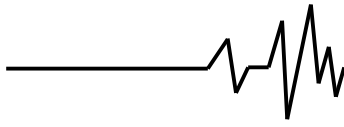
Таблиця 6

Значення $w(X)$, $\Delta(X)$ і $\tilde{u}(X)$

$\mu, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\mu_*, \text{Па} \cdot \text{с}^2$	γ	$w(X), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$-10^4 \Delta(X), \frac{\text{м}}{\text{с}}$	$\tilde{u}(X), \frac{\text{м}}{\text{с}}$
0,3	0,02	0,4	0,3446	1,7624	0,3444
0,3	0,02	0,8	0,1624	4,7631	0,1619
0,3	0,04	0,4	0,2545	1,2329	0,2544
0,3	0,04	0,8	0,1244	3,3350	0,1240
0,6	0,02	0,4	0,2979	1,8102	0,2977
0,6	0,02	0,8	0,1256	4,8787	0,1251
0,6	0,04	0,4	0,2293	1,2588	0,2291
0,6	0,04	0,8	0,1029	3,4139	0,1026

Як бачимо, в цих таблицях відхилення $\tilde{u}(R_0)$ від $u(R_0)$ і $\tilde{u}(X)$ від $u(X)$ невеликі, менші десятих долей відсотка, що підтверджує високу точність і другого наближеного способу розрахунку. Точні значення швидкості

задовольняють подвійній нерівності (13). Півсуми $0,5(u_*(R_0) + u^*(R_0))$ і $0,5(u_*(x) + u^*(x))$ лише на декілька відсотків відхиляються від точних значень



швидкості. Найбільші похибки другий спосіб розрахунку, як і перший, дає при $r = R_0$ – де швидкість потоку максимальна, але похибки формули (17) невеликі.

Висновки

1. Запропоновані наближені способи обчислень швидкості зернопотоку дають досить високу точність. Їх можна використовувати в інженерних розрахунках поряд з числовим комп'ютерним інтегруванням.

2. Числовий аналіз показав, що швидкості потоку суміші суттєво залежать від значень реологічних сталих. Тому є можливість брати такі значення сталих, щоб теорія узгоджувалась з практикою сепарування.

Список використаних джерел

1. Тищенко Л.Н. Квадратично-нелінійна модель руху зернової суміші на плоскому віброрешеті / Л.М. Тищенко, В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський // Физические и компьютерные технологии. Труды 21-й международной научно-практической конференции. – Днепропетровск: Лира, 2015. – С.204-209.

2. Tishchenko L. Quadratic nonlinear model of grain mixture movement in cylindrical vibratory centrifugal sifter / L. Tishchenko, V. Olshanskyi, S. Olshanskyi // ТЕКА, 2015. – №3. – РР 67-72.

3. Тищенко Л.М. Про нелінійну модель руху сепарованих сумішей у циліндричному віброрешеті / Л.М. Тищенко, В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський // Інженерія природокористання, 2015. – №1(3). – С. 29-33

4. Сэвидж С. Гравитационное течение несвязанных гранулированных материалов. В кн. Механика гранулированных сред: Теория быстрых движений/ С. Сэвидж. – М.: Мир, 1985. – С. 86-146.

5. Savage S.B., Jeffrey D.J. The stress tensor in a granular flow at high shear rates // J. Fluid Mech., 1981. – Vol. 110. – P. 255-272.

6. Savage S.B. Granular flows down rough inclines/ Review and extension // Mech. of granular materials, Elsevier Science publishers, Amsterdam, 1983. – P. 261-282.

7. Ishida M., Shirai T. Velocity distributions in the flow of particles in a inclined open channel // J. Chem. Eng. Jpn. 1979. – Vol. 12. – P. 45-50.

8. Долгунин В.Н. Быстрые гравитационные течения зернистых материалов: техника измерения,

закономерности, технологическое применение / В.Н. Долгунин, В.Я. Борщев – М.: Машиностроение, 2005. – 73с.

9. Bagnold R.A. Experiments on a gravity free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear / Proc. Roy. Soc. London, 1954. – Vol. 225. – P. 49-63.

10. Тищенко Л.Н. Динамика виброцентробежной зерноочистки / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський. и др. – Харьков: Міськдрук, 2013. – 440 с.

11. Абромовиц А. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами)/ А. Абромовиц, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

12. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. – М.: Наука, 1977. – 344 с.

13. Градштейн И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и производений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: Наука, 1962 – 1100 с.

Список джерел в транслітерації

1. Tishchenko L.N. Kvadratychno-neliniina model rukhu zernovoi sumishi na ploskomu vibroresheti / L.M. Tishchenko, V.P. Olshanskyi, S.V. Olshanskyi // Fizicheskie i kompyuternye tehnologii. Trudy 21-y mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. – Dnepropetrovsk: Lira, 2015. – С.204-209.

2. Tishchenko L. Quadratic nonlinear model of grain mixture movement in cylindrical vibratory centrifugal sifter/ L. Tishchenko, V. Olshanskyi, S. Olshanskyi // ТЕКА, 2015. – №3. – РР – 67-72.

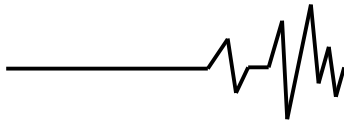
3. Tishchenko L.M. Pro neliniinu model rukhu separovanykh sumishei u tsylindrychnomu vibroresheti / L.M. Tishchenko, V.P. Olshanskyi, S.V. Olshanskyi// Inzheneriia pryrodokorystannia, 2015. – №1(3). – s. 29-33.

4. Sevidzh S. Gravitatsionnoe techenie nesvyazannykh granulirovannykh materialov. V kn. Mehanika granulirovannykh sred: Teoriya bystrykh dvizheniy/ S. Sevidzh. – М.: Mir, 1985. – С. 86-146.

5. Savage S.B., Jeffrey D.J. The stress tensor in a granular flow at high shear rates // J. Fluid Mech., 1981. – Vol. 110. – P. 255-272.

6. Savage S.B. Granular flows down rough inclines / Review and extension // Mech. of granular materials, Elsevier Science publishers, Amsterdam, 1983. – P. 261-282.

7. Ishida M., Shirai T. Velocity distributions in the flow of particles in a inclined open channel //



J. Chem. Eng. Jpn. 1979. – Vol. 12. – P. 45-50.

8. Dolgunin V.N. Bystryie gravitatsionnye techeniya zernistyykh materialov: tehnika izmereniya, zakonmernosti, tehnologicheskoe primeneniye / V.N. Dolgunin, V.Ya. Borschev – M.: Mashinostroyeniye, 2005. – 73s.

9. Bagnold R.A. Experiments on a gravity free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear / Proc. Roy. Soc. London, 1954. – Vol. 225. – P. 49-63.

10. Tischenko L.N. Dinamika vibrotsentrobежnoy zernoochistki / L.N. Tischenko, V.P. Olshanskiy, S.V. Olshanskiy. i dr. – Harkov: Miskdruk, 2013. – 440 s.

11. Abromovits A. Spravochnik po spetsialnyim funktsiyam (s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami) / A. Abromovits, I. Stigan. – M.: Nauka, 1979. – 832 s.

12. Yanke E. Spetsialnyie funktsii / E. Yanke, F. Emde, F. Lesh. – M.: Nauka, 1977. – 344 s.

13. Gradshteyn I.S. Tablitsyi integralov, summ, ryadov i proizvedeniy / I.S. Gradshteyn, I.M. Ryzhik. – M.: Nauka, 1962 – 1100 s.

НЕЛИНЕЙНАЯ ТРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЗЕРНОСМЕСЕЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВИБРОЦЕНТРОБЕЖНОМ РЕШЕТЕ

Аннотация. Рассмотрено установившееся вертикальное движение сепарированной зерносмеси в цилиндрическом решете виброцентрифуги. Выведено нелинейное дифференциальное уравнение движения, в основу которого положено трехпараметрическую реологическую зависимость касательного напряжения в смеси от скорости деформаций сдвига. Вязкая составляющая силы сопротивления сдвигу описывается квадратично-полиномиальной функцией. Учтено также наличие остаточного сухого трения в частично виброоживленной смеси. Решение уравнения движения выражено интегралом, который приходится интегрировать численными методами. Предложено два приближенных способа вычисления скорости потока, которые базируются на выделении в

аналитической форме основной части интеграла с последующим дополнением ее расчетом по формуле Симпсона. На численных примерах подтверждена высокая точность предложенных приближенных способов вычисления скорости. Показано, что расчетные величины скорости потока существенно зависят от значений трех реологических констант в математической модели.

Ключевые слова: цилиндрическое виброцентрибежное решето; установившийся поток сепарированной зерносмеси; дифференциальное уравнение и его интеграл; приближенные способы вычисления скорости; формула Симпсона.

THE NONLINEAR THREE-PARAMETER MODEL OF GRAIN MIXTURES MOVEMENT IN A VIBROCENTRIFUGAL CYLINDRICAL SIEVE

Annotation. A steady vertical movement of the separated grain mixture in a cylindrical sieve vibrating centrifuge was considered. The nonlinear differential equation of motion, which is based on three-parameter rheological dependence of the shear stress in a mixture of shear strain rate was derived. Viscous component of shear resistance force are described quadratic polynomial function. presence of residual dry friction in partially vibrofluctized mixture was considered too. Solution of the equations of motion is expressed by integral, which is necessary to integrate numerically. It proposed two approximate method for calculating the flow rate, which are based on allocation in an analytical form the main part of the integral, followed by the addition of its calculation using Simpson's formula. In numerical examples, confirmed the high accuracy of the proposed approximate methods of calculation speed. It is shown that the calculated value of flow rate values depend significantly on the rheological three constants in the mathematical model.

Key words: cylindrical vibrocentrifugal sieve; a steady stream of the separated grain mixture; differential equation and it's integral; approximate methods of calculating speed; Simpson's formula.