**Хитряк О. І.**

*Національна Академія
сухопутних військ імені
гетьмана Петра
Сагайдачного*

Khytriak O. I.

*Hetman Petro
Sahaidachny National
Army Academy*

УДК 534.12; 517.4; 622.23

ВПЛИВ ЕКСЦЕНТРИСИТЕТУ ШКІВІВ НА РЕЗОНАНСНІ КОЛИВАННЯ ГНУЧКИХ ПАСІВ

У статті досліджуються поперечні коливання гнучкого паса пасової передачі. Вони описуються диференціальним рівнянням, яке містить мішану похідну по часовій та просторовій координатах. Граничні умови сформульовані із урахуванням ексцентриситету шківів. На базі зазначеної крайової задачі розроблено методику дослідження динамічних процесів двовимірних поздовжньо-рухомих гнучких пасів. В її основу покладено принцип одночастотності коливань у нелінійних системах та основні ідеї методів збурень. Використання хвильової теорії руху дозволило врахувати поздовжній рух паса. Отримано диференціальні залежності, які описують закони зміни амплітуди та частоти коливань у нерезонансному та резонансному випадках. Вони враховують нелінійні характеристики паса, зовнішні періодичні сили та ексцентриситет шківів. Досліджено вплив ексцентриситету шківів на амплітуду та частоту коливань у резонансному випадку.

***Ключові слова:** пасова передача, ексцентриситет шківів, швидкість поздовжнього руху, коливання, амплітуда, методи збурень.*

Актуальність і огляд основних результатів. Привідний пас, будучи складовою частиною механічної передачі руху, є одним із найважливіших її елементів. Він визначає її довговічність, працездатність та ефективність роботи. Експлуатація гнучких пасів, майже завжди, супроводжується коливальними процесами, що призводять до значного зростання динамічних навантажень, передчасного видовження та зменшення ресурсу їх роботи. Тому однією із необхідних умов забезпечення надійного і ефективного функціонування приводів є вивчення динамічних явищ, які їх супроводжують.

Вивчення динаміки гнучкого паса ґрунтується на математичній моделі. Відповідно до якої його розглядають як одно- чи багатовимірне тіло, що здійснює поздовжні та поперечні коливання і одночасно характеризується поздовжньою швидкістю руху [1-5]. Урахування зазначеної швидкості призводить до суттєвих математичних труднощів під час аналітичного розв'язування задач, унеможливаючи використання класичних методів математичної фізики [6]. В той же час, шляхом адаптації хвильової теорії руху до вказаного типу задач, у роботах [3-5] ця проблема частково вирішена.

Важливим чинником, що впливає на динамічні процеси у гнучких пасах, є спосіб їх контакту із ведучим та веденим шківом. Як відомо [6], у математичному описі задачі той чи інший спосіб кріплення кінців досліджуваного об'єкта виражається за допомогою крайових умов. В основному вважають, що має місце щільний контакт гнучкого паса із шківом [1-5], хоча таке допущення недостатньо точно описує реальний процес. Більш складними є дослідження коливань у випадку збурень на «границі». У такій постановці задача зустрічається у роботах [7-9], проте конкретизація способу контакту паса зі шківом тут відсутня.

До одного із різновидів граничних умов можна віднести такі, що враховують ексцентриситет шківів. У пасових передачах це явище може бути наслідком того, що геометричний радіус шківів не співпадає із радіусом обертання або коли форма шківів не є ідеально кругла. Ексцентриситет спричиняє розгойдування шківів, це у свою чергу призводить до постійних розтягувань паса шківом, і як наслідок до надмірних його коливань при швидкісних режимах експлуатації. Ексцентриситет викликає особливо небезпечні умови експлуатації механічної системи, коли він



збуджує діапазон частот, що близькі чи рівні до резонансних. Більше того, коливання натягу паса за рахунок ексцентриситету шківів призводить до параметричної нестійкості, що може спричинити відмову всього механізму. Зважаючи на вказане **метою роботи** є дослідження коливних процесів, що виникають у гнучких пасах з урахуванням ексцентриситету шківів.

Постановка задачі і методика розв'язування. За фізичну модель ділянки паса приймаємо двовимірне гнучке тіло. Розглядаємо лише його поперечні коливання, що у загальному випадку зумовлені зовнішнім збуренням та ексцентриситетом шківів. Хоча вказані коливання можуть виникати як у веденій, так і у ведучій вітці пасової передачі, не зменшуючи загальності, досліджуємо лише ділянку ведучої вітки паса довжиною l та шириною b , яка знаходиться між точками дотику до шківів (рис.1). Систему координат вибираємо таким чином, щоб її початок

співпадав із точкою контакту паса та веденого шківів, додатній напрямок осі Ox скеровуємо у напрямку руху паса, вісь Oy проводимо перпендикулярно до Ox у горизонтальній площині, яка співпадає із площиною рівноваги паса. Третю вісь спрямовуємо вертикально вгору і відносно неї досліджуємо відхилення $u(x, y, t)$ перерізу полотна гнучкого паса в поперечному напрямку з координатою (x, y) у момент часу t . Вважаємо, що товщина паса у стані спокою є невеликою порівняно з найменшим радіусом кривизни, а його згинною жорсткістю можна знехтувати. Матеріал вважаємо однорідним із густиною ρ . Натяг у пасі розглядаємо як рівномірний у напрямку кожної із координатних осей: у напрямку осі Ox він рівний T та забезпечується конструкцією привідного механізму, а у напрямку осі Oy – виникає внаслідок пружних властивостей гнучкого паса.

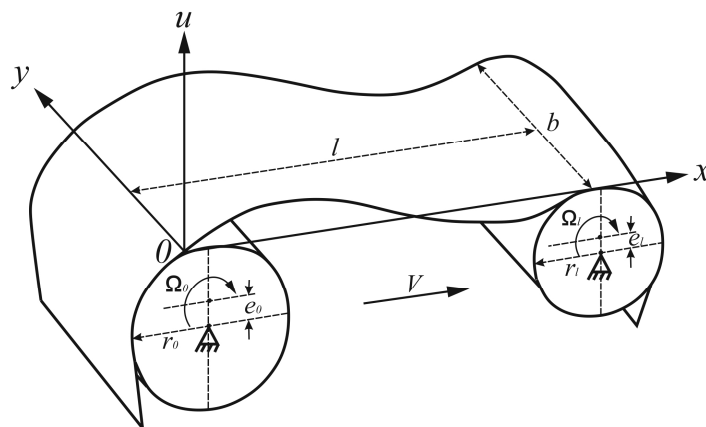


Рис. 1. Схематична модель двовимірного поздовжньо-рухомого гнучкого паса який характеризується ексцентриситетом шківів

За вказаних допущень, математичною моделлю поперечних коливань двовимірного гнучкого паса є диференціальне рівняння у змінних Ейлера [5]

$$u_{tt} + 2Vu_{xt} - (\alpha^2 - V^2)u_{xx} - \gamma^2 u_{yy} = \varepsilon f(u, \dots, \theta), \quad (1)$$

де $\alpha^2 = T\rho^{-1}$, $\gamma^2 = \tilde{\mu}T\rho^{-1}$, $\tilde{\mu}$ – коефіцієнт Пуассона, V – швидкість поздовжнього руху $\theta = \mu t$, μ – частота зовнішнього збурення, $f(u, \dots, \theta) = \rho^{-1} \cdot \hat{f}(u, u_t, u_x, u_y, u_{xt}, u_{xx}, u_{xy}, \theta)$, де \hat{f} – відома функція, періодична відносно θ , яка у загальному випадку враховує нелінійні характеристики механічної системи, а також

зовнішні періодичні сили, ε – малий параметр, що вказує на малу величину нелінійних та періодичних сил порівняно із відновлювальною силою. До (1) долучаємо крайові умови [10]

$$u|_{x=0} = \varepsilon e_0 \sin(\Omega_0 t); \quad u|_{x=l} = \varepsilon e_l \sin(\Omega_l t), \quad (2)$$

де e_0, e_l – ексцентриситети ведучого та веденого шківів, Ω_0, Ω_l – кругові частоти їх обертання. Малі значення ексцентриситетів та відповідні малі збурення паса у точках контакту з шківів зумовлюють у (2) наявність ε .

Задачу із неоднорідними крайовими умовами (1), (2) зводимо до двох дещо простіших [11], і її розв'язок шукаємо у вигляді

$$u(x, y, t) = v(x, y, t) + \varepsilon w(x, y, t), \quad (3)$$



де $w(x, y, t)$ та $v(x, y, t)$ – поки що невідомі функції.

Функцію $w(x, y, t)$ знаходимо із диференціального рівняння

$$w_{xx} = 0. \quad (4)$$

На характер динамічного процесу впливає періодичне збурення та збурення крайових умов [7-9, 11, 12], що найбільш суттєво проявляється для резонансного випадку, тобто коли між власною ω частотою та частотою періодичного збурення μ існує залежність: $\omega \approx pq^{-1}\mu$ (p і q – взаємно прості числа). У зв'язку із наведеним, для гнучкого паса розглядатимемо два випадки:

нерезонансний $\omega_k \neq pq^{-1}\mu$ і резонансний $\omega_k \approx pq^{-1}\mu$.

Нерезонансний випадок. У цьому випадку до рівняння (4) добуємо збурені крайові умови

$$w|_{x=0} = e_0 \sin(\Omega_0 t); \quad w|_{x=l} = e_l \sin(\Omega_l t). \quad (5)$$

Розв'язок задачі (4), (5) має вигляд [9]

$$w(x, y, t) = l^{-1} (e_l \sin(\Omega_l t) - e_0 \sin(\Omega_0 t))x + e_0 \sin \Omega_0 t. \quad (6)$$

Підставляючи (3), із урахуванням (6), в (1), у рамках першого наближення, отримуємо однорідну крайову задачу для знаходження $v(x, y, t)$

$$v_{tt} + 2Vv_{xt} - (\alpha^2 - V^2)v_{xx} - \gamma^2 v_{yy} = \mathcal{E}f(v + \varepsilon w, \dots, \theta) + \varepsilon l^{-1} [2Ve_0 \Omega_0 \cos(\Omega_0 t) + (l-x)e_0 \Omega_0^2 \sin(\Omega_0 t) + e_l (x\Omega_l^2 \sin(\Omega_l t) - 2V\Omega_l \cos(\Omega_l t))], \quad (7)$$

$$v|_{x=0} = 0; \quad v|_{x=l} = 0. \quad (8)$$

На підставі її розв'язку дослідимо основні амплітудно-частотні характеристики поперечних коливань двовимірного гнучкого паса. Для цього застосуємо основну ідею методу Ван-дер-Поля [14]. Необхідною умовою його використання є опис у явному вигляді динамічного процесу незбуреної ($\varepsilon = 0$) системи у вигляді накладання двох хвиль [5, 9]:

$$v_0(t, x, y) = a(\cos(\kappa x + \delta y + \omega t + \varphi) - \cos(\chi x - \delta y - \omega t - \varphi)), \quad (10)$$

де a – амплітуда хвиль, φ – початкова фаза хвиль, $\delta = m\pi b^{-1}$, $m = 1, 2, \dots$. Хвильові числа κ , χ і власна частота ω визначаються залежностями [5]:

$$\kappa = \pi k l^{-1} + V \tilde{\Delta}(\alpha l)^{-1} (\alpha^2 - V^2)^{-0,5}, \quad \chi = \pi k l^{-1} - V \tilde{\Delta}(\alpha l)^{-1} (\alpha^2 - V^2)^{-0,5}, \\ \omega = V \cdot \tilde{\Delta}(\alpha l)^{-1} (\alpha^2 - V^2)^{-0,5} \cdot \tilde{\Delta}, \quad \tilde{\Delta} = \sqrt{l^2 \gamma^2 \delta^2 + \pi^2 k^2 (\alpha^2 - V^2)}. \quad (11)$$

Наявність нелінійних, періодичних сил та збурень крайових умов зумовлюють зміну в часі амплітуди та фази коливань [12] тому у

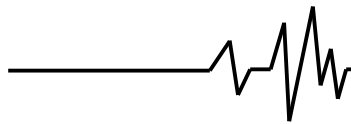
нерезонансному випадку розв'язок збуреної задачі (7)-(8) шукаємо у вигляді [9]

$$v(t, x, y) = a(t)(\cos(\kappa x + \delta y + \omega t + \varphi(t)) - \cos(\chi x - \delta y - \omega t - \varphi(t))). \quad (12)$$

Відповідно до методики розв'язування такого типу задача [5, 9], диференціюючи (12) за незалежними змінними, та нехтуючи у

знайдених похідних доданками порядку малини ε^2 , отримуємо

$$v_{tt} + 2Vv_{xt} - (\alpha^2 - V^2)v_{xx} - \gamma^2 v_{yy} = \varepsilon \bar{f}(a, x, y, \psi, \theta) + \varepsilon l^{-1} [2Ve_0 \Omega_0 \cos(\Omega_0 t) + (l-x)e_0 \Omega_0^2 \sin(\Omega_0 t) + e_l (x\Omega_l^2 \sin(\Omega_l t) - 2V\Omega_l \cos(\Omega_l t))] + \cos(\omega t + \varphi)(\dot{a}\Psi(x, y) + a\dot{\varphi}\Theta(x, y)) + \sin(\omega t + \varphi)(\dot{a}\Theta(x, y) - a\dot{\varphi}\Psi(x, y)), \quad (13)$$



де, $\psi = \omega t + \varphi$, а $\bar{f}(a, x, y, \psi, \theta)$ – за умови, що v та її похідні визначаються відповідно до розв'язку (10), відповідає значенню функції $f(v + \varepsilon w, \dots, \theta)$

$$\Psi(x, y) = (\omega + V\kappa) \sin(\kappa x + \delta y) + (\omega - V\chi) \sin(\chi x - \delta y),$$

$$\Theta(x, y) = (\omega - V\chi) \cos(\chi x - \delta y) - (\omega + V\kappa) \cos(\kappa x + \delta y).$$

Враховуючи те, що функції \dot{a} та $\dot{\varphi}$ є повільно змінними у часі, можна праву і ліву частини (13) усереднити [13] по змінних ψ і θ . Отримуємо систему диференціальних рівнянь відносно шуканих функцій a та φ

$$\dot{a}\Psi(x, y) + a\dot{\varphi}\Theta(x, y) = \frac{\varepsilon}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \psi, \theta) \cos\psi d\psi d\theta;$$

$$\dot{a}\Theta(x, y) - a\dot{\varphi}\Psi(x, y) = \frac{\varepsilon}{a\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \psi, \theta) \sin\psi d\psi d\theta. \quad (14)$$

Зважаючи на те, що ми розглядаємо випадок коротких систем, із (14) маємо

$$\dot{a} = \frac{-\varepsilon}{\Delta} \times \int_0^b \int_0^l \left(\Psi(x, y) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \psi, \theta) \cos\psi d\psi d\theta + \Theta(x, y) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \psi, \theta) \sin\psi d\psi d\theta \right) dx dy,$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\varepsilon}{\Delta a} \times \int_0^b \int_0^l \left(\Psi(x, y) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \psi, \theta) \sin\psi d\psi d\theta - \Theta(x, y) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \psi, \theta) \cos\psi d\psi d\theta \right) dx dy,$$

$$\Delta = 2\pi b [(\omega + V\kappa)^2 + (\omega - V\chi)^2]. \quad (15)$$

Отож співвідношення (12) описує динамічний процес у нерезонансному випадку, за умови, що параметри a та φ задані залежностями (15).

Резонансний випадок. Розглядаючи більш важливий, резонансний, випадок, зокрема випадок головного резонансу, вважаємо, що частота зовнішнього періодичного збурення μ і частоти обертання шківів співпадають із власною частотою

динамічної системи ω . Тоді умови (2) набувають вигляду

$$u|_{x=0} = \varepsilon e_0 \sin \theta; \quad u|_{x=l} = \varepsilon e_l \sin \theta. \quad (16)$$

Розв'язок (1), (16) знаходимо аналогічно нерезонансному випадку:

$$w(x, y, t) = l^{-1} (x(e_l - e_0) + le_0) \sin \theta. \quad (17)$$

Відповідно до (17), рівняння (7) набуває вигляду

$$v_{tt} + 2Vv_{xt} - (\alpha^2 - V^2)v_{xx} - \gamma^2 v_{yy} = \varepsilon f(v + \varepsilon w, \dots, \theta) + \varepsilon \mu l^{-1} [\mu((e_l - e_0)x + e_0 l) \sin \mu t - 2V(e_l - e_0) \cos \mu t] \quad (18)$$

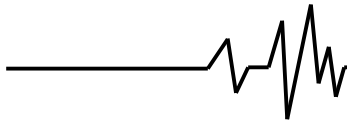
Розв'язок рівняння (18) шукаємо у вигляді (12), враховуючи той факт, що у резонансному випадку на хід динамічного процесу суттєво

впливає різниця фаз зовнішнього збурення та власних коливань $\mathcal{G} = \psi - \theta$ [12], тому

$$v(x, y, t) = a(t) (\cos(\kappa x + \delta y + \theta(t) + \mathcal{G}(t)) - \cos(\kappa x - \delta y - \theta(t) - \mathcal{G}(t))). \quad (19)$$

Подібним чином як і для нерезонансного випадку, із (18), враховуючи (19), для першого наближення отримаємо співвідношення

$$v_{tt} + 2Vv_{xt} - (\alpha^2 - V^2)v_{xx} - \gamma^2 v_{yy} = \varepsilon \bar{f}(a, x, y, \mathcal{G} + \theta, \theta) + \varepsilon \mu l^{-1} [\mu((e_l - e_0)x + e_0 l) \sin \mu t - 2V(e_l - e_0) \cos \mu t] + \cos(\mathcal{G} + \theta) (\dot{a}\Psi(x, y) + a(\dot{\mathcal{G}} + \mu - \omega)\Theta(x, y)) + \sin(\mathcal{G} + \theta) (\dot{a}\Theta(x, y) - a(\dot{\mathcal{G}} + \mu - \omega)\Psi(x, y)). \quad (20)$$



Воно визначає зв'язок між амплітудою та різницею фаз у вигляді

$$\dot{a} = \frac{\varepsilon}{\Delta} \left(\int_0^b \int_0^l \Psi(x, y) \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \vartheta + \theta, \theta) \cos(\vartheta + \theta) d\theta + \Theta(x, y) \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \vartheta + \theta, \theta) \sin(\vartheta + \theta) d\theta + \mu \cos \vartheta \cdot \Delta_1 \Psi_1 + \mu \sin \vartheta \cdot \Delta_1 \Theta_1 - \mu^2 (\Delta_2 \Psi_1 + \Delta_3 \Psi_2) \sin \vartheta + \mu^2 (\Delta_2 \Theta_1 + \Delta_3 \Theta_2) \cos \vartheta \right), \quad (21)$$

$$\dot{\vartheta} = \frac{-\varepsilon}{\Delta a} \left(\int_0^b \int_0^l \Psi(x, y) \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \vartheta + \theta, \theta) \sin(\vartheta + \theta) d\theta - \Theta(x, y) \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, y, \vartheta + \theta, \theta) \cos(\vartheta + \theta) d\theta + \mu \sin \vartheta \cdot \Delta_1 \Psi_1 - \mu \cos \vartheta \cdot \Delta_1 \Theta_1 + \mu^2 (\Delta_2 \Psi_1 + \Delta_3 \Psi_2) \cos \vartheta + \mu^2 (\Delta_2 \Theta_1 + \Delta_3 \Theta_2) \sin \vartheta \right) + \omega - \mu, \quad (22)$$

де $\Delta_1 = 2V\pi(e_0 - e_1)$; $\Delta_2 = \pi(e_0 l + e_1)$; $\Delta_3 = -\pi e_0$; $\Psi_1 = \int_0^b \int_0^l \Psi(x, y) dx dy$;

$$\Psi_2 = \int_0^b \int_0^l \Psi(x, y) \cdot x dx dy; \quad \Theta_1 = \int_0^b \int_0^l \Theta(x, y) dx dy; \quad \Theta_2 = \int_0^b \int_0^l \Theta(x, y) \cdot x dx dy.$$

Результати досліджень. Отримані аналітичні залежності дозволяють проаналізувати вплив нелінійних, періодичних силових чинників та ексцентриситету шківів на основні параметри коливань. Побудовано за (21)-(22) залежність амплітуди поперечних коливань від часу для плоскопасової передачі із гумотканим пасом, який передає потужність

7,5 кВт з частотою обертання вала двигуна 900 хв-1 показано на рис. 2. Густина матеріалу паса $\rho=1200 \text{ кг/м}^3$; площа поперечного перерізу паса $A=0,001125 \text{ м}^2$; ширина $b=0,25 \text{ м}$, сила попереднього натягу $T=1688 \text{ Н}$; довжина ділянки паса $l=0,94 \text{ м}$, швидкість поздовжнього руху $V=30 \text{ м/с}$.

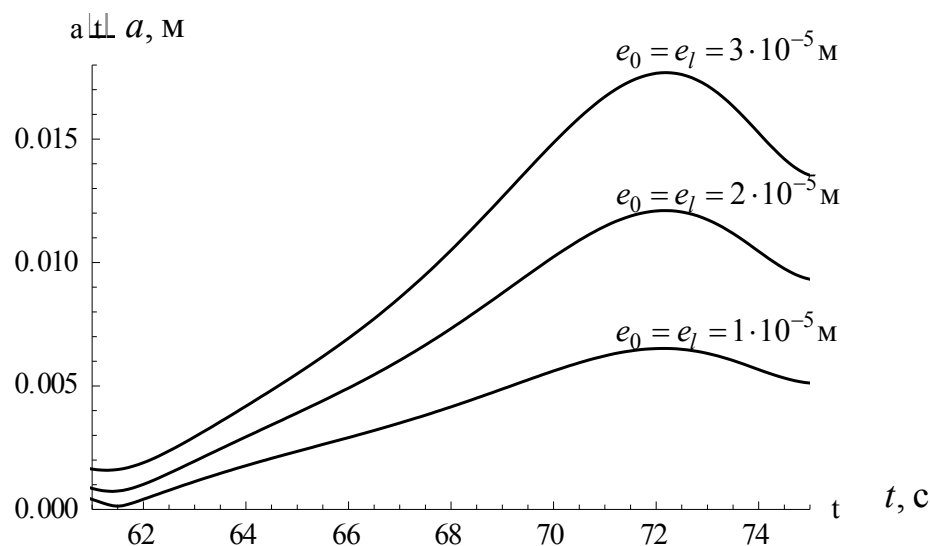
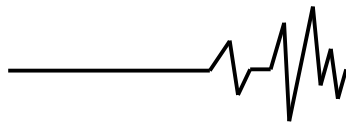


Рис. 2. Амплітуда резонансних коливань для ведучої вітки паса за різних значень ексцентриситету

У разі збільшення ексцентриситету від $1 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ до величини $3 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ амплітуда коливань ділянки завдовжки 0,94 м зростає приблизно у 2,5 раз і досягає значення $17 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ у порівнянні із початковою

амплітудою $a_0 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Для уникнення таких значних амплітуд потрібно забезпечувати відповідну точність виготовлення та балансування обертових мас (шківів).



Висновки. На підставі отриманого розв'язку нелінійного диференціального рівняння змушених поперечних коливань поздовжньо-рухомого двовимірного паса побудованих його амплітудно-частотних характеристик встановлено:

а) у нерезонансному випадку збурення крайових умов не впливають для першого наближення на амплітуду та частоту коливань гнучкого паса;

б) для випадку головного резонансу навіть незначний ексцентриситет призводить до значного росту амплітуди поперечних коливань паса, а значить значних динамічних навантажень;

в) щоб уникнути небажаних резонансних коливань у гнучкому елементі необхідно хоча б незначним чином змінити динамічний режим роботи розглядуваної механічної передачі.

Список використаних джерел

1. Chen L. H., Zhang W. and Liu Y. Q. Modeling of nonlinear oscillations for viscoelastic moving belt using generalized Hamilton's principle // *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 129, Iss. 1, 2007, pp. 128–132.

2. Zhang L. Zu, J. W. Non-linear vibrations of viscoelastic moving belts, part I, II: free vibration analysis // *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 216, Iss. 1, 1998, pp. 75–90.

3. Сокіл М. Б. Хвильова теорія руху в дослідженні коливань гнучких елементів приводу та транспортування з урахуванням їх поздовжнього руху / М. Б. Сокіл, О. І. Хитряк // *Військово-технічний збірник*. – Львів: АСВ, 2011. – №.1. – С. 102–105.

4. Харченко Є. В. Коливання рухомих нелінійно пружних середовищ і асимптотичний метод у їх дослідженні / Є. В. Харченко, М. Б. Сокіл // *Збірник науково-технічних праць НЛТУУ*. – Львів, 2006. – №.16.1. – С. 134–138.

5. Хитряк О.І. Хвильова теорія в дослідженні процесів у двовимірних системах, які характеризуються сталою складовою швидкості поздовжнього руху / О.І. Хитряк // *Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість*, 2010. – Вип. 20.14. – С. 340–345.

6. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М.: Высш. школа, 1970. – 712 с.

7. Харченко Є. В. Вплив способу закріплення на коливання одного класу рухомих одновимірних систем / Є. В. Харченко, М. Б. Сокіл // *Збірник науково-технічних праць НЛТУУ*. – Львів. – 2006. – Вип.

16.7. – С. 80–83.

8. Назар І. І. Методика визначення впливу крайових умов на АЧХ нелінійних коливань гнучкого робочого елемента механічного приводу / І. І. Назар // *Науковий вісник: Зб. Науково-технічних праць*. – Львів: НЛТУУ, 2008. – Вип. 18.5. – С. 261–266.

9. Хитряк О.І. Методика дослідження резонансних коливань гнучких двовимірних елементів систем приводу / О. І. Хитряк, М.Б.Сокіл // *Військово – технічний збірник / Академія сухопутних військ*. – Львів: АСВ, 2012 – №6. – С. 86–89.

10. Lixin Z. Dynamic analysis of viscoelastic serpentine belt drive systems – Kanada: Department of mechanical and industrial engineering university of Toronto, 1999. – 349 p.

11. Митропольский Ю. А. Асимптотические решения уравнений в частных производных / Ю. А. Митропольский, Б. И. Моисеенков. – К.: ВШ, 1976. – 592 с.

12. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский – М.: Наука, 1974. – 501 с.

13. Wan der Pol. B. A Teory of the Amplitude of Free and Forced Triode Vibrations / B. Wan der Pol. // *Radio Review*. –1920. – № 1.

Список джерел в транслітерації

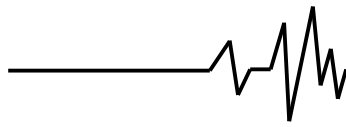
1. Chen L. H. Modeling of nonlinear oscillations for viscoelastic moving belt using generalized Hamilton's principle / W. Zhang, Y. Q. Liu, L. H. Chen // *Journal of vibration and acoustics* – Vol. 129. – Iss. 1. – 2007. – pp. 128–132.

2. Zhang L. Non-linear vibrations of viscoelastic moving belts, part i, ii: free vibration analysis / L. Zhang, J. W. Zu // *Journal of sound and vibration* – Vol. 216, Iss. 1. – 1998. – pp. 75–90.

3. Sokil M. B. Wave theory of motion in the study of flexible and concerning transport elements oscillations taking into account their longitudinal movement / M. B. Sokil, O. I. Khytriak // *Military-technical collected articles*. – Lviv, 2011. – №.1. – S. 102–105.

4. Harchenko E. V. Vibrations of moving nonlinear elastic media and asymptotic method in their study / E. V. Harchenko, M. B. Sokil // *scientific bulletin of ukrainian national forestry university*. – Lviv, 2006. – №.16.1. – S. 134–138.

5. Khytriak O. I. Wave theory in investigation of processes in two-dimensional systems, which are characterized by constant speed longitudinal component of movement / O. I. Khytriak // *Scientific bulletin of ukrainian national*



forestry university, 2010. – Vol. 20.14. – S. 340–345.

6. Koshlyakov N. S. Differential equations of mathematical physics / N. S. Koshlyakov, E. B. Gliner, M. M. Smirnov. - M. : High School, 1970. – 712 P.

7. Harchenko E. V. The impact of fluctuations in consolidation mode of one class of moving one-dimensional systems / E. V. Harchenko, M. B. Sokil // Scientific bulletin of ukrainian national forestry university. – Lviv. – 2006. – Vol. 16.7. – S. 80–83.

8. Nasar I. I. Method of determining the effect of boundary conditions on the response of nonlinear oscillations flexible working mechanical drive element / I. I. Nasar // Scientific bulletin of ukrainian national forestry university. Lviv, 2008. - Vol. 18.5. – S. 261–266.

9. Khytriak O. I. Research methodology resonance vibrations of flexible elements of the two-dimensional drive / O. I. Khytriak, M. B. Sokil // Military-technical collected articles / Army academy. – Lviv 2012 – №6. – S. 86–89.

10. Lixin Z. Dynamic analysis of viscoelastic serpentine belt drive systems – Kanada: department of mechanical and industrial engineering university of toronto, 1999. – 349 p.

11. Mitropolskii Y. A. Asymptotic solutions of partial differential equations / Y. A. mitropol'skii, B. I. Moiseenkov. – Kiev. : HS, 1976. – 592 s.

12. Bogolyubov N. N. Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations / N. N. Bogolyubov, Y. A. Mitropolskiy – M. : Nayka, 1974. – 501 s.

13. Wan der pol. B. A theory of the amplitude of free and forced triode vibrations / B. Wan der pol. // Radio review. –1920. – № 1.

ВЛИЯНИЕ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА ШКИВОВ НА РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГИБКИХ РЕМНЕЙ

Аннотация. В статье исследуются поперечные колебания гибкого ремня ременной передачи. Они описываются дифференциальным уравнением, которое содержит смешанной производную по временной и пространственной координатам. Граничные условия сформулированы с учетом эксцентриситета шкивов. На базе указанной краевой задачи разработана методика исследования динамических процессов

двумерных продольно-подвижных гибких ремней. В ее основу положен принцип одночастотности колебаний в нелинейных системах и основные идеи методов возмущений. Использование волновой теории движения позволило учесть продольное движение ремня. Получены дифференциальные зависимости, описывающие законы изменения амплитуды и частоты колебаний в нерезонансном и резонансном случаях. Они учитывают нелинейные характеристики ремня, внешние периодические силы и эксцентриситет шкивов. Исследовано влияние эксцентриситета шкивов на амплитуду и частоту колебаний в резонансном случае.

Ключевые слова: ременная передача, эксцентриситет шкивов, скорость продольного движения, колебания, амплитуда, методы возмущений.

THE INFLUENCE OF PULLEYS ECCENTRICITY ON FLEXIBLE BELTS RESONANT OSCILLATIONS

Annotation. In this article the transverse vibrations of a flexible belt of the belt drive are investigated. They are described by a differential equation which contains mixed derivative on time and space coordinates. Boundary conditions are formulated taking into account the eccentricity of pulleys. The technique of investigation dynamic processes in two-dimensional axially-moving flexible belts is developed on the basis of the specified boundary value problem. The principle of a single-frequency vibrations in non-linear systems and the main ideas of perturbation techniques are its basis. Using wave theory of motion allows to consider the longitudinal movement of the belt. The differential dependence which describes the laws of change of amplitude and frequency oscillations in the resonant and nonresonant cases are obtained. They take into account nonlinear characteristics of the belt, external periodic force and eccentricity of pulleys. The influence of the eccentricity of the pulleys on the amplitude and frequency of vibration in the resonant case is investigated.

Key words: belt drive, the eccentricity of the pulleys, the speed of longitudinal motion, vibration amplitude, perturbation techniques.