

**Виноградов Б. В.**

д.т.н., профессор

Федин Д. А.

к.т.н., доцент

*Государственное
высшее учебное
заведение «Украинский
государственный
химико-
технологический
университет»*

Vinogradov B. V.**Fedin D. A.**

*SHEI Ukrainian State
University of Chemical
Technology*

УДК 621.833

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПРИВОДНОГО УЗЛА ОТКРЫТОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ БАРАБАННОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Разработана математическая модель динамики зубчатой передачи на податливой опоре под действием переменной жесткости зубчатого зацепления. На базе разработанной модели исследовано взаимное влияние крутильных колебаний приводной шестерни и поперечных колебаний опоры. Определены условия потери динамической устойчивости приводного узла барабанной мельницы.

Ключевые слова: барабанная мельница, зубчатая передача, параметрический резонанс, жесткость.

Введение. Барабанные мельницы часто оснащены безредукторным приводом с открытой зубчатой передачей, состоящей из венца, жестко установленного на барабан, и приводного узла, состоящего из шестерни, корпуса подшипников и фундамента [1]. Кинематическая погрешность и переменная жесткость зубчатого зацепления являются источниками дополнительных динамических нагрузок на систему привода. Вследствие того, что жесткость муфты привода на несколько порядков меньше жесткостей других элементов привода, зубчатую передачу и приводной узел можно выделить в отдельную парциальную колебательную систему. Вследствие крутильной и поперечной податливости элементов системы теоретически возможны режимы работы зубчатой передачи, при котором периодическое воздействие указанных выше факторов приведет к параметрическому резонансу. Потеря динамической устойчивости упругой системы будет сопровождаться повышенной виброактивностью и преждевременным выходом привода из строя. Поэтому задача разработки методики исследования динамической устойчивости привода открытой зубчатой передачи барабанной мельницы является актуальной.

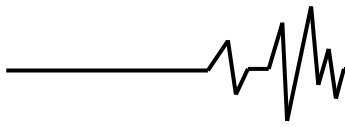
Анализ исследований и публикаций.

На сегодняшний день не существует универсальной модели динамики зубчатой передачи, описывающей всю сложность и разнообразие физических явлений, сопровождающих процесс зубчатого зацепления. Напротив, разработано большое

количество моделей, отличающиеся как в плане учета различных физических эффектов, так и допущениями, лежащими в их основе [2]. Для многих задач относительно малая жесткость связи зубчатой передачи с приводом становится поводом для представления зубчатой передачи в виде одномассовой системы. Однако целый класс моделей роторных систем с зубчатой передачей позволяет учесть крутильную и поперечную податливость элементов привода и исследовать ее влияние на динамику системы. Schwibinger и Nordmann [3] показали, что крутящий момент, подаваемый на шестерню, передается зубчатому колесу посредством сил в зубчатом зацеплении, т.е. крутящий момент порождает поперечные силы и изгибающие моменты. Такие системы имеют несколько собственных частот, которые необходимо учитывать при исследовании резонансных режимов работы приводов. Kurushin [4] рассмотрел двухмассовую колебательную систему зубчатой передачи на упругой опоре. С применением метода исследования колебательных систем с несколькими степенями свободы, приведенного в работе Тимошенко [5], автором определены собственные частоты и отмечена возможность параметрического возбуждения колебаний на разных частотах.

Целью исследования является

разработка динамической модели привода открытой зубчатой передачи барабанной мельницы, учитывающей взаимное влияние крутильных и поперечных колебаний, и



определение на ее основе условий динамической устойчивости механической системы.

Изложение основного материала.

Приводной узел шестерни открытой зубчатой передачи барабанной мельницы (рис. 1, а) отделен от привода упругой муфтой. Узел состоит из вала шестерни 1, корпуса подшипников 2 и фундаментной плиты. Каждый

элемент узла обладает конечной жесткостью и при периодическом действии сил в зубчатом зацеплении совершают поперечные к оси шестерни колебания. Пренебрегая поперечными колебаниями в горизонтальном направлении динамическая расчетная схема может быть представлена колебательной системой с двумя степенями свободы (рис. 1, б).

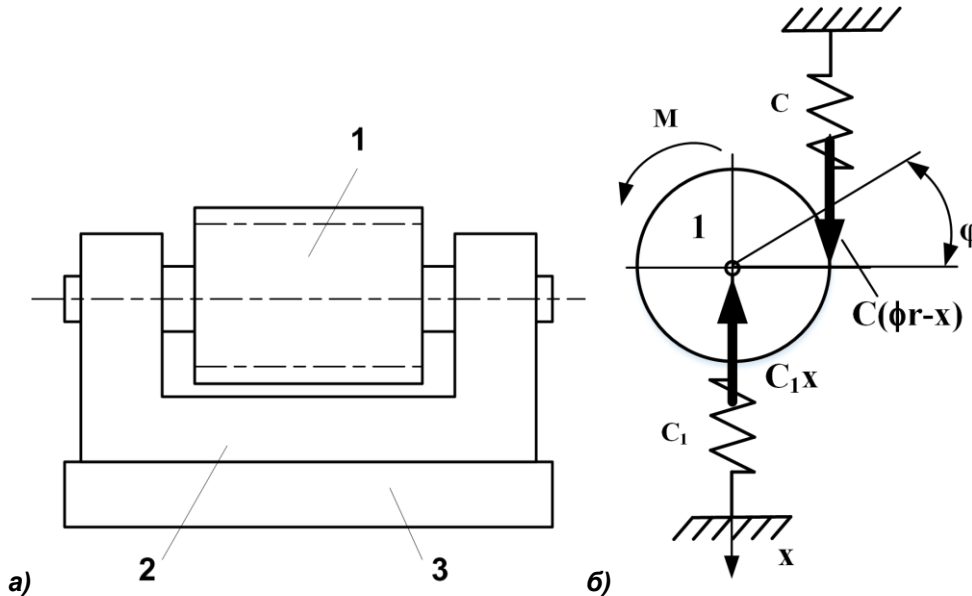


Рис. 1. Конструктивная и расчетная схема

Динамика рассматриваемой системы учетом диссипации энергии в зубчатой передаче может быть описана системой двух обыкновенных дифференциальных уравнений с переменным коэффициентом жесткости зубчатой передачи, изменяющимся в результате изменения количества зубьев, находящихся в зацеплении

$$I\ddot{\varphi} + \mu\dot{\varphi} + Cr^2(\varphi - \frac{x}{r}) = 0, \quad (1)$$

$$m\ddot{x} + \mu\dot{\varphi} + C_1x - C(\varphi r - x) = 0; \quad (2)$$

где I – момент инерции шестерни, кг·м²; m – приведенная масса вала и шестерни, кг; φ – угол поворота шестерни, рад; C – эквивалентная линейная жесткость зубчатого зацепления, Н/м; C_1 – эквивалентная линейная жесткость опоры шестерни, Н/м; r – радиус основной окружности шестерни, м; x – вертикальное перемещение, м; μ – параметр диссипации. Известно, что добавление линейного затухания не стабилизирует неустойчивость, а лишь сужает границы зон неустойчивости. Принимаем, что

$$\mu = \frac{C_i \Psi}{2\pi\Omega_i}, \quad (3)$$

где C_i – жесткость упругой связи (для шестерни $C_i=C$, для опоры $C_i=C_1$); Ω_i – собственная частота колебаний шестерни и вала-шестерни; параметр Ψ принят 0,5.

В настоящей работе исследована динамика зубчатого зацепления типовой открытой зубчатой передачи барабанной мельницы МШРГУ 4500х6000, параметры которой приведены в табл. 1.

На рис. 2 и 3 приведены результаты расчета динамики зубчатого зацепления барабанной мельницы МШРГУ 4500х6000, полученные путем численного интегрирования системы уравнений (1-2) методом Рунге-Кутты. На рис. 2, а приведен фрагмент динамики зубчатого зацепления в прямозубом исполнении при частоте изменения параметра жесткости Θ , равной зубчатой частоте $\Omega=361 \text{ c}^{-1}$. При выведении системы из положения равновесия возникают связанные крутильные и продольные колебания. Негармонический характер колебаний свидетельствует о сложном характере взаимодействия колебаний. Вследствие диссипации энергии колебания затухают во времени. На рис. 2, б приведен фрагмент динамики зубчатого зацепления при частоте изменения параметра жесткости Θ , близкой к удвоенной расчетной частоте



собственных поперечных колебаний, равной 4416 с^{-1} . Взаимодействие колебаний на данной частоте приводит к биениям, в результате чего затухания не происходит и повышается виброактивность зубчатой передачи. На рис. 2, в приведен фрагмент динамики зубчатого зацепления при частоте изменения параметра

жесткости Θ , равной удвоенной расчетной частоте собственных поперечных колебаний, равной 4490 с^{-1} . Из рисунка видно, что в таких условиях период изменения жесткости вдвое больше периода собственных колебаний опоры шестерни и возникают условия основного параметрического резонанса.

Таблица 1

Основные параметры зубчатой передачи барабанной мельницы МШРГУ 4500x6000

Параметр	Обозначение	Значение	
		Шестерня	Колесо
Число зубьев	z	46	252
Ширина зуба	b , мм	1000	1000
Начальный диаметр	d , мм	1150	6300
Угол зацепления	a , °	20	
Модуль зацепления	m , мм	25	
Межосевое расстояние	a_w , мм	3725	
Частота вращения шестерни	n_1 , об/мин	75	
Крутящий момент на шестерне	M , кН·м	509,3	
Передаточное число	u	5,5	
Момент инерции шестерни, кг·м ²	I	$1,3 \cdot 10^3$	
Жесткость зубчатой передачи, Н/м	C	$6,3 \cdot 10^9$	
Жесткость опоры, Н/м	C_1	$6,5 \cdot 10^{10}$	
Приведенная масса шестерни и вала, кг	m	$9,0 \cdot 10^3$	

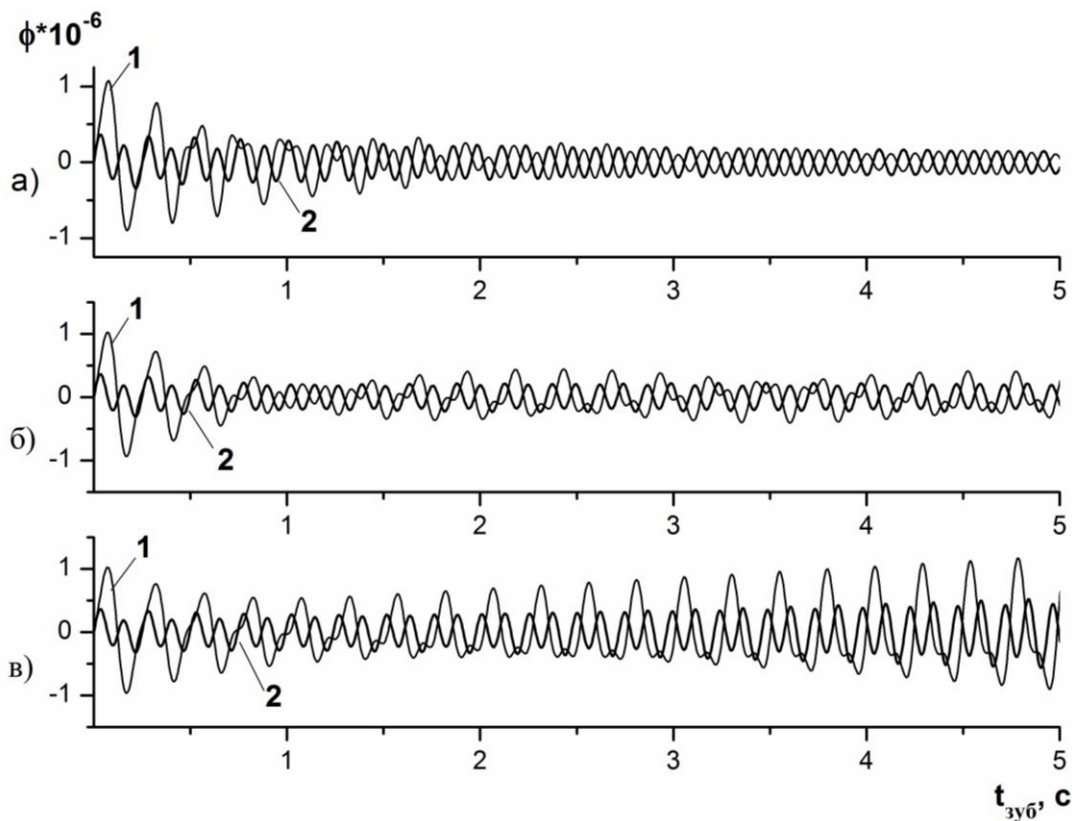


Рис. 2. Динамика зубчатой передачи барабанной мельницы в прямоугольном исполнении:
а – $\Theta \ll \Omega$; б – $\Theta \approx \Omega$; в – $\Theta = \Omega$



На рис. 3 представлены амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой

системы в диапазоне частот изменения жесткости зубчатого зацепления $0 < \Theta < 6500 \text{ с}^{-1}$.

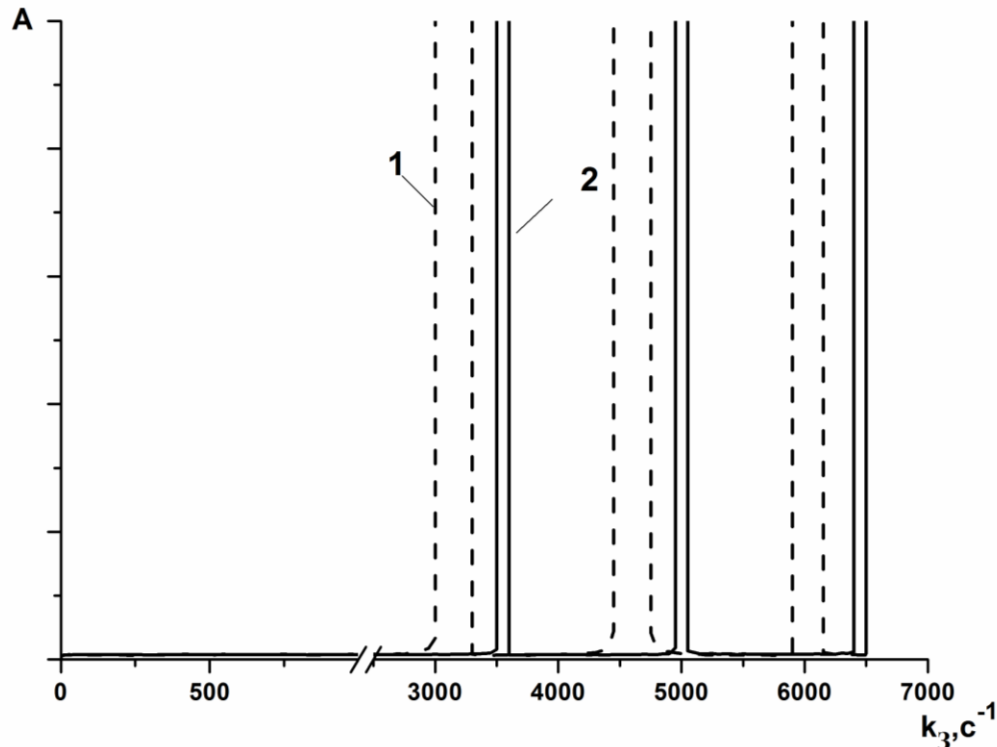


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики рассматриваемой зубчатой передачи барабанной мельницы: 1 – в прямозубом исполнении; 2 – в косозубом исполнении

Из рис. 3 видно, что параметрический резонанс в зубчатой передаче возникает в областях изменения частоты близких к удвоенной частоте зубчатой передачи и опоры. Области динамической неустойчивости зубчатой передачи в прямозубом исполнении шире, чем в косозубом исполнении, и сдвинуты в область более низких частот. Это связано с тем, что при прямозубом исполнении средняя жесткость зубчатого зацепления меньше, а глубина ее изменения больше, чем при косозубом исполнении. Необходимо отметить, что область частот изменения параметра жесткости в зубчатых передачах барабанных мельниц ограничена зубчатой частотой, которая не превышает 1000 с^{-1} (200 об/мин). Следовательно, условия потери динамической устойчивости зубчатой передачи при нормальной работе привода не возникают. Однако при работе более скоростных высоконагруженных зубчатых передач, в которых передаваемый момент вызывает продольную деформацию опоры приводной шестерни, возможно существование областей неустойчивости, правильно определить которые можно лишь с использованием модели, учитывающей взаимное влияние крутильных и поперечных колебаний.

Выводы

1. Жесткость опоры зубчатой передачи существенно влияет на динамику приводного узла.
2. В результате колебательная система имеет две собственных частоты, на которых возможны резонансные режимы работы при кинематическом и силовом воздействии и две зоны динамической неустойчивости.
3. Анализ динамики приводного узла показал, что при реальных частотах вращения вала параметрический резонанс невозможен. Повышение виброактивности приводного узла возможно в связи со статическим воздействием кинематической погрешности, вызванной погрешностью зубчатого зацепления.

Список использованных источников

1. Виноградов Б.В. Відкриті зубчасті передачі барабаних млинів. Зношування та навантаження: монографія / Б.В. Виноградов. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2004. – 141 с.
2. Ozguven H., Houser D. Mathematical Models Used in Gear Dynamics / H. Ozguven, D. Houser // Journal of Sound and Vibration. – 1988, Vol. 121, №. 3 – pp. 383–411.



3. Schwibinger P., Nordmann R. The Influence of Torsional-Lateral Coupling on the Stability Behavior of Geared Rotor Systems / P. Schwibinger, R. Nordmann // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. – 1988, Vol. 110 – pp. 563-571.

4. Kurushin M. Investigation of the dynamics of gear systems with consideration of a pinion support flexibility / M. Kurushin, V. Balyakin, V. Ossiala // Procedia Engineering. – 2017, Vol. 176 – pp. 25-36.

5. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер // под ред. Э. И. Григолюк. – М.: Машиностроение. – 1985. – 472 с.

Список источников в транслитерации

1. Vinogradov B.V. Vidkriti zubchasti peredachi barabannih mliniv. Znoshuvannya ta navantazhennya: monografiya / B.V. Vinogradov. – Dnipropetrovsk: UDHTU, 2004. – 141 s.

2. Ozguven H., Houser D. Mathematical Models Used in Gear Dynamics / H. Ozguven, D. Houser // Journal of Sound and Vibration. – 1988, Vol. 121, №. 3 – pp. 383–411.

3. Schwibinger P., Nordmann R. The Influence of Torsional-Lateral Coupling on the Stability Behavior of Geared Rotor Systems / P. Schwibinger, R. Nordmann // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. – 1988, Vol. 110 – pp. 563-571.

4. Kurushin M. Investigation of the dynamics of gear systems with consideration of a pinion support flexibility / M. Kurushin, V. Balyakin, V. Ossiala // Procedia Engineering. – 2017, Vol. 176 – pp. 25-36.

5. Kolebaniya v inzhenernom dele / S. P. Timoshenko, D.X. Yang, U. Uiver // pod red. E. I. Grigolyuk. – М.: Mashinostroenie. – 1985. – 472 s.

АНАЛІЗ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ПРИВОДНОГО ВУЗЛА ВІДКРИТОЇ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ БАРАБАННОГО МЛИНА

Анотація. Розроблено математичну модель динаміки зубчастої передачі на податливій опорі під дією змінної жорсткості зубчастого зачеплення. На основі розробленої моделі досліджено взаємний вплив крутильних коливань приводної шестерні та поперечних коливань опори. Визначено умови втрати динамічної стійкості приводного вузла зубчастої передачі барабанного млина.

Ключові слова: барабанний млин, зубчаста передача, параметричний резонанс, жорсткість.

ANALYSIS OF DYNAMIC STABILITY OF DRIVING UNIT OF TUMBLING MILL OPEN GEARING

Annotation. Mathematical model of dynamics of flexibly supported gearing due to impact of variable mesh stiffness is developed. On the basis of developed model the torsional-lateral coupling of driving pinion and support assembly is investigated. Conditions of dynamic stability loss of tumbling mill driving unit are determined.

Key words: tumbling mill, gearing, parametric resonance, stiffness.