

**Шатохин В. М.**  
д.т.н., профессор

*Харьковский  
национальный  
университет  
строительства и  
архитектуры*

**Shatokhin V. M.**

*Kharkov National  
University of Construction  
and Architecture*

**УДК 621.432.4**

## **О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ ДЕБАЛАНСНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ АППАРАТОВ С ЭКСЦЕНТРИКОВЫМ РОТОРОМ И АСИНХРОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ**

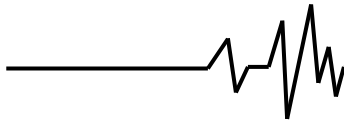
*Предложена комплексная математическая модель вибрационного аппарата на упругих опорах с эксцентриковым дебалансным ротором и асинхронным электроприводом (АД), рабочая камера которого совершает плоскопараллельное движение. Выбрана динамическая характеристика АД, позволяющая адекватно описывать процесс запуска аппарата и колебательный характер нагрузки на установившихся режимах работы устройства. Приведен способ преобразования системы дифференциальных уравнений динамических процессов в вибрационном устройстве к удобному для численного интегрирования виду. Предложен наглядный способ геометрической интерпретации развития динамических процессов при пуске вибрационного аппарата, позволяющий осуществлять рациональный выбор его параметров. Исследовано влияние дебалансов, эксцентриситета ротора на процесс запуска аппарата, движение характерных точек его корпуса, нагрузки на подшипники и основание. Установлено, что рациональный выбор эксцентриситета ротора позволяет уменьшить его вибрации. Выполненные исследования имеют значительные перспективы при решении различных задач синтеза и оптимизации механизмов рассмотренного класса.*

**Ключевые слова:** *вибрационный аппарат, эксцентриковый ротор, дебаланс, асинхронный электропривод, динамический процесс.*

**Постановка проблемы.** Применение вибрационных технологий позволяет интенсифицировать производственные процессы, повышать качество работ, создавать материалы с новыми свойствами, снижать материалоемкость и энергоемкость оборудования [1-4]. Рядом преимуществ обладают вибрационные аппараты с эксцентриковым ротором, дебалансами и асинхронным электроприводом. Конструкции устройств являются относительно простыми, однако выбор их параметров затруднен сложностью моделирования динамических процессов [2, 4]. Дополнительные трудности вызывает корректное описание динамической характеристики АД при переходных режимах и нагрузке, имеющей колебательный характер. Исследования по моделированию

динамических процессов в указанных устройствах, выбору их параметров, прогнозированию технологических качеств имеют актуальный характер.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В работе [5] получены уравнения движения простейшей модели механизма на установившихся режимах работы и в предположении, что рабочий орган совершает поступательное движение. Для описания динамической характеристики АД при переходных режимах и нагрузке, которая имеет колебательный характер, используются либо линеаризованные статические характеристики [6], либо линеаризованные дифференциальные уравнения [7], только приближенно описывающих электромагнитные переходные процессы в электродвигателях.



В работах автора [2, 4] предложена комплексная модель динамических процессов в устройствах с АД в форме системы автономных нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Динамическая характеристика АД, представленная дифференциальным уравнением второго порядка [8], позволяет достаточно адекватно описывать переходные режимы при запуске устройства и колебательный характер нагрузки на установившихся режимах работы. Особенность модели состоит в том, что часть уравнений содержит слагаемые со вторыми производными от нескольких обобщенных координат, что затрудняет их непосредственное интегрирование средствами современных математических пакетов.

**Цель исследований.** Используя результаты моделирования вибрационных устройств на упругих опорах с эксцентриковым дебалансным ротором и АД, динамическая характеристика которого адекватно описывает переходные режимы при их запуске и колебательный характер нагрузки на установившихся режимах работы, разработать способы выбора основных параметров устройств (АД, эксцентриситета ротора, дебалансов и т.д.), которые определяют

процессы запуска, характер движения рабочей камеры, динамические нагрузки в узлах механизмов, а также их технологические качества.

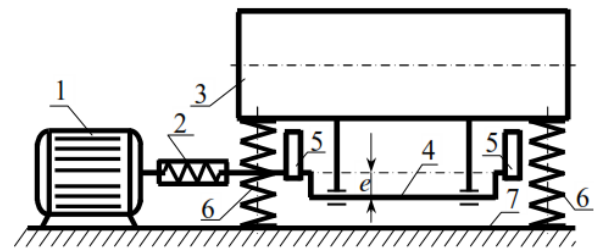


Рис. 1. Схема вибрационного устройства

**1. Дифференциальные уравнения движения вибрационного устройства.** На рис. 1 показана схема аппарата. Рабочая камера 3 устройства установлена на четырех вертикальных пружинах 6, укрепленных на основании 7. В двух подшипниках, жестко связанных с камерой, находится колесо эксцентрикового ( $e$  – эксцентриситет) вала (ротора, 4), на котором укреплены дебалансы 5. Ротор связан гибким валом (дюритом, 2) с валом электродвигателя 1. Уравнения движения механизма, полученные в работах [2, 4] с использованием методики составления уравнений Лагранжа второго рода, имеют вид:

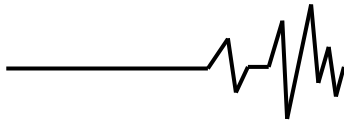
$$\left. \begin{aligned} \ddot{\Psi} &= f_{\Psi}, \\ \alpha_3 \ddot{\varphi} - \alpha_2 \sin \varphi \ddot{x} + \alpha_2 \cos \varphi \ddot{y} + (\alpha_3 - \alpha_5 \sin \varphi) \ddot{\vartheta} &= f_{\varphi}, \\ -\alpha_2 \sin \varphi \ddot{\varphi} + \alpha_1 \ddot{x} + (\alpha_6 - \alpha_2 \sin \varphi) \ddot{\vartheta} &= f_x, \\ \alpha_2 \cos \varphi \ddot{\varphi} + \alpha_1 \ddot{y} + \alpha_2 \cos \varphi \ddot{\vartheta} &= f_y, \\ (\alpha_3 - \alpha_5 \sin \varphi) \ddot{\varphi} + (\alpha_6 - \alpha_2 \sin \varphi) \ddot{x} + \alpha_2 \cos \varphi \ddot{y} + (\alpha_{10} - \alpha_{11} \sin \varphi) \ddot{\vartheta} &= f_{\vartheta}, \\ \ddot{M}_D &= f_{M_D}. \end{aligned} \right\} (1)$$

Положение механизма определяется пятью обобщенными координатами:  $\Psi$ ,  $\varphi$  – соответственно углы поворота ротора электродвигателя и ротора механизма;  $x$ ,  $y$  – декартовы координаты, определяющие положение центра масс рабочей камеры относительно неподвижной системы координат

$Oxy$ ;  $\vartheta$  – угол поворота рабочей камеры. Три последние координаты показаны на рис. 2, где механизм изображен в текущий момент времени.

Для правых частей уравнений получены следующие выражения:

$$\begin{aligned} f_{\Psi} &= \frac{k}{J_e}(\varphi - \Psi) + \frac{\beta_{\gamma}}{J_e}(\dot{\varphi} - \dot{\Psi}) + \frac{M_D}{J_e}; \\ f_{\varphi} &= \alpha_{13} \sin \varphi x - \alpha_{13} \cos \varphi y - \alpha_2 [(\dot{x} + b \dot{\vartheta}) \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi] \dot{\vartheta} - \alpha_{15} \cos \varphi + \\ &+ \alpha_{17} \sin \varphi \dot{\vartheta} - k(\varphi - \Psi) - \beta_{\gamma}(\dot{\varphi} - \dot{\Psi}) - M_d; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 f_x &= \alpha_2 \cos\varphi(\dot{\varphi} + \dot{\vartheta})\dot{\varphi} - \alpha_{18}x - (\alpha_{20} - \alpha_{13} \sin\varphi)\vartheta - \alpha_{13} \cos\varphi - \beta_x \dot{x}; \\
 f_y &= \alpha_2 \sin\varphi(\dot{\varphi} + \dot{\vartheta})\dot{\varphi} - \alpha_{21}y - \alpha_{13} \cos\varphi\vartheta + \alpha_{13}(1 - \sin\varphi) - \beta_y \dot{y}; \\
 f_{\vartheta} &= \alpha_5 \cos\varphi(\dot{\varphi} + 2\dot{\vartheta})\dot{\varphi} + \alpha_2(\dot{x} \cos\varphi + \dot{y} \sin\varphi)\dot{\varphi} - (\alpha_{20} - \alpha_{13} \sin\varphi)x - \\
 &\quad - \alpha_{13} \cos\varphi y - (\alpha_{23} - \alpha_{17} \sin\varphi)\vartheta - \alpha_{17} \cos\varphi - \beta_{\vartheta} \dot{\vartheta}; \\
 f_{M_D} &= -\omega_c s_k \left\{ 2 + \frac{[k(\varphi - \psi) + \beta_{\gamma}(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D]}{\omega_c s_k (\omega_0 - \dot{\psi}) J_e} \right\} \dot{M}_D - \\
 &\quad - \left\{ \omega_c^2 s_k^2 \left[ 1 + \frac{(\omega_0 - \dot{\psi})^2}{\omega_0^2} \right] + \omega_c s_k \frac{[k(\varphi - \psi) + \beta_{\gamma}(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) + M_D]}{(\omega_0 - \dot{\psi}) J_e} \right\} M_D + 2M_k \omega_c^2 s_k^2 \frac{(\omega_0 - \dot{\psi})}{\omega_0}.
 \end{aligned}$$

Коэффициенты  $\alpha_1 \div \alpha_{23}$  выражаются через параметры механизма (см. рис. 2):

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= M + m, \quad \alpha_2 = m(e+r), \quad \alpha_3 = m(e+r)^2 + I, \quad \alpha_4 = g\alpha_2, \quad \alpha_5 = b\alpha_2, \quad \alpha_6 = mb, \\
 \delta &= \Delta_0/H, \quad \alpha_7 = 4(k_x - \delta k_y), \quad \alpha_8 = \alpha_7 b_1, \quad \alpha_9 = 4k_y, \quad \alpha_{10} = J + \alpha_3 + mb^2, \quad \alpha_{11} = 2\alpha_5, \\
 \alpha_{12} &= mgb + 4k_y [a^2 - b_1(b_1 + H)\delta] + 4k_9 + 4k_x b_1^2, \quad \alpha_{13} = k_r e, \quad \alpha_{14} = \alpha_{13} e, \\
 \alpha_{15} &= \alpha_4 - \alpha_{14}, \quad \alpha_{16} = \alpha_{13}(e-b), \quad \alpha_{17} = \alpha_4 - \alpha_{16}, \quad \alpha_{18} = \alpha_7 + k_r, \quad \alpha_{19} = k_r b, \\
 \alpha_{20} &= \alpha_8 + \alpha_{19}, \quad \alpha_{21} = \alpha_9 + k_r, \quad \alpha_{22} = k_r(e-b)b, \quad \alpha_{23} = \alpha_{12} - \alpha_{22},
 \end{aligned}$$

где  $r$  – расстояние от оси ротора до его центра масс;  $b$  – расстояние от центра масс рабочей камеры до оси подшипников;  $a$ ,  $b_1$  – параметры, определяющие положения точек крепления верхних концов пружин;  $M$  – суммарная масса рабочей камеры и обрабатываемого материала;  $m$  – масса всех

вращающихся деталей ротора (включает массу эксцентрикового вала  $m_v$ , диаметр которого  $d_v$ , и массу двух дебалансов  $2m_d$ ; расстояние от центра масс дебалансов до оси вала  $r_d$ );  $g$  – ускорение свободного падения;  $J$  – момент инерции рабочей камеры относительно оси, проходящей через центр масс;  $I$  – момент инерции ротора относительно оси, проходящей через центр масс;  $J_e$  – момент инерции электродвигателя;  $H_0$  – длина недеформированной пружины;  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_9$  – жесткости пружин соответственно на сдвиг, растяжение-сжатие, поворот;  $\Delta_0 = (M + m)g/4k_y$  – начальная деформация пружины;  $H = H_0 - \Delta_0$  – длина статически деформированной пружины;  $k$  – жесткость гибкого вала на кручение;  $k_r$  – изгибная жесткость гибкого вала;  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $\beta_{\vartheta}$  – коэффициенты сопротивления, соответствующие обобщенным скоростям  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\dot{\vartheta}$ ;  $\beta_{\gamma}$  – коэффициенты сопротивления на

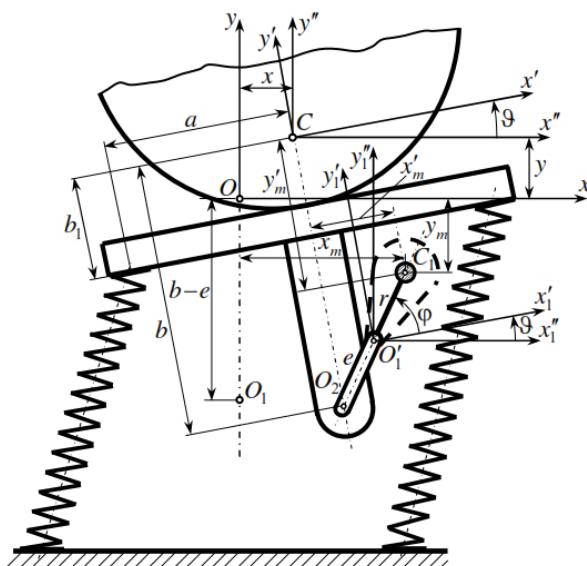
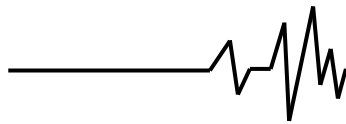


Рис. 2. Расчетная схема вибрационного механизма



участке гибкого вала;  $M_d$  – постоянный момент сопротивления на роторе вибрационного устройства;  $M_D$  – вращающий момент, приложенный к ротору АД и определяемый его динамической характеристикой.

В уравнения входят каталожные характеристики АД [2, 8]:  $M_k$  – критический момент двигателя;  $\xi = 1/(1 + \beta^2)$ ;  $\beta = (\omega_0 - \dot{\psi})/\omega_0$  – относительное скольжение;  $\omega_0$  – угловая скорость идеального хода;  $\dot{\psi}$  – угловая скорость электродвигателя в переходном процессе;  $s = \omega_0 - \dot{\psi}$  – текущее скольжение;  $T_D = 1/(\omega_c s_k)$  – электромагнитная постоянная времени;  $\omega_c = 50 \cdot 2\pi$  – круговая частота напряжения сети;

$s_k = \left( s_n + \sqrt{s_n \frac{\mu_m - 1}{\mu_i - 1}} \right) / \left( 1 + \sqrt{s_n \frac{\mu_m - 1}{\mu_i - 1}} \right)$  – критическое скольжение [9];  $s_n = (\omega_0 - \omega_n)/\omega_0$  – номинальное скольжение;  $\omega_n$  – номинальная угловая

скорость;  $\mu_m = M_k/M_n$ ;  $\mu_u = M_s/M_n$ ;  $\mu_i = \mu_m/\mu_u$ ;  $M_n$ ,  $M_s$  – соответственно номинальный, пусковой моменты двигателя.

Последнее уравнение системы (1) представляет собой разрешенное относительно  $\ddot{M}_D$  выражение динамической характеристики АД [8] с учетом приведенных выше формул для параметров, причем в производной по времени от текущего скольжения  $\dot{s}$  вторая производная от угла поворота ротора электродвигателя  $\ddot{\psi}$  заменена соответствующим выражением из первого уравнения указанной системы. Таким образом, первое и последнее уравнения этой системы разрешены относительно второй производной одной из переменных. Однако интегрирование системы уравнений (1) непосредственно с использованием широко распространенных алгоритмов численного интегрирования невозможно, так как уравнения 2÷5 этой системы не разрешены относительно второй производной для каждой из обобщенных координат  $\varphi$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $\vartheta$ . Если бы матрица, образованная из коэффициентов при вторых производных от указанных координат в левой части этих уравнений,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha_3 & -\alpha_2 \sin \varphi & \alpha_2 \cos \varphi & \alpha_3 - \alpha_5 \sin \varphi \\ -\alpha_2 \sin \varphi & \alpha_1 & 0 & \alpha_6 - \alpha_2 \sin \varphi \\ \alpha_2 \cos \varphi & 0 & \alpha_1 & \alpha_2 \cos \varphi \\ \alpha_3 - \alpha_5 \sin \varphi & \alpha_6 - \alpha_2 \sin \varphi & \alpha_2 \cos \varphi & \alpha_{10} - \alpha_{11} \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2)$$

имела постоянные элементы, то нахождение обратной матрицы  $\mathbf{A}^{-1}$ , а, следовательно, и представление уравнений в форме удобной для численного интегрирования было бы тривиальной задачей. Так как элементы матрицы являются переменными, нахождение ей обратной представляет трудоемкую операцию, хотя матрица и имеет размерность  $4 \times 4$ . В настоящее время сложности, возникающие при этом, удается существенно снизить, а надежность результатов повысить, используя математические пакеты, включающие символьную математику. В работе для этой цели использовался пакет Mathcad [10]. Теперь указанные четыре уравнения, разрешенные относительно вторых производных, будут иметь вид

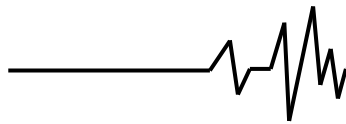
$$\ddot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{f}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{z} = [\varphi, x, y, \vartheta]^T$ ,  $\mathbf{f} = [f_\varphi, f_x, f_y, f_\vartheta]^T$  (т – знак транспонирования).

Матрица  $\mathbf{A}^{-1}$  из-за ее громоздкости здесь не приводится.

## 2. Исследования параметров движения вибрационного механизма.

Разработанная математическая модель использовалась для исследования динамических процессов в вибрационном аппарате объемом  $0,2 \text{ м}^3$  со следующими параметрами:  $M = 300 \text{ кг}$ ,  $m_v = 20,71 \text{ кг}$ ,  $m_d = 7,69 \text{ кг}$ ,  $m = m_v + 2m_d = 36,09 \text{ кг}$ ,



$$e=0,0025\text{м}, \quad r_d=0,0785\text{м},$$

$$r = \frac{m_v \cdot 0 + 2m_d r_d}{m} = 0,03345\text{м}, \quad d_v = 0,065\text{м},$$

$$I = \frac{m_v (d_v/2)^2}{2} + m_v r^2 + 2m_d (r_d - r)^2 = 0,06539\text{кгм}^2$$

$$J = 9,375\text{кгм}^2, \quad a = 0,25\text{м}, \quad b = 0,28\text{м},$$

$$b_1 = 0,18\text{м}, \quad H_0 = 0,225\text{м},$$

$$k_x = 5,957 \cdot 10^4 \text{Н/м}, \quad k_y = 2,383 \cdot 10^4 \text{Н/м},$$

$$k_g = 41,443\text{Нм}, \quad k = 24,038\text{Нм}.$$

Сдвиговая, продольная и поворотная жесткости пружин подсчитаны по формулам [11] для пружины с диаметром проволоки  $d=0,011\text{м}$ , средним диаметром витка  $D=0,08\text{м}$ , числом рабочих витков  $i=12$  и указанной выше высоты пружины  $H_0$  ( $E=2 \cdot 10^5\text{МПа}$ ,

$G=8 \cdot 10^4\text{МПа}$ ). Жесткость на кручение гибкого вала получена для полого вала с внешним и внутренним диаметрами соответственно  $D_d=0,06\text{м}$ ,  $d_d=0,048\text{м}$  и длиной  $l_d=0,25\text{м}$  ( $G_d=8\text{МПа}$  – модуль сдвига материала дюрита) [11]. Жесткость на изгиб указанного вала полагалась равной нулю ( $k_r=0$ ). Значения коэффициентов демпфирования определялись по собственным частотам свободных колебаний парциальных систем в предположении, что безразмерный коэффициент демпфирования  $\eta=0,2$ . Были получены значения:  $\beta_x=3,447 \cdot 10^3\text{кг/с}$ ;

$$\beta_y = 2,264 \cdot 10^3\text{кг/с}, \quad \beta_g = 138,5\text{кгм}^2/\text{с},$$

$$\beta_\gamma = 0,238\text{кгм}^2/\text{с}.$$

Постоянный момент сопротивления на роторе вибрационного устройства полагался равным 5% от номинального момента  $M_n$  АД. При использовании асинхронного электродвигателя 4А100Л6У3  $M_d=1,107\text{Нм}$ . Каталожные параметры указанного АД [12]:  $N_n=2,2\text{кВт}$ ;  $n_0=1000\text{мин}^{-1}$  (синхронная частота вращения);  $s_n=0,051$ ;  $\mu_m=2,2$ ;  $\mu_u=1,2$ . Момент инерции ротора двигателя [13]  $J_e=0,015\text{кгм}^2$ .

Использованы следующие начальные условия:  $\psi(0)=\varphi(0)=\pi/2$ ,

$$x(0)=y(0)=z(0)=0, \quad M_D(0)=M_S,$$

$$\dot{\psi}(0)=\dot{\varphi}(0)=\dot{x}(0)=\dot{y}(0)=\dot{z}(0)=\dot{M}_D(0)=0$$

(см. рис. 1, 2).

Разработанная модель является весьма сложной, содержащей достаточно много существенных параметров. С технологической точки зрения к важнейшим конструктивным элементам механизма относятся эксцентриковый вал и дебалансы. От величины массы, формы последних, значения эксцентриситета ротора зависит не только характер движения рабочей камеры, но также возможность выхода установки на эксплуатационные режимы. Ниже приведены некоторые результаты расчетов переходных процессов с разными значениями параметров указанных узлов ротора. Большинство из них допускают наглядную геометрическую интерпретацию, важную для рационального выбора параметров.

На рис. 3 показаны зависимости угловой скорости вала электродвигателя от времени при запуске установки: 4 – номинальная; 3 – для принятых значений эксцентриситета и массы дебалансов (см. выше); 2 – для предельных значений массы дебалансов  $m_d=10,42\text{кг}$ , при котором еще реализуется запуск; 1 – для значений массы дебалансов  $m_d=10,46\text{кг}$ , превосходящих предельную. В последнем случае запуск не реализуется – угловая скорость вала составляет менее 50% от номинальной. Имеет место эффект Зоммерфельда – мощность двигателя расходуется в основном не на разгон, а на поддержку интенсивных вынужденных колебаний, что и ведет к его “зависанию” [1].

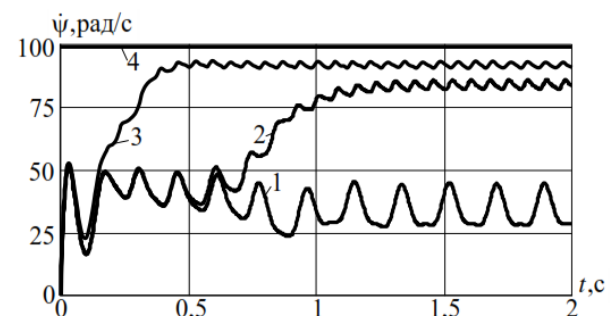
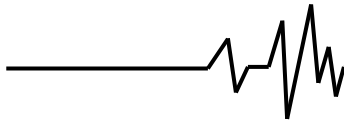


Рис. 3. Зависимость угловой скорости вала электродвигателя от времени при пуске



Характер движения центра масс рабочей камеры при пуске аппарата с предельными дебалансами иллюстрирует рис. 4: а) – изменение координат на плоскости; б) – трехмерный график (позволяет дополнительно анализировать развитие колебаний и во времени). Кривая, по которой движется центр масс на установившемся режиме (время

установления приблизительно 1,5 с), близка к окружности радиуса 5 мм.

На рис. 5, а, б представлены аналогичные графики движения оси вала. Анализ кривой рис. 5, а позволяет сделать вывод о том, что размахи колебаний оси вала в горизонтальном направлении существенным образом превосходят размахи колебаний в вертикальном направлении.

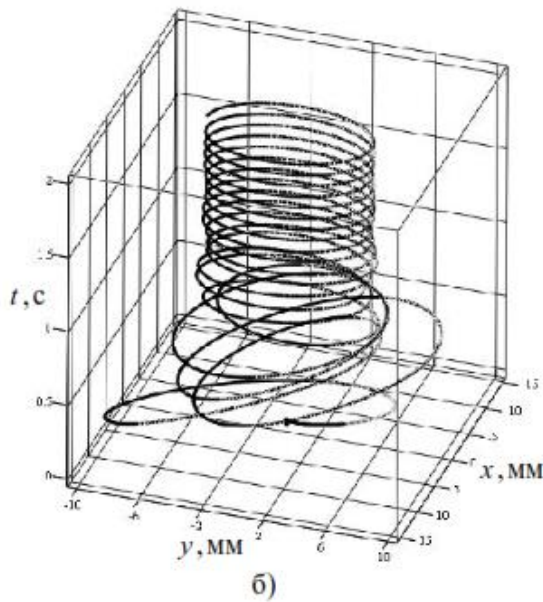
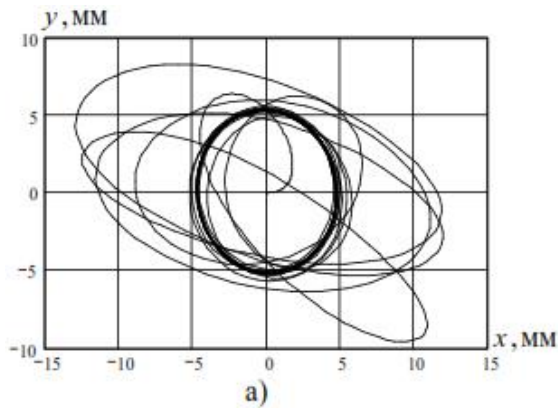


Рис. 4. Траектория движения центра масс рабочей камеры

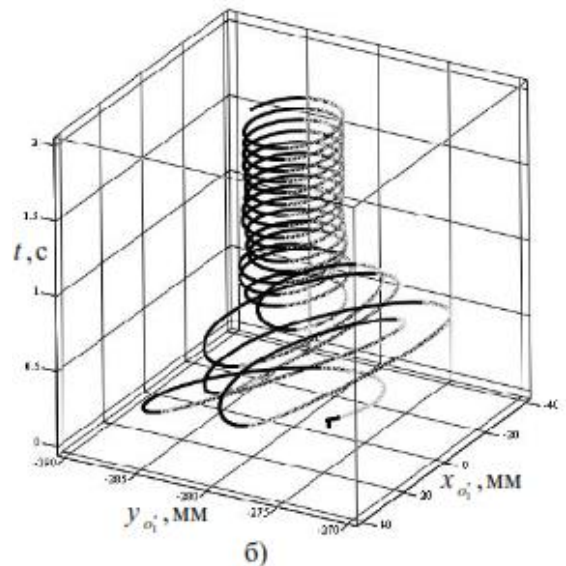
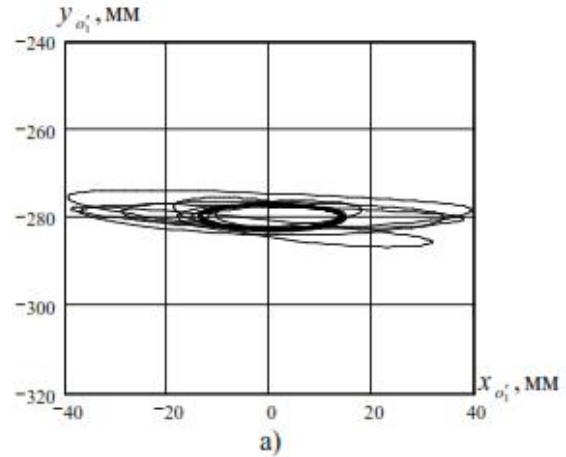


Рис. 5. Траектория движения оси вала

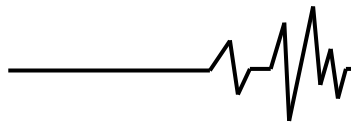
Для рационального выбора подшипников ротора важной является информация о нагрузке в них. На рис. 6, а, б показаны графики изменения реакции подшипника на плоскости и в пространстве. В соответствие с теоремой о движении центра масс проекции указанной реакции на координатные оси для одного подшипника имеют вид

$$R_x = m\ddot{x}_m/2, \quad R_y = (m\ddot{y}_m + mg)/2,$$

а модуль

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2},$$

где  $x_m, y_m$  – координаты центра масс ротора, для которых имеют место формулы (следуют из формул преобразования координат при плоскопараллельном движении; см. рис. 2):



$$\left. \begin{aligned} x_m = x_{C_1} &= x + (e+r)\cos\varphi\cos\vartheta - (e+r)\sin\varphi\sin\vartheta + b\sin\vartheta, \\ y_m = y_{C_1} &= y + (e+r)\cos\varphi\sin\vartheta + (e+r)\sin\varphi\cos\vartheta - b\cos\vartheta. \end{aligned} \right\}$$

Максимальное значение реакции на установившемся режиме близко до 13 кН.

Движение центра масс рабочей камеры при пуске аппарата без дебалансов показано на рис. 7. Характер движения указанной точки существенным образом отличается от представленного на рис. 4. Процесс установления режима занимает менее четверти секунды, размахи ж колебаний на установившемся режиме составляют менее 0,2 мм (приблизительно в 25 раз меньше, чем при наличии дебалансов).

Таким образом, именно дебалансам принадлежит решающее значение в формировании необходимого уровня вибраций рабочей камеры. Наличие же в конструкции

ротора эксцентриситета предоставляет возможность при рациональному выборе существенным образом снизить колебание оси вала на установившихся режимах работы установки (проявляется эффект самобалансирования), т.е. снизить динамические нагрузки на гибкий вал и, в конечном итоге, неблагоприятные воздействия на подшипники электродвигателя. На рис. 8 показан график движения оси вала, когда эксцентриситет  $e = 4,1\text{мм}$ . Изменение эксцентриситета (см. для сравнения рис. 5) позволило практически устранить вертикальные колебания оси ротора.

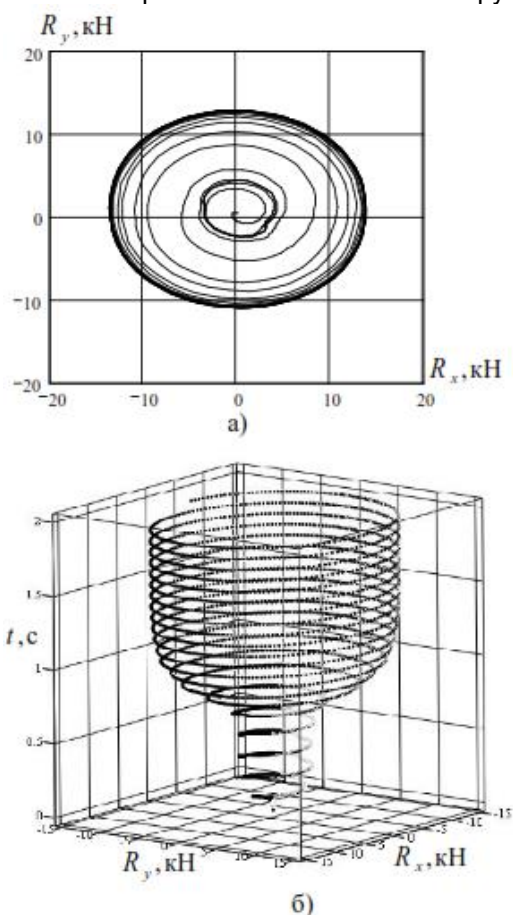


Рис. 6. Закон изменения проекций реакции подшипника ротора на неподвижные оси

Для удобства сопоставления на рис. 9 показаны графика установившихся движений ротора для исходного значения эксцентриситета и указанного выше.

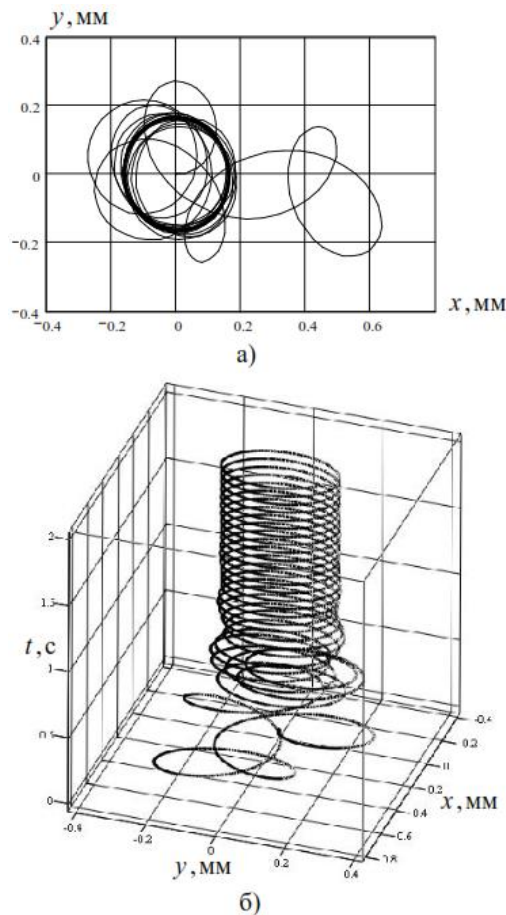
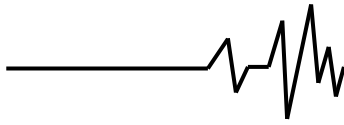


Рис. 7. Траектория движения центра масс рабочей камеры (дебалансы отсутствуют)

На рис. 10 представлены закона движения характерных точек рабочей камеры на установившемся режиме. Принята такая нумерация: 1 – центр масс камеры; 2 – точка,



которая лежит на оси камеры; 3 – низшая точка вертикального диаметра; 4 и 5 – соответственно левая и правая точки горизонтального диаметра.

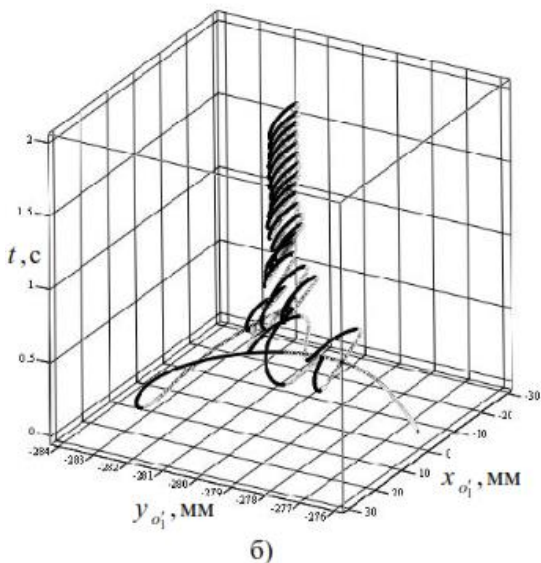
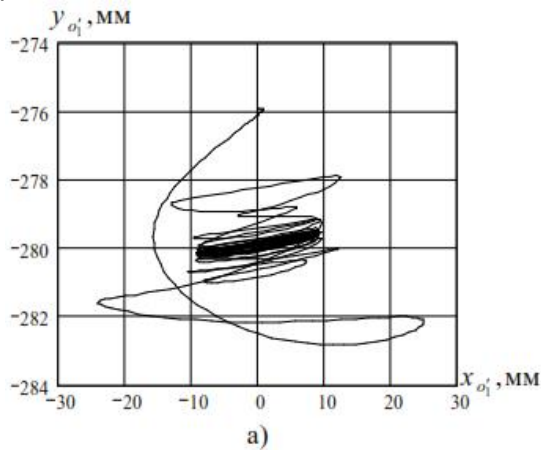


Рис. 8. Траектория движения оси вала при оптимальном эксцентриситете

Уравнение кривых, после интегрирования дифференциальных уравнений, получены с использованием формул преобразования координат

$$x_i = x + x'_i \cos \vartheta - y'_i \sin \vartheta,$$

$$y_i = y + x'_i \sin \vartheta + y'_i \cos \vartheta \quad (i = 1,5),$$

причем для удобства сопоставления графики изображены без учета сдвига. Из рисунка видно, что поворотные колебания могут оказать существенное влияние на характер движения точек рабочей камеры.

Сила давления аппарата на основание (рис. 11) определяется соответственно по формуле

$$P = 2k_y(\Delta_1 + \Delta_2).$$

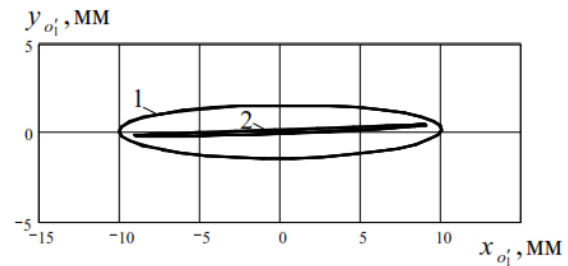


Рис. 9. Траектория движения оси вала с эксцентриситетом: 1 – исходным; 2 – оптимальным

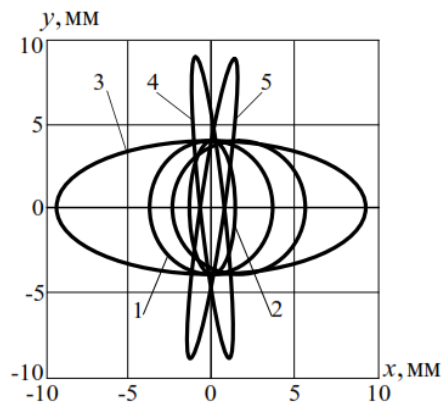


Рис. 10. Законы движения точек рабочей камеры

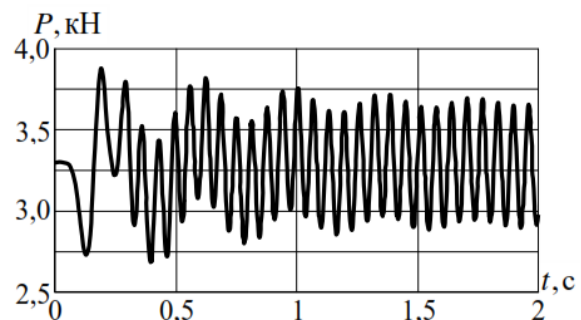
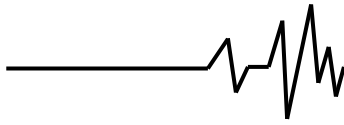


Рис. 11. Давление на основание при запуске аппарата в зависимости от времени

**Выводы.** 1. Предложена комплексная математическая модель вибрационного аппарата на упругих опорах с эксцентриковым дебалансным ротором и асинхронным электроприводом, рабочая камера которого совершает плоскопараллельное движение. 2. Выбрана динамическая характеристика асинхронного электродвигателя, позволяющая адекватно описывать процесс запуска аппарата и колебательный характер нагрузки на установившихся режимах работы. 3. Приведен способ преобразования системы дифференциальных уравнений динамических процессов в вибрационном устройстве к





удобному для численного интегрирования виду. 4. Предложен наглядный способ геометрической интерпретации развития динамических процессов при пуске вибрационного аппарата, позволяющий осуществлять рациональный выбор их параметров. 5. Исследовано влияние дебалансов, эксцентриситета ротора на процесс запуска аппарата, движение характерных точек его корпуса, нагрузки на подшипники и основание. 6. Установлено, что рациональный выбор эксцентриситета позволяет снизить вибрации ротора. 7. Разработанная модель имеет значительные перспективы при решении различных задач синтеза и оптимизации механизмов рассмотренного класса.

#### Список использованных источников

1. Вибрации в технике: В 6-ти т. / Под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова.– М.: Машиностроение: т.4. Вибрационные процессы и машины, 1981.– 509 с.
2. Шатохин В.М. Анализ и параметрический синтез нелинейных силовых передач машин: Монография / В.М. Шатохин.– Харьков: НТУ “ХПИ”, 2008.–456 с.
3. Ланець О.С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): Монографія / О.С. Ланець – Львів: Видавництво НУ “Львівська політехніка”, 2008.– 324 с.
4. Шатохін В.М. Про визначення параметрів дебалансних вібраційних апаратів з ексцентрикним ротором і асинхронним електроприводом / В.М. Шатохін, Б.Ф. Гранько, Н.В. Шатохіна // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: укр. міжвід. наук.-техн. зб.– Львів: НУ “Львівська політехніка”.– 2013.– Вип. 47.– С. 36-44.
5. Гончаревич И.Ф. Вибрационные грохоты и конвейеры / И.Ф. Гончаревич, В.Д. Земсков, В.И. Корешков – М.: Гостехиздат, 1960.– 352 с.
6. Давыдов Б.Л. Статика и динамика машин / Б.Л. Давыдов, Б.А. Скородумов – М.: Машиностроение, 1967.– 431 с.
7. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов / В.Л. Вейц – Л.: Машиностроение, 1969.– 368 с.
8. Wenske W. Zur Ableitung der dynamischen Kennlinie des Asynchromotors in Hinblick auf die Berechnung von Schwingungerscheinungen in Antriebsanlagen. // Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen

Hochschule O. Guericke.–Magdeburg.– 1970.– jg.14.– Heft 5/6.– S. 517-523.

9. Карвовский Г.А. Справочник по асинхронным двигателям и пускорегулирующей аппаратуре / Г.А. Карвовский, С.П. Окорочков – М.: Энергия, 1969.–256 с.

10. Макаров Е. Инженерные расчеты в Mathcad 15 / Е. Макаров.– СПб.: Питер, 2011.– 400 с.

11. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова.– М.: Машиностроение: т.3. Колебания машин, конструкций и их элементов, 1980.– 544 с.

12. Справочник по электрическим машинам: В 2 т.– М.: Энергоатомиздат: т.1, 1988.– 456 с.

13. Кокорев А.С. Справочник молодого обмотчика электрических машин / А.С. Кокорев.– М.: Высш. шк., 1985.– 207 с.

#### Список источников в транслитерации

1. Vibratsii v tehnikе: V 6-ti t. / Pod red. F.M. Dimentberga i K.S. Kolesnikova.– M.: Mashinostroenie: t. 4. Vibratsionnyie protsessyi i mashinyi, 1981.– 509 s.

2. Shatohin V.M. Analiz i parametricheskiy sintez nelineynyih silovyyih peredach mashin: Monografiya / V.M. Shatohin.– Harkov: NTU “HPI”, 2008.– 456 s.

3. Lanets O.S. Visokoefektivni mizhrezonansni vibratsiyni mashini z elektromagnitnim privodom (Teoretichni osnovi ta praktika stvorennya): Monografiya / O.S. Lanets – Lviv: Vidavnistvo NU “Lvivska politehnika”, 2008.– 324 s.

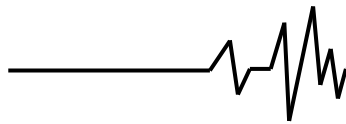
4. Shatohin V.M. Pro viznachennya parametriv debalansnih vibratsiynih aparativ z eksentrikovim rotorom i asinhronnim elektroprivodom / V.M. Shatohin, B.F. Granko, N.V. Shatohina // Avtomatizatsiya virobnychih protsesiv u mashinobuduvanni ta priladobuduvanni: ukr. mezhvid. nauk.-tehn. zb.– Lviv: NU “Lvivska politehnika”.– 2013.– Vip. 47.– S. 36-44.

5. Goncharevich I.F. Vibratsionnyie grohotyi i konveyery / I.F. Goncharevich, V.D. Zemskov, V.I. Koreshkov – M.: Gostehizdat, 1960.– 352 s.

6. Davyidov B.L. Statika i dinamika mashin / B.L. Davyidov, B.A. Skorodumov – M.: Mashinostroenie, 1967.– 431 s.

7. Veyts V.L. Dinamika mashinnyih agregatov / V.L. Veyts – L.: Mashino-stroenie, 1969.– 368 s.

8. Wenske W. Zur Ableitung der dynamischen Kennlinie des Asynchromotors in Hinblick auf die Berechnung von



Schwingungserscheinungen in Antriebsanlagen. // Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule O. Guericke.–Magdeburg.– 1970.– jg. 14.– Heft 5/6.– S. 517-523.

9. Karvovskiy G.A. Spravochnik po asinhronnyim dvigatelyam i puskoreguliruyushey apparature / G.A. Karvovskiy, S.P. Okorokov – M.: Energiya, 1969.– 256 s.

10. Makarov E. Inzhenernye raschety v Mathcad 15 / E. Makarov.– SPb.: Piter, 2011.– 400 s.

11. Vibratsii v tehnikе: Spravochnik. V 6-ti t. / Pod red. F.M. Dimentberga i K.S. Kolesnikova.– M.: Mashinostroenie: t. 3. Kolebaniya mashin, konstruksiy i ih elementov, 1980.– 544 s.

12. Spravochnik po elektricheskim mashinam: V 2 t.– M.: Energoatomizdat: t. 1, 1988.– 456 s.

13. Kokorev A.S. Spravochnik molodogo obmotchika elektricheskikh mashin / A.S. Kokorev.– M.: Vyssh. shk., 1985.– 207 s.

#### **ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ДЕБАЛАНСНИХ ВІБРАЦІЙНИХ АПАРАТІВ З ЕКСЦЕНТРИКОВИМ РОТОРОМ І АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ**

**Анотація.** Запропонована комплексна математична модель вібраційного апарата на пружних опорах з ексцентрикним дебалансним ротором і асинхронним електроприводом (АД), робоча камера якого робить плоскопаралельний рух. Обрано динамічну характеристику АД, яка дозволяє адекватно описувати процес запуску апарата і коливальний характер навантаження на усталених режимі роботи пристрою. Наведено спосіб перетворення системи диференціальних рівнянь динамічних процесів у вібраційному пристрої до зручного для чисельного інтегрування вигляду. Запропоновано наочний спосіб геометричної інтерпретації розвитку динамічних процесів при пуску вібраційного апарата, що дозволяє здійснювати раціональний вибір його параметрів. Досліджено вплив дебалансів, ексцентриситету ротора на процес запуску апарата, рух характерних точок його корпусу, навантаження на підшипники і основу. Встановлено, що раціональний вибір

ексцентриситету ротора дозволяє зменшити його вібрації. Виконані дослідження мають значні перспективи при розв'язанні різних завдань синтезу й оптимізації механізмів розглянутого класу.

**Ключові слова:** вібраційний апарат, ексцентрикний ротор, дебаланс, асинхронний електропривод, динамічний процес.

#### **ABOUT THE IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF UNBALANCED OSCILLATING DEVICES WITH ECCENTRIC ROTOR AND ASYNCHRONOUS DRIVE**

**Annotation.** Vibration technologies is a very important direction for improving and intensification of technological processes in a different branches of industry. The modelling studies of dynamic processes in mentioned above devices, selection of their parameters, forecasting of technological properties have actual nature. In this work the complex mathematical model of vibratory device with elastic supports with eccentric unbalanced rotor and asynchronous drive (AD) with air working chamber, that performs plane-parallel movements, is proposed. Dynamic characteristic of AD, that allows to describe in appropriate way the process of device's starting and oscillating behavior of the load in a steady states of device. The approach for transformation of differential equations of dynamic processes in vibratory device to the most convenient for numerical integration form is set in. The vivid method of geometric interpretation of developing of dynamic processes during the launching of vibratory device, that allows to search for the most rational set of its parameters, is proposed. The influence of debalances and the eccentricity of a rotor on device' launching, movement of trunk's dots, axle and bearings loads are investigated. It is established that the rational choice of rotor's eccentricity allows to reduce its vibrations. These completed researches have an essential prospects in solution of synthesis tasks and optimization tasks for mechanisms of examined kind.

**Key words:** vibratory device, eccentric rotor, debalance, asynchronous electric drive, dynamic process.