



I. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН

Козяр М. М.
д.п.н., професор

Зінь І. В.
к.т.н., доцент

Серілко Л. С.
к.т.н., доцент

Щурик В. О.
к.т.н., доцент

**Національний
університет водного
господарства та
природокористування**

УДК 534.113; 62-26
**АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ
ЧАСТОТ ЗГИННИХ КОЛИВАНЬ В РАМІ
ВІБРАЦІЙНО-НОЖОВОГО РОБОЧОГО
ОРГАНУ ШНЕКОРОТОРНОГО
КАНАЛОКОПАЧА**

Досліджено власні згинні вертикальні коливання рами вібраційно-ножового робочого органу шнекороторного каналокочача - балки з жорстким закріпленням та шарнірно-рухомою опорою на кінцях й повздожньою розтягуючою силою. Для аналітичного розв'язання складених диференціальних рівнянь коливань застосовано методи Фур'є і початкових параметрів, а також прямий варіаційний метод Бубнова-Гальоркіна. При пошуку власних форм коливань використано оригінальний наближений прийом. Визначені різними методами власні частоти згинних коливань балки виявились близькими між собою, а також вони узгоджуються з розв'язками подібних задач. Наявність повздожньої сили заданої величини істотного впливу на коливання не спричиняє. Оскільки частоти власних коливань набагато більші за частоту збурення, при заданих параметрах системи резонансу не очікується.

Ключові слова: згинні коливання, власні частоти, власні форми, повздожня розтягуюча сила, аналітичні методи, балка, вібраційно-ножовий робочий орган, каналокочач, резонанс.

Постановка проблеми. Вібраційна техніка в наш час є галуззю машинобудування, яка розвивається швидкими темпами. За словами І.І. Блехмана, вона забезпечує технологічну революцію в різних галузях промисловості. Сьогодні важко уявити без вібраційних машин підприємства по збагаченню корисних копалин, виробництву будівельних матеріалів і конструкцій, по переробці зерна тощо [1]. Вібраційна взаємодія, за твердженнями К.Н. Фролова, в десятки та сотні раз інтенсифікує різні технологічні процеси. Безумовно це прогресивна технологія яка напрямлена в майбутнє [2]. Знаходить вона застосування і в меліоративній техніці.

З метою інтенсифікації процесу розпушування ґрунту, при його розробці шнекороторним каналокочачем, запропонована конструкція вібраційно-ножового робочого органу [3]. Для обґрунтування конструктивних параметрів цього пристрою (рис.1) необхідне створення та дослідження його динамічної математичної моделі, оскільки дана механічна система містить як збудник коливань (вібратор) а, так і елемент, де можуть спостерігатись резонансні явища, - продовговату раму б. Поперечні (згинні) коливання рами потенційно небезпечні з огляду

на необхідність забезпечення довговічності робочого органу та віброзахисту приводу в, де він встановлений.

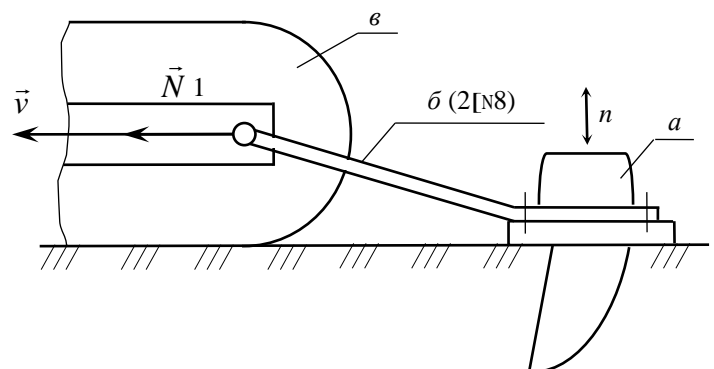


Рис. 1. Конструктивна схема

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Велику увагу дослідженню коливань елементів машин і механізмів приділено в роботах Тимошенка С.П. [4], Бідермана В.Л. [5], Блехмана І.І., Пановка Я.Г. та інших. Так в роботі [5] наведені результати дослідження власних коливань балок із різними закріпленнями при відсутності повздожніх сил.

Метою статті є визначення аналітичним шляхом власних частот згинних коливань балки



(рами вібраційно-ножового робочого органу шнекороторного каналокопача), яка навантажена сталою повздовжньою силою.

Розв'язання поставленої задачі здійснюється із застосуванням методу Фур'є, початкових параметрів (з використанням функцій Крилова) та прямим варіаційним методом Бубнова-Гальоркіна.

Викладення основного матеріалу.

Складемо диференціальне рівняння власних згинних вертикальних коливань рами, яку подамо (рис. 2) як спарену однорідну (інтенсивність розподіленої маси стала й рівна $\rho = m/l = 2 \cdot 7,05 = 14,1 \text{ кг/м}$) майже горизонтальну балку заданої довжини $l = 1,15 \text{ м}$ з відповідними опорами, навантажену сталою осьовою силою тяги $N \approx 5000 \text{ Н}$. Оскільки

жорсткість балки при згині ($EI = 2,06 \cdot 289,4 \cdot 10^3 = 0,3683 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$) значна, коливання вважатимемо малими. При цьому, згідно гіпотези Бернуллі [5], повздовжні сили інерції відсутні, а кут δ повороту перерізу балки близький до нуля. Тому [6] $\cos \delta \approx 1$, $\sin(\delta_1 + \delta_2) \approx \sin \delta_1 + \sin \delta_2$, а також $\text{tg} \delta \approx \sin \delta \approx \delta$ й, відповідно, $\delta \approx \partial y / \partial x$. Розглянувши фрагмент балки елементарної довжини (рис. 3) під дією зовнішніх сил (окрім власної ваги, яка спричиняє лише незначний статичний прогин) та сили інерції Φ згідно принципу д'Аламбера [7] в проекції на y матимемо:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - N \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0.$$

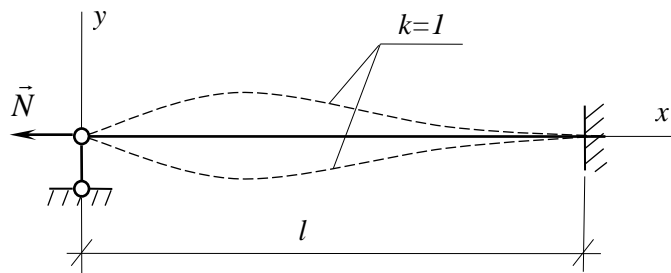


Рис. 2. Схема поперечних коливань рами

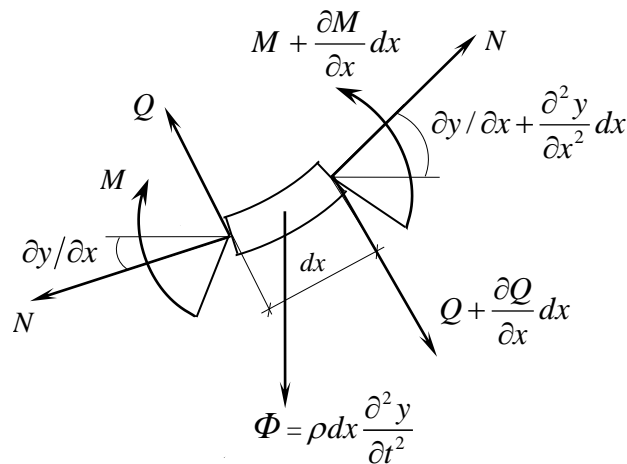


Рис. 3. Розрахункова схема

Але, з опору матеріалів, відомо, що $Q = \partial M / \partial x$ і, вважаючи кривизну осі балки приблизно рівною $\partial^2 y / \partial x^2$, $M = EI \cdot \partial^2 y / \partial x^2$. Тому $\partial Q / \partial x = EI \cdot \partial^4 y / \partial x^4$ і остаточно рівняння малих власних згинних коливань розглядуваної балки буде:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - N \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Використовуючи метод Фур'є [8], частковий розв'язок (1) шукаємо у вигляді $y = u(x) \cdot \varphi(t)$, де u – амплітудна функція, що відповідає певній (k -ій) власній формі коливань, та φ – відповідна частотна функція, яка, очевидно, є гармонійною, тобто $\varphi = \cos(\rho t + \psi)$. Тут ρ – шукана власна циклічна частота коливань, а ψ – початкова фаза. Таким чином з (1) отримуємо звичайне однорідне диференціальне рівняння:

$$u^{IV} - \alpha^2 u'' - \beta^4 u = 0, \quad (2)$$



в якому $\alpha^2 = N/(EI)$, $\beta^4 = p^2 \cdot \rho/(EI)$.

Граничними умовами для рівняння (1) (див. рис. 2) є: при $x=0$ $y=0$ і $\partial^2 y/\partial x^2 = 0$ (оскільки $M=0$); при $x=l$ $y=0$ і $\partial y/\partial x = 0$ ($\delta=0$). Тому, відповідно, для (2): при $x=0$ $u=0$ і

$u'' \equiv d^2 u/dx^2 = 0$ та при $x=l$ $u=0$ й $u' \equiv du/dx = 0$.

Розв'язком (2) за методом початкових параметрів [8] (із використанням функцій Крилова) є:

$$u = C_1 \operatorname{sh}(s_1 x) + C_2 \operatorname{ch}(s_1 x) + C_3 \sin(s_2 x) + C_4 \cos(s_2 x), \quad (3)$$

де $s_1^2 = \sqrt{\alpha^4/4 + \beta^4} + \alpha^2/2$, $s_2^2 = \sqrt{\alpha^4/4 + \beta^4} - \alpha^2/2$, $C_1 \dots C_4$ – сталі. Останні визначаємо з граничних умов для рівняння (2):

$$u|_{x=0} = C_2 + C_4 = 0; \quad (4)$$

$$u|_{x=l} = C_1 \operatorname{sh}(s_1 l) + C_2 \operatorname{ch}(s_1 l) + C_3 \sin(s_2 l) + C_4 \cos(s_2 l) = 0; \quad (5)$$

$$u' = C_1 s_1 \operatorname{ch}(s_1 x) + C_2 s_1 \operatorname{sh}(s_1 x) + C_3 s_2 \cos(s_2 x) - C_4 s_2 \sin(s_2 x);$$

$$u'|_{x=l} = C_1 s_1 \operatorname{ch}(s_1 l) + C_2 s_1 \operatorname{sh}(s_1 l) + C_3 s_2 \cos(s_2 l) - C_4 s_2 \sin(s_2 l) = 0; \quad (6)$$

$$u'' = C_1 s_1^2 \operatorname{sh}(s_1 x) + C_2 s_1^2 \operatorname{ch}(s_1 x) - C_3 s_2^2 \sin(s_2 x) - C_4 s_2^2 \cos(s_2 x);$$

$$u''|_{x=0} = C_2 s_1^2 - C_4 s_2^2 = 0. \quad (7)$$

З (4) та (7) отримуємо $C_2 = 0$ й $C_4 = 0$, а тоді з (5) та (6) – систему рівнянь, для якої визначник

$$\begin{pmatrix} \operatorname{sh}(s_1 l) & \sin(s_2 l) \\ s_1 \operatorname{ch}(s_1 l) & s_2 \cos(s_2 l) \end{pmatrix} = 0.$$

Тому

$$s_2 \operatorname{sh}(s_1 l) \cos(s_2 l) - s_1 \operatorname{ch}(s_1 l) \sin(s_2 l) = 0,$$

звідки остаточно отримано трансцендентне характеристичне рівняння

$$s_1 t g s_2 l = s_2 t h s_1 l. \quad (8)$$

З (8) можна чисельно отримувати шукані власні частоти. Зокрема, перша (найнижча й основна) частота $p_1 \equiv p|_{k=1} = 1885 \text{ рад/с}$.

Розв'язання (1) прямим варіаційним методом Бубнова-Гальоркіна [9] також потребує визначення власних форм коливань. Для цього запропоновано наступний наближений прийом: для описання 1-ої ($k=1$) форми (рис. 4) подамо її у вигляді фрагмента синусоїдальної форми, яка б спостерігалась при повороті балки (навколо шарнірної опори) на такий кут, при якому екстремум синусоїди був би орієнтовно в точці з координатою $x=l$. Тоді з рисунка, шляхом перетворення координат, отримуємо:

$$u_1 - \frac{A_1 \cdot x}{l} = A_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{4l/3}\right) \Rightarrow u_1 = A_1 \cdot \left(\sin\left(\frac{3}{2}\pi \cdot \frac{x}{l}\right) + \frac{x}{l}\right).$$

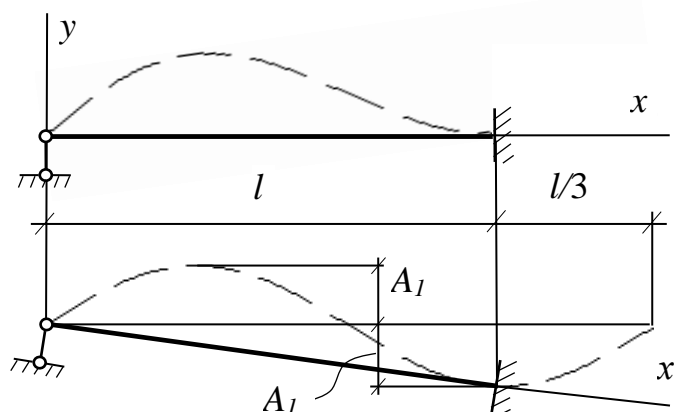


Рис. 4. Схема моделювання (описання) першої власної форми коливань



Аналогічно для 2-ої та 3-ої власних форм (відповідно рис. 5 та 6):

$$u_2 + \frac{A_2 \cdot x}{l} = A_2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{4l/5}\right) \Rightarrow u_2 = A_2 \cdot \left(\sin\left(\frac{5}{2}\pi \cdot \frac{x}{l}\right) - \frac{x}{l}\right);$$

$$u_3 - \frac{A_3 \cdot x}{l} = A_3 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{4l/7}\right) \Rightarrow u_3 = A_3 \cdot \left(\sin\left(\frac{7}{2}\pi \cdot \frac{x}{l}\right) + \frac{x}{l}\right).$$

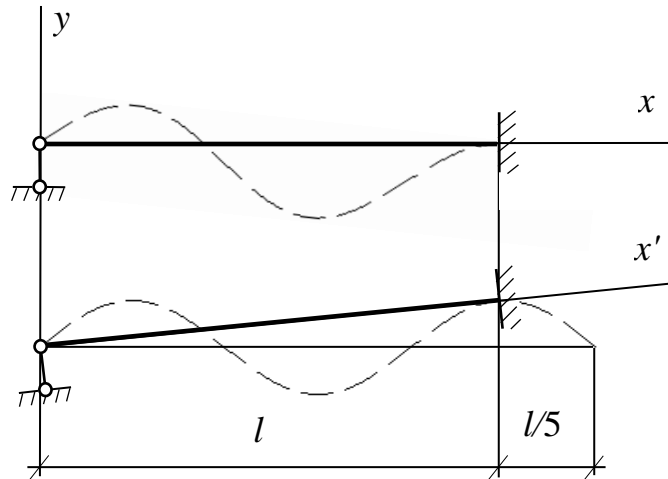


Рис. 5. Схема моделювання другої власної форми

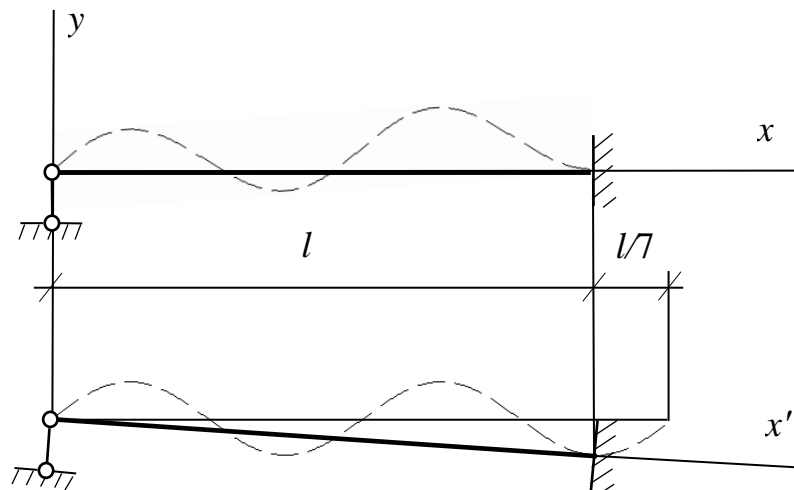


Рис. 6. Схема моделювання третьої власної форми

Таким чином, для k -ої форми матимемо:

$$u_k = A_k \cdot \left[\sin\left(\frac{2k+1}{2}\pi \cdot \frac{x}{l}\right) + (-1)^{k+1} \cdot \frac{x}{l} \right].$$

Оскільки амплітуди коливань визначатимуться з початкових умов і для малих високочастотних коливань $A_k \ll l$, вважатимемо, що $A_k \approx A$. Тому розв'язок рівняння (1) шукатимемо у вигляді

$$y = \sum_{k=1}^{\infty} u_k \cdot \varphi_k = A \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sin\left(\frac{2k+1}{2}\pi \cdot \frac{x}{l}\right) + (-1)^{k+1} \cdot \frac{x}{l} \right] \cdot \varphi_k. \quad (9)$$

Підставивши безмежний ряд (9) в рівняння руху (1), маємо

$$\rho \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sin\left(\frac{2k+1}{2}\pi \cdot \frac{x}{l}\right) + (-1)^{k+1} \cdot \frac{x}{l} \right] \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + EI \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2k+1}{2}\pi \cdot \frac{\pi}{l}\right)^4 \cdot \sin\left(\frac{2k+1}{2}\pi \cdot \frac{x}{l}\right) \cdot \varphi_k + N \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2k+1}{2}\pi \cdot \frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2k+1}{2}\pi \cdot \frac{x}{l}\right) \cdot \varphi_k = 0. \quad (10)$$



Домножаємо рівняння (10) на k -ту балки. При цьому враховуємо ортогональність власну форму й інтегруємо по всій довжині власних форм коливань лінійних стержнів:

$$\int_0^l y_i y_k dx = 0 \text{ при } i \neq k \text{ та } \int_0^l y_i y_k dx \neq 0 \text{ при } i = k.$$

В результаті отримуємо:

$$\begin{aligned} & \rho \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} \int_0^l \left[\sin \left(\frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi x}{l} \right) + (-1)^{k+1} \cdot \frac{x}{l} \right]^2 dx + \\ & + EI \varphi_k \left(\frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi}{l} \right)^4 \cdot \int_0^l \sin \left(\frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi x}{l} \right) \cdot \left[\sin \left(\frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi x}{l} \right) + \right. \\ & \left. + (-1)^{k+1} \cdot \frac{x}{l} \right] dx + N \varphi_k \left(\frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi}{l} \right)^2 \cdot \int_0^l \sin \left(\frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi x}{l} \right) \times \\ & \times \left[\sin \left(\frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi x}{l} \right) + (-1)^{k+1} \cdot \frac{x}{l} \right] dx = 0, \text{ або} \\ & \rho (I_1 + 2I_2 + I_3) \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \gamma^2 (N + EI \gamma^2) (I_1 + I_2) \varphi_k = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Тут

$$\left\{ \begin{aligned} & \gamma = \frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\pi}{l}; \\ & I_1 = \int_0^l \sin^2(\gamma x) dx; \\ & I_2 = \int_0^l (-1)^{k+1} \cdot \frac{x}{l} \cdot \sin(\gamma x) dx; \\ & I_3 = \int_0^l (-1)^{2(k+1)} \cdot \frac{x^2}{l^2} dx. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Рівняння (11) та (12) дають змогу визначати k -ту частоту власних коливань балки. Зокрема, при $k = 1$ для заданої балки $\gamma = 1,5\pi/l$, $I_1 = l/2$, $I_2 = -1/(\gamma^2 l)$, $I_3 = l/3$ й рівняння (11) приймає вигляд однорідного лінійного диференціального рівняння із сталими коефіцієнтами

$$\ddot{\varphi}_1 + C \varphi_1 = 0, \quad (13)$$

в якому стала, при заданих параметрах балки,

$$C = \frac{\gamma^2 (N + \gamma^2 EI) \left(\frac{l}{2} - \frac{1}{\gamma^2 l} \right)}{\rho \left(\frac{l}{2} - \frac{2}{\gamma^2 l} + \frac{l}{3} \right)} = 4,512 \cdot 10^6 \text{ с}^{-2}.$$

Для (13) загальний інтеграл має вигляд [10, с. 77]:

$$\varphi_1 = a_1 \cos(\sqrt{C} \cdot t) + a_2 \sin(\sqrt{C} \cdot t),$$

тому $p_1 = \sqrt{C} = 2124 \text{ рад/с}$.

Вищі власні частоти визначаються аналогічно до першої, проте, з огляду на недопущення резонансу, їх можна не визначати, якщо частоти збурення значно менші за першу власну частоту.

Співставлення використаних аналітичних методів визначення власних частот поперечних коливань заданої конструкції, а також отриманих результатів (відповідно 1885 та 2124 рад/с) виявило певну (більше 10%) розбіжність у визначенні першої частоти. Тому слід проаналізувати наведені розв'язки в контексті із загальновідомими.

Аналогічна задача розв'язана в [5, с. 153 та 154], але при відсутній повздовжній силі N . Там отримано формулу

$$p_k = \lambda_k^2 \sqrt{EI / (\rho l^4)}, \text{ де } \lambda_k = \frac{4k+1}{4} \pi. \quad (14)$$

З (14), при заданих параметрах, $p_1 = 1884 \text{ с}^{-1}$, що збігається з відповідним ($k =$



1, $N = 0$) розв'язком рівняння (8). А відмінність в результатах, отриманих при допомозі більш потужного, універсального, метода Бубнова-Гальоркіна, можна пояснити, в першу чергу, наближеністю описання власних форм коливань.

Висновки. Порівнюючи $p_1 \approx 1880 \text{ с}^{-1}$ із циклічною частотою збурення $\omega < 160 \text{ с}^{-1}$ (при заданій частоті вібратора $n = 1100 \dots 1500$ кол./с), робимо висновок, що при даних параметрах досліджуваної системи резонансних явищ спостерігатись не буде. Однак необхідна віброізоляція окремих елементів системи, зокрема балки, - при допомозі пружно-демпфуючих матеріалів (наприклад, армованої гуми). Слід зазначити, що після такої ізоляції балку можна приблизно вважати шарнірно спертою на обидві опори, а при цьому перша власна частота буде, згідно [8, с. 107], дещо меншою: $\approx 1390 \text{ с}^{-1}$.

Аналіз отриманих результатів також дозволяє стверджувати, що наявність повздовжньої сили заданої незначної величини істотного впливу на коливання не спричиняє.

Запропоновані методи визначення власних частот згинних коливань балки, на яку діє повздовжня сила, можуть бути використані для розрахунку динаміки машин і механізмів, що містять елементи аналогічної конструкції. Перспективним, в даному напрямку, є дослідження коливань балки, яка навантажена змінною повздовжньою силою.

Список використаних джерел

1. Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Физматлит, 1994. - 400 с.
2. Фролов К.В. Многоликий мир вибраций // Наука и человечество. - М.: Знание, 1985. - С. 241 - 260.
3. А.с. 1640305 СССР, МКИ E02F 5/02, 1991. Каналокопатель. Р.Т. Вязьмитин, В.П. Данилевский, И.В. Зинь и др. - БИ №13, 1991.
4. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле/ Пер.с англ. Л.Г.Корнейчука; под ред. Э.И.Григолюка. - М.: Машиностроение, 1985.- 472 с.
5. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов.- М.: Высш. школа, 1980.- 408 с., ил.
6. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов.- 13-е изд., исправленное.- М.: Наука, Главная ред. физ.-мат. лит., 1986.- 544 с.
7. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов.- 12-е изд., стер.- М.: Высш. шк., 1998.- 416 с.

8. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я.Г. Пановко.- 4-е изд., перераб. и доп.- Л.: Политехника, 1990.- 272 с.

9. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.).- М.: Машиностроение, 1979 - Т. 2. Колебания нелинейных механических систем / Под ред. И.И. Блехмана. 1979. 351 с., ил.

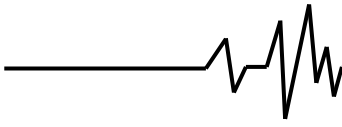
10. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов, т.2: Учебное пособие для втузов.- 13-е изд.- М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985.- 560 с.

Список джерел в транслітерації

1. Bliexhman I.I. Vibratsionnaia mekhanika. M.: Fizmatlit, 1994. - 400 s.
2. Frolov K.V. Mnogolikiy mir vibratsiy // Nauka i chieloviechestvo. - M.: Znaniye, 1985. - S. 241 - 260.
3. A.s. 1640305 SSSR, MKI E02F 5/02, 1991. Kanalokopatiel'. R.T. Viazmitin, V.P. Danilievskiy, I.V. Zin' i dr. - BI №13, 1991.
4. Timoshenko S.P., Yang D.K., Uiver U. Koliebaniya v inzhieniernom dele/ Per. s angl. L.H.Kornieychuka; pod red. E.I.Hriholiuka. - M.: Mashinostroyeniye, 1985.- 472 s.
5. Bidiernan V.L. Teoriya mekhanichieskikh koliebaniy: Uchiebnik dlia vuzov.- M.: Vyssh.shkola, 1980.- 408 s., il.
6. Bronshtieyn I.N., Siemiendiyev K.A. Spravochnik po matiematikiie dlia inzhienierov i uchashchikhsia vtuzov.- 13-e izd., ispravliennoye.- M.: Nauka, Glavnaya ried.fiz.-mat.lit., 1986.- 544 s.
7. Targ S.M. Kratkuy kurs tieorietichieskoy miekhaniki: Uchieb.dlia vtuzov.- 12-e isd., stier.- M.: Vyssh.shk., 1998.- 416 s.
8. Osnovy prikladnoy tieorii koliebaniy i udara / Y.H.Panovko.- 4-e izd., pierierab.i dop.- L.: Politiekhnikna, 1990.- 272 s.
9. Vibratsii v tiehnikie: Spravochnik. V 6-ti t./ Ried.soviet: V.N.Chielomiey (pried.).- M.: Mashinostroyeniye, 1979 - T. 2. Koliebaniya nielinieynykh miekhanichieskikh sistiem / Pod ried. I.I. Bliexhmana. 1979. 351 s., il.
10. Piskunov N.S. Diffierentsial'noye i intiegral'noye ischislieniya dlia vtuzov.- 13-e izd.- M.: Nauka, Glavnaya ried.fiz.-mat.lit., 1985.- 560 s.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ В РАМЕ ВИБРАЦИОННО- НОЖЕВОГО РАБОЧЕГО ОРГАНА ШНЕКОРОТОРНОГО КАНАЛОКОПАТЕЛЯ

Аннотация. Исследованы собственные изгибные вертикальные колебания рамы



вибрационно-ножевого рабочего органа шнекороторного каналокопателя - балки с жестким закреплением и шарнирно-подвижной опорой на концах и продольной растягивающей силой. Для аналитического решения составленных дифференциальных уравнений колебаний применены методы Фурье и начальных параметров, а также прямой вариационный метод Бубнова-Галеркина. При поиске собственных форм колебаний использован оригинальный приближенный прием. Определенные различными методами собственные частоты изгибных колебаний балки близкие между собой, а также они согласуются с решениями подобных задач. Наличие продольной силы заданной величины существенного влияния на колебания не оказывает. Поскольку частоты собственных колебаний гораздо больше частоты возмущения, при заданных параметрах системы резонанса не ожидается.

Ключевые слова: изгибные колебания, собственные частоты, собственные формы, продольная растягивающая сила, аналитические методы, балка, вибрационно-ножевой рабочий орган, каналокопатель, резонанс.

ANALYTICAL DETERMINATION OF THE NATURAL FREQUENCIES OF BENDING VIBRATIONS IN THE BENT OF VIBRATION-BLADE WORKING UNIT OF THE SCREW-ROTOR DITCHER

Annotation. The paper investigates the free bended vertical vibrations of the vibration-blade working unit of bent of the screw-rotor ditcher - the beams with rigid fastening and hinge-moving support at the ends and longitudinal tensile strength. Fourier methods and initial parameters, as well as a direct variational method of Bubnov-Gal'orkin, are used for analytic solving of complex differential equations of oscillations. When searching for their natural modes of oscillations, an original approximated approach is used. The various frequencies of the bending oscillations of the beam determined by different methods were found to be close to each other, and also consistent with the solutions of similar problems. The presence of the longitudinal force of the given value does not significantly affect the oscillations. Since the frequencies of the free oscillations are much larger than the perturbation frequency, resonance is not expected at the given parameters of the system.

Key words: bending oscillations, natural frequencies, natural modes, longitudinal tensile strength, analytical methods, beam, vibration-blade working unit, ditcher, resonance.

Відомості про авторів

Козяр Микола Миколайович – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства Національного університету водного господарства та природокористування (вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028, e-mail: kaf-tmig@nuwm.edu.ua).

Зинь Ігор Володимирович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри автомобілів та автомобільного господарства Національного університету водного господарства та природокористування (вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028, e-mail: igor_zin.100@ukr.net).

Серілко Леонід Степанович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства Національного університету водного господарства та природокористування (вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028, e-mail: l.s.serilko@nuwm.edu.ua).

Щурик Володимир Олександрович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства Національного університету водного господарства та природокористування (вул. Соборна, 11, м. Рівне, Україна, 33028, e-mail: v.o.shchuryk@nuwm.edu.ua).

Козяр Николай Николаевич – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедры теоретической механики, инженерной графики и машиноведения Национального университета водного хозяйства и природопользования (ул. Соборная, 11, г. Ровно, Украина, 33028, e-mail: kaf-tmig@nuwm.edu.ua).

Зинь Игорь Владимирович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автомобилей и автомобильного хозяйства Национального университета водного хозяйства и природопользования (ул. Соборная, 11, г. Ровно, Украина, 33028, e-mail: igor_zin.100@ukr.net).

Серилко Леонид Степанович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теоретической механики, инженерной графики и машиноведения Национального университета



водного хозяйства и природопользования (ул. Соборная, 11, г. Ровно, Украина, 33028, e-mail: l.s.serilko@nuwm.edu.ua).

Щурик Владимир Александрович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры теоретической механики, инженерной графики и машиноведения Национального университета водного хозяйства и природопользования (ул. Соборная, 11, г. Ровно, Украина, 33028, e-mail: v.o.shchuryk@nuwm.edu.ua).

Koziar Mykola – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Theoretical Mechanics, Engineering Graphics and Machine Science of the National University of Water and Environmental Engineering (e-mail: kaf-tmigm@nuwm.edu.ua).

Zin' Ihor – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Automobile and Automobile Industry of the National University of Water and Environmental Engineering (e-mail: igor_zin.100@ukr.net).

Serilko Leonid – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Engineering Graphics and Machine Science of the National University of Water and Environmental Engineering (e-mail: l.s.serilko@nuwm.edu.ua).

Shchuryk Volodymyr – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Engineering Graphics and Machine Science of the National University of Water and Environmental Engineering (e-mail: v.o.shchuryk@nuwm.edu.ua).