Морачковский О. К.
д.т.н., профессор

Беломытцев А. С.
к.т.н., доцент

Дружинин Е. И.
к.т.н., доцент

Национальный технический университет „Харьковский политехнический институт”

УДК 518:517.9

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ПОСТРОЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕКТРО-МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Приведены основные принципы теории и практики построения обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих процессы в электромеханических системах, на основе использования электромеханических аналогий, векторно-матричной формы записи общего вариационного уравнения динамики и специальной системы компьютерной алгебры.

Ключевые слова: *обыкновенные дифференциальные уравнения, электромеханические системы, векторно-матричная форма записи уравнений, общее вариационное уравнение динамики, специальная система компьютерной алгебры.*

***Постановка проблемы**.* Анализ динамических процессов различной физической природы, имеющих место в технических системах, сводится к составлению и последующему решению совокупности дифференциальных, интегральных или интегро-дифференциальных уравнений [1-6]. Многие из этих систем адекватно представляются их структурно-сложными дискретными моделями большой размерности, что затрудняет составление уравнений и получение их решений. Кроме того, исследование взаимовлияния указанных процессов придает задачам анализа дополнительную сложность. В этой связи, актуальным становится создание на базе специальных систем компьютерной алгебры (ССКА) программных комплексов (ПК) для автоматизированного построения уравнений и эффективного поиска решений задач анализа динамики таких систем [3, 5, 6]. Таким образом, разработка ПК для анализа динамических процессов в дискретных электрических и электромеханических системах имеют важное прикладное значение, например, для решения проблем электрического транспорта.

Анализ исследований и публикаций. Имеются отдельные публикации, посвященные математическому описанию динамических процессов различной физической природы в дискретных системах[1-4]. В основу построения обобщенных моделей положены известные гидромеханические и электромеханические аналогии, использующие универсальность дифференциальных уравнений, описывающих динамические процессы разной физической природы. Так, например, основываясь на электромеханических аналогиях для электрических цепей (ЭЦ) и электромагнитных систем (ЭМС), применяют довольно универсальные приемы построения математических моделей, которые хорошо формализованы благодаря использованию законов Кирхгофа и ориентированных графов [1, 4]. Вместе с тем, на основе электромеханических аналогий, в [2] получены дифференциальные уравнения ЭЦ с использованием уравнений Лагранжа второго рода. К настоящему времени имеются разработки ПК, в основе которых лежат ССКА, предназначенные для анализа динамических процессов в дискретных механических системах. Например, в работах [3, 5, 6] дано описание ПК «КИДИМ», который используется для решения задач анализа кинематики, динамики и статики силовых передач транспортных систем, в том числе и с гидрообъемными приводами. Однако в литературе практически отсутствуют теоретические и прикладные разработки ПК с ССКА, предназначенные для анализа динамики электрических и электромеханических систем.

Цель и постановка задачи. Целью работы является изложение теоретических основ автоматизированного построения уравнений, описывающих динамические процессы в дискретных электрических и электромеханических системах, на базе векторно-матричной формы представления общего вариационного уравнения динамики, с использованием электромеханических аналогий и аппарата структурных матриц.

Построение обобщенной математической модели. Представим электрическую систему с сосредоточенными параметрами в виде множества $\boldsymbol{l}$ индуктивных элементов с индуктивностями $\left\{L_k\right\}_{k=1}^{l}$, множества $\boldsymbol{r}$ омических сопротивлений $\left\{R_k\right\}_{k=1}^{r}$, множества $\boldsymbol{c}$ конденсаторов с емкостями $\left\{C_k\right\}_{k=1}^{c}$ и множества $\boldsymbol{e}$ источников ЭДС $\left\{E_k\right\}_{k=1}^{e}$. Воспользуемся электромеханической аналогией и составим вариационное равенство в форме, которая отвечает общему вариационному уравнению динамики:

$$\sum_{k=1}^{l} L_k \ddot{q}_k^{(L)} \delta q_k^{(L)} + \sum_{k=1}^{r} R_k \dot{q}_k^{(R)} \delta q_k^{(R)} + \sum_{k=1}^{c} \frac{1}{C_k} q_k^{(C)} \delta q_k^{(C)} + \sum_{k=1}^{e} E_k \delta q_k^{(E)} = 0, \tag{1}$$

где $q_k^{(L)}$, $q_k^{(R)}$, $q_k^{(C)}$, $q_k^{(E)}$ - заряды, которые проходят через индуктивный элемент L_k, омическое сопротивление R_k, конденсатор C_k и источник ЭДС E_k. Учитывая равенство зарядов, проходящих через последовательно соединенные элементы электрической системы, а также первый закон Кирхгофа, можно определить n независимых зарядов $\left\{q_k\right\}_{k=1}^{n}$, определяющих все остальные заряды, проходящие через каждый элемент электрической системы:

$$q_k^{(L)} = q_k^{(L)}\left(q_1, q_1, \ldots, q_n\right);\ \dot{q}_k^{(L)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_k^{(L)}}{\partial q_i} \dot{q}_i, \tag{2}$$

$$\ddot{q}_k^{(L)} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2 q_k^{(L)}}{\partial q_i \partial q_j} \dot{q}_i \dot{q}_j + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_k^{(L)}}{\partial q_i} \ddot{q}_i;\ \ \delta q_k^{(L)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_k^{(L)}}{\partial q_i} \delta q_i, \tag{3}$$

$$q_k^{(R)} = q_k^{(R)}\left(q_1, q_1, \ldots, q_n\right);\ \ \dot{q}_k^{(R)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_k^{(R)}}{\partial q_i} \dot{q}_i;\ \ \delta q_k^{(R)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_k^{(R)}}{\partial q_i} \delta q_i, \tag{4}$$

$$q_k^{(C)} = q_k^{(C)}\left(q_1, q_1, \ldots, q_n\right);\ \ \delta q_k^{(C)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_k^{(C)}}{\partial q_i} \delta q_i, \tag{5}$$

$$q_k^{(E)} = q_k^{(E)}\left(q_1, q_1, \ldots, q_n\right);\ \delta q_k^{(E)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_k^{(E)}}{\partial q_i} \delta q_i. \tag{6}$$

Учитывая независимость вариаций $q_k^{(L)}$, $q_k^{(R)}$, $q_k^{(C)}$, $q_k^{(E)}$ и соотношение (2)-(6), с (1) получим дифференциальные уравнения второго закона Кирхгофа для ЭЦ:

$$\sum_{i=1}^{n} a_s^i \ddot{q}_i + \sum_{i=1}^{n} b_s^i \dot{q}_i + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_s^{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j = Q_s;\ \ \left(s = \overline{1,n}\right) \tag{7}$$

где $$a_s^i = \sum_{k=1}^{l} L_k \frac{\partial q_k^{(L)}}{\partial q_i} \frac{\partial q_k^{(L)}}{\partial q_s}; \qquad b_s^i = \sum_{k=1}^{r} R_k \frac{\partial q_k^{(R)}}{\partial q_i} \frac{\partial q_k^{(R)}}{\partial q_s};$$

$$c_s^{ij} = \sum_{k=1}^{l} L_k \frac{\partial^2 q_k^{(L)}}{\partial q_i \partial q_j} \frac{\partial q_k^{(L)}}{\partial q_s}; \qquad Q_s = -\sum_{k=1}^{c} \frac{1}{C_k} q_k^{(C)} \frac{\partial q_k^{(C)}}{\partial q_s} - \sum_{k=1}^{e} E_k \frac{\partial q_k^{(E)}}{\partial q_s};$$

Таким образом, для построения дифференциальных уравнений, описывающих процессы, протекающие в ЭЦ, достаточно определить множество $\boldsymbol{l}$ индуктивных элементов с индуктивностями $\left\{L_k\right\}_{k=1}^{l}$, множество r омических сопротивлений $\left\{R_k\right\}_{k=1}^{r}$, множество c конденсаторов с емкостями $\left\{C_k\right\}_{k=1}^{c}$ и множество e источников ЭДС $\left\{E_k\right\}_{k=1}^{r}$ и заряды, которые протекают через них, выразить через независимые величины. Данный подход, основанный на традиционном использовании вариационного уравнения динамики, не является единственно возможным и, тем более, оптимальным, с точки зрения реализации на ЭВМ. Более перспективным в этом смысле является использование векторно-матричной формы представления общего вариационного уравнения динамики и использование аппарата структурных матриц. Согласно [3,5,6], модель дискретной механической системы представляется совокупностью ее инерционных, диссипативных, упругих и силовых элементов. Введем в рассмотрение векторы значений этих элементов:

$$\vec{J}=\left\{J_1,J_2,...,J_i\right\},\ \vec{D}=\left\{D_1,D_2,...,D_k\right\},\ \vec{C}=\left\{C_1,C_2,...,C_l\right\},\ \vec{P}=\left\{P_1,P_2,...,P_m\right\}, \quad (8)$$

векторы их координат

$$\vec{\eta}=\left\{\eta_1,\eta_2,...,\eta_i\right\},\ \vec{\theta}=\left\{\theta_1,\theta_2,...,\theta_k\right\},\ \vec{\xi}=\left\{\xi_1,\xi_2,...,\xi_l\right\},\ \vec{\psi}=\left\{\psi_1,\psi_2,...,\psi_m\right\}, \quad (9)$$

а также вектор обобщенных координат $\vec{\zeta}=\left\{\zeta_1,\zeta_2,...,\zeta_n\right\}$. Кроме того, введем векторные функции (структуры):

$$\vec{f}_1=\left\{f_{11},f_{12},..,f_{1i}\right\},\vec{f}_2=\left\{f_{21},f_{22},..,f_{2k}\right\},\vec{f}_3=\left\{f_{31},f_{32},..,f_{3l}\right\},\vec{f}_4=\left\{f_{41},f_{42},..,f_{4m}\right\}, \quad (10)$$

которые позволяют однозначно выразить координаты инерционных, упругих, диссипативных и силовых элементов через обобщенные координаты

$$\vec{\eta}=\vec{f}_1\left(\vec{\zeta}\right),\ \vec{\theta}=\vec{f}_2\left(\vec{\zeta}\right),\ \vec{\xi}=\vec{f}_3\left(\vec{\zeta}\right),\ \vec{\psi}=\vec{f}_4\left(\vec{\zeta}\right) \quad (11)$$

Используя введенные величины, можно определить векторы различных сил (инерции, диссипации, упругости), необходимые для составления уравнений движения на основе общего вариационного уравнения динамики, которое представим в виде

$$\left(J\ddot{\vec{\eta}},\delta\vec{\eta}\right)+\left(D\dot{\vec{\theta}},\delta\vec{\theta}\right)+\left(C\vec{\xi},\delta\vec{\xi}\right)=\left(\vec{P},\delta\vec{\psi}\right), \quad (12)$$

где J,D,C - симметричные матрицы инерции, диссипации и упругости, размерность которых определяется соответственно размерностью векторов $\vec{J},\vec{D},\vec{C}$. При этом:

$$\delta\vec{\eta}=\frac{\partial\vec{f}_1\left(\vec{\zeta}\right)}{\partial\vec{\zeta}}\delta\vec{\zeta};\ \delta\vec{\theta}=\frac{\partial\vec{f}_2\left(\vec{\zeta}\right)}{\partial\vec{\zeta}}\delta\vec{\zeta};\ \delta\vec{\xi}=\frac{\partial\vec{f}_3\left(\vec{\zeta}\right)}{\partial\vec{\zeta}}\delta\vec{\zeta};\ \delta\vec{\psi}=\frac{\partial\vec{f}_4\left(\vec{\zeta}\right)}{\partial\vec{\zeta}}\delta\vec{\zeta};\ \ddot{\vec{\eta}}=\ddot{\vec{f}}_1\left(\vec{\zeta}\right);\ \dot{\vec{\theta}}=\dot{\vec{f}}_2\left(\vec{\zeta}\right). \quad (13)$$

Введя обозначение для структурных матриц: инерции, демпфирования, упругости и силовых воздействий

$$S_1=\frac{\partial\vec{f}_1\left(\vec{\zeta}\right)}{\partial\vec{\zeta}};\quad S_2=\frac{\partial\vec{f}_2\left(\vec{\zeta}\right)}{\partial\vec{\zeta}};\quad S_3=\frac{\partial\vec{f}_3\left(\vec{\zeta}\right)}{\partial\vec{\zeta}};\quad S_4=\frac{\partial\vec{f}_4\left(\vec{\zeta}\right)}{\partial\vec{\zeta}},$$

запишем (12) в виде

$$\left(J\ddot{\vec{\eta}},S_1\delta\vec{\zeta}\right)+\left(D\dot{\vec{\theta}},S_2\delta\vec{\zeta}\right)+\left(C\vec{\xi},S_3\delta\vec{\zeta}\right)=\left(\vec{P},S_4\delta\vec{\zeta}\right) \quad (14)$$

Воспользовавшись свойством скалярного произведения, будем иметь

$$\left(S_1^TJ\ddot{\vec{\eta}},\delta\vec{\zeta}\right)+\left(S_2^TD\dot{\vec{\theta}},\delta\vec{\zeta}\right)+\left(S_3^TC\vec{\xi},\delta\vec{\zeta}\right)=\left(S_4^T\vec{P},\delta\vec{\zeta}\right) \quad (15)$$

Для голономных систем из (15) получим

$$S_1^T J\ddot{\vec{\eta}} + S_2^T D\dot{\vec{\theta}} + S_3^T C\vec{\xi} = S_4^T \vec{P} \,. \quad (16)$$

Заменим векторы координат векторными функциями, которые определяют структуры:

$$S_1^T J\ddot{\vec{f}}_1 + S_2^T D\dot{\vec{f}}_2 + S_3^T C\vec{f}_3 = S_4^T \vec{P} \,. \quad (17)$$

Уравнение (17) является обобщенной математической моделью динамических процессов, которые имеют место в дискретных голономных системах. Для широкого класса систем структуры $\vec{f}_j\left(\vec{\zeta}\right)(j=\overline{1,4})$ являются постоянными и линейными. С учетом этого уравнения (17) приобретет вид:

$$S_1^T JS_1\ddot{\vec{\zeta}} + S_2^T DS_2\dot{\vec{\zeta}} + S_3^T CS_3\vec{\zeta} = S_4^T \vec{P} \,, \quad (18)$$

где $S_j(j=\overline{1,4})$ числовые структурные матрицы.

Компьютерные системы аналитических вычислений позволяют автоматизировать процесс построения уравнений, описывающих динамику систем с сосредоточенными параметрами. Предложенный подход к составлению уравнений дискретных систем на основе использования ССКА реализован в ПК «КИДИМ». Он позволяет решать задачи анализа сколь угодно сложных моделей реальных технических устройств. В данной работе с целью упрощения выкладок и для наглядности иллюстрации использования аппарата структурных матриц рассмотрены только самые простые модели электрической и электромеханической систем. Использование уравнений вида (7) для электрической цепи, представленной на рис. 1, позволяет получить ее дифференциальные уравнения в виде, который отвечает векторно-матричному уравнению (17).

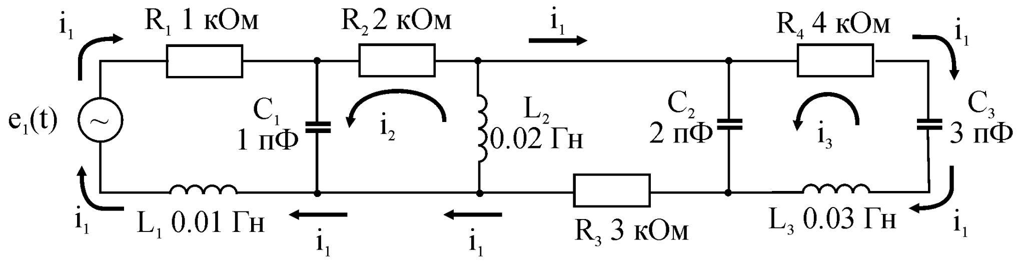

Рис. 1. Схема электрической цепи

Воспользуемся первым вариантом электромеханической аналогии между характеристиками электрической цепи и механической системы. Примем следующие соответствия: зарядам в ветвях контура отвечают перемещения точек материальной системы; напряжениям - внешние силы; силам тока - скорости материальных точек; сопротивлениям тока - внутренние (вязкие) трения; емкостям - податливости связей; индуктивностям - инерционные характеристики точек механической системы. В качестве обобщенных координат выберем заряды в контурах схемы. Уравнения (16), (17) могут быть применены для составления дифференциальных уравнений электрических цепей. Если цепи линейные, то целесообразно воспользоваться уравнением (18). Структурные матрицы и матрицы значений «инерционных», «диссипативных», «упругих» элементов и вектор внешних «силовых» элементов запишутся так:

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; S_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}; \; S_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \; S_4^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

$$J = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & L_3 \end{bmatrix}; \; D = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 \end{bmatrix}; \; C = \begin{bmatrix} 1/C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/C_3 \end{bmatrix}; \; \vec{P} = \{e_1(t)\}. \quad (20)$$

После подстановки (19), (20) в (18) имеем:

$$\begin{bmatrix} L_1+L_3 & 0 & -L_3 \\ 0 & L_2 & 0 \\ -L_3 & 0 & L_3 \end{bmatrix}\ddot{\vec{q}}+\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_3+R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2 & 0 \\ -R_4 & 0 & R_4 \end{bmatrix}\dot{\vec{q}}+\begin{bmatrix} 1/C_1+1/C_3 & -1/C_1 & -1/C_3 \\ -1/C_1 & 1/C_1 & 0 \\ -1/C_3 & 0 & 1/C_2+1/C_3 \end{bmatrix}\vec{q}=\begin{bmatrix} e_1(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

окончательно, система дифференциальных уравнений ЭЦ примет вид:

$$\begin{cases} (L_1+L_3)\ddot{q}_1 - L_3\ddot{q}_3 + (R_1+R_2+R_3+R_4)\dot{q}_1 + (1/C_1+1/C_3)q_1 - \dfrac{1}{C_1}q_2 - \dfrac{1}{C_3}q_3 = e_1(t) \\ L_2\ddot{q}_2 + R_2\dot{q}_2 - R_2\dot{q}_1 + \dfrac{1}{C_1}q_2 - \dfrac{1}{C_1}q_1 = 0 \\ L_3\ddot{q}_3 - L_3\ddot{q}_1 + R_4\dot{q}_3 - R_4\dot{q}_1 + \left(\dfrac{1}{C_2}+\dfrac{1}{C_3}\right)q_3 - \dfrac{1}{C_3}q_1 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

На рис.2 представлен файл исходных данных комплекса «КИДИМ».

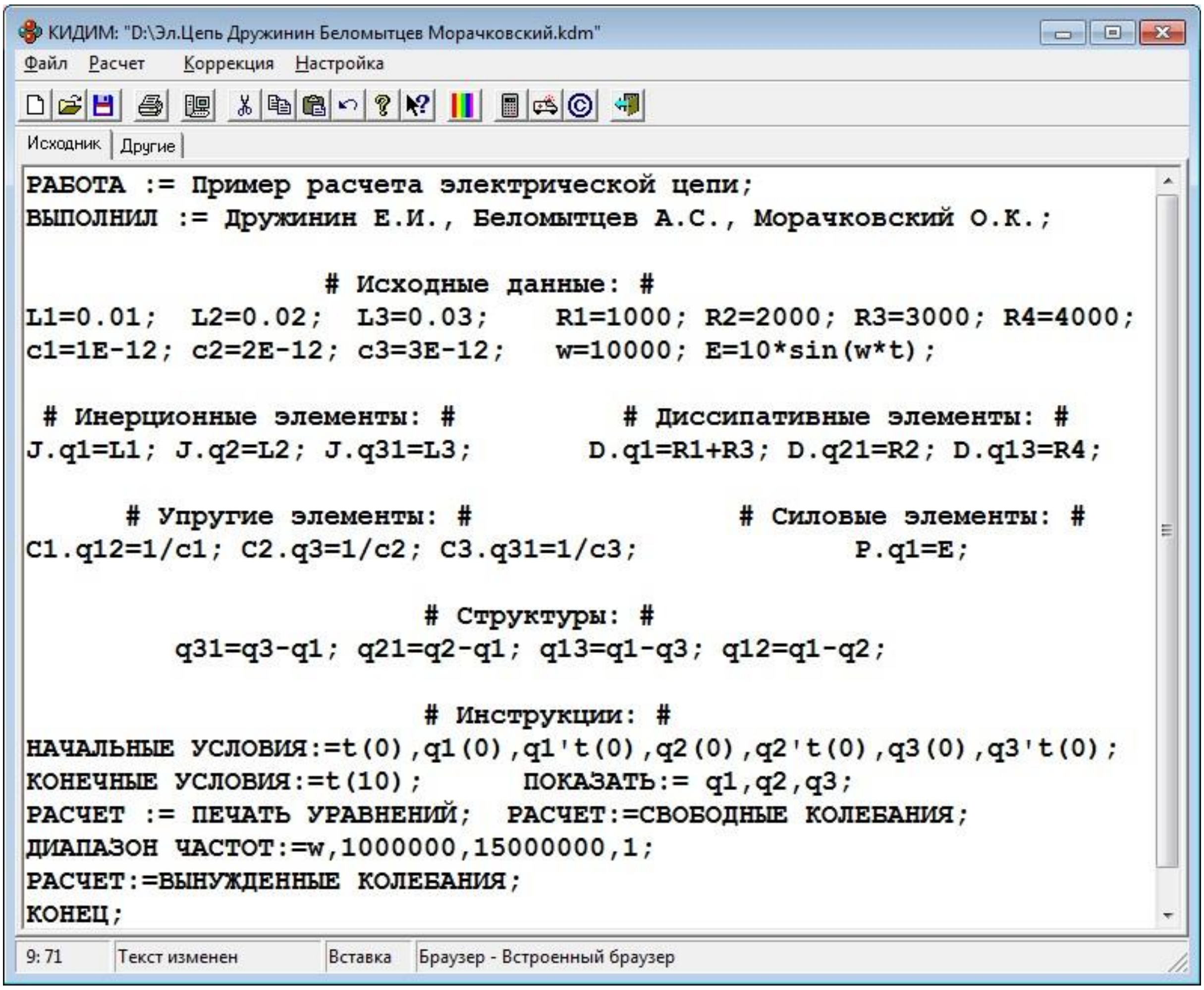

Рис. 2. Файл исходных данных комплекса КИДИМ

После анализа исходных данных система компьютерной алгебры сгенерирует уравнения, а затем будут проведены необходимые расчеты.

В табл. 1 представлены значения собственных частот электрической цепи, а на рис. 3 - амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) зарядов, которые протекают через элементы системы. На вход электрической цепи подавался синусоидальный сигнал амплитудой 10 вольт.

Таблица 1

Значения собственных частот электрической цепи

Номер частоты	Собственные частоты	
	Гц	рад/ сек.
1	336178.004	2112268.696
2	909467.889	5714355.282
3	2197619.398	13808049.915

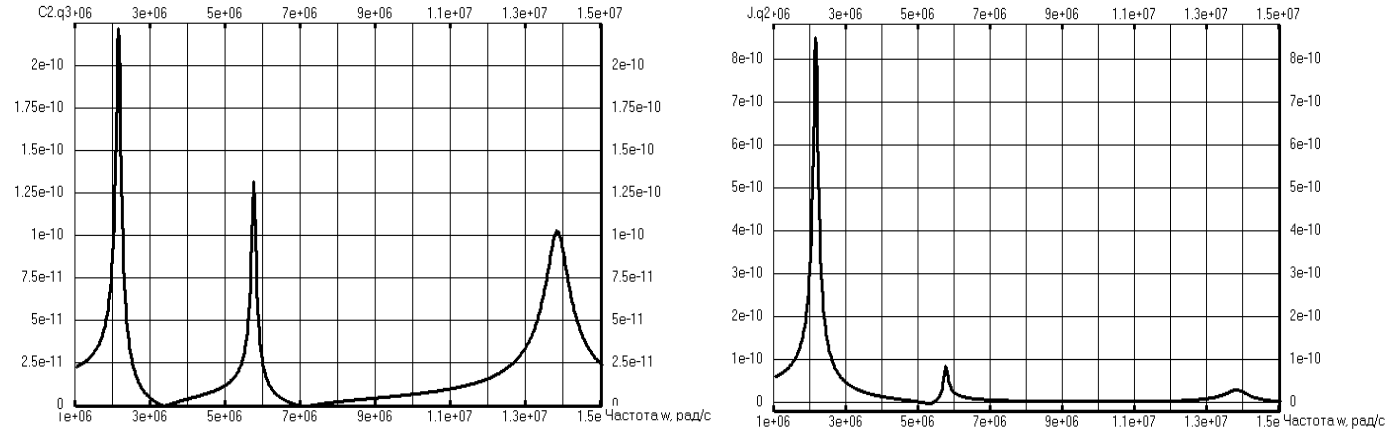

Рис. 3. АЧХ зарядов на конденсаторе C_2 и индуктивности L_3

В качестве простейшей электромеханической системы рассмотрим конденсаторный микрофон, представленный на рис. 4.

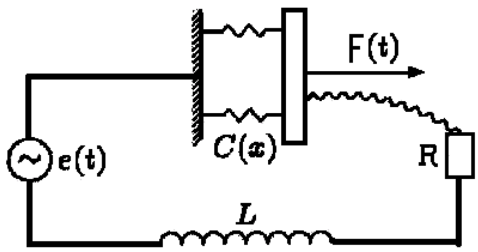

Рис. 4. Конденсаторный микрофон

Правая пластина конденсатора имеет массу m и связана с левой неподвижной пластиной пружинами общей жесткости k. Конденсатор имеет переменную емкость $C(x) = C_0 a/(a-x)$, где x - деформация пружин, a - расстояние между пластинами, когда пружины нейтральны, $|x| << a$. В качестве обобщенных координат выбираем x и q. Применяя приведенный выше алгоритм составления уравнений в векторно-матричной форме с использованием структурных матриц для емкостного микрофона, имеем:

$$\vec{J} = \{m, L\}, \vec{D} = \{0, R\}, \vec{C} = \{k, 1/C(x)\}, \vec{P} = \{F(t), e(t)\};$$

$$J = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 1/C(x) \end{bmatrix}.$$

$$\vec{\eta} = \vec{\xi} = \vec{\psi} = \vec{f}_1 = \vec{f}_3 = \vec{f}_4 = \{x, q\}; \vec{f}_2 = \{0, q\};$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = S_1^T; \quad S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = S_2^T; \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = S_3^T; \quad S_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = S_4^T.$$

$$\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}m&0\\0&L\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\ddot{x}\\\ddot{q}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&0\\0&R\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0\\\dot{q}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}k&0\\0&1/C(x)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x\\q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}F(t)+q^2/C_0a\\e(t)\end{bmatrix}$$

Окончательно имеем:

$$\begin{cases} m\ddot{x}+kx-q^2/C_0a=F(t)\\ L\ddot{q}+R\dot{q}+q(a-x)/C_0a=e(t)\end{cases} \quad (23)$$

Систему (23) можно получить, используя уравнения Лагранжа 2-го рода:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\left(\dfrac{\partial T}{\partial x}\right)=-\dfrac{\partial \Pi}{\partial x}+Q_x\\ \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right)-\left(\dfrac{\partial T}{\partial q}\right)=-\dfrac{\partial \Pi}{\partial q}_q-\dfrac{\partial \Phi}{\partial q}+Q_q,\end{cases} \quad (24)$$

где выражения для кинетической и потенциальной энергии электромеханической системы, а также выражения для функции Рэлея и обобщенных сил имеют вид: $T=\dfrac{1}{2}\left(m\dot{x}^2+L\dot{q}^2\right)$; $\Pi=\dfrac{1}{2}\left(kx^2+\dfrac{q^2(a-x)}{C_0a}\right)$; $\Phi=\dfrac{1}{2}R\dot{q}^2$; $Q_x=F(t)$; $Q_q=e(t)$;

Результаты расчета с помощью комплекса КИДИМ приведены на рис. 5-6. Иллюстративно параметры электромеханической системы и характер их изменения имели следующие значения и выражения: m=0,01; L=0,1; a=1E-3; Co=1E-6; k=1E3; R=1E6; F=0,01sin(100t); E=0,01cos(500t);

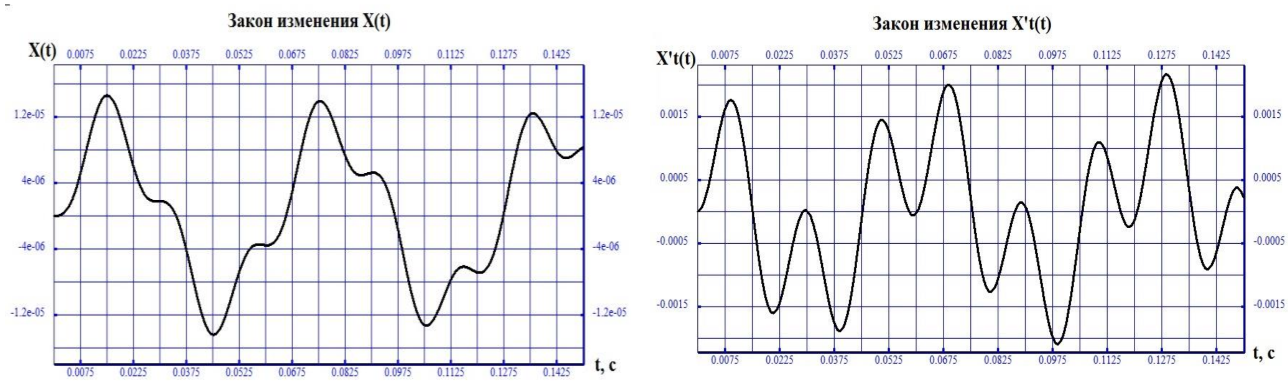

Рис. 5. Перемещение и скорость правой пластины конденсатора

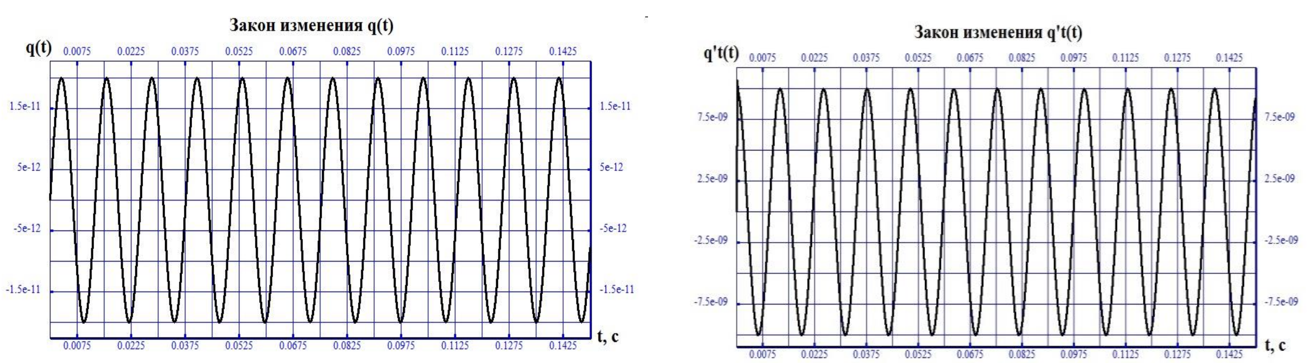

Рис. 6. Изменение заряда и силы тока в цепи

Выводы

На основе векторно-матричной формы представления общего вариационного уравнения динамики, а также применения аппарата структурных матриц и электромеханических аналогий, проиллюстрирована возможность построения дифференциальных уравнений электрических и электромеханических систем. Инвариантность уравнений, описывающих физически разнородные процессы в дискретных системах, позволяет использовать ССКА для автоматизации этапов решения различных задач анализа.

Список использованных источников

1. Блекборн Дж., Ритхоф Г., Шерер Дж. Л. Гидравлические и пневматические силовые системы управления. - Г.: ИЛ, 1962. - 616 с.
2. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. - Г.: Наука, 1966. - 300 с.
3. Дружинин Е.И., Штейнвольф Л.И. Динамические модели силовых цепей машин с гидрообъемными передачами. - В сб.: Теория механизмов и машин. - Харьков: Высшая школа, 1984, вып. 36, с. 95-102.
4. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике. - Г.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. - 496 с.
5. Митин В.Н., Штейнвольф Л.И. Структурные матрицы вибрационных систем.- В кн.: Динамика и прочность машин, Харьков,1973, вып. 17,с.3-7.
6. Митин В.Н., Штейнвольф Л.И. Структуры дискретных механических моделей конструкций. - В кн.: Динамика и прочность машин, Харьков, 1982, вып. 35, с.3-6.

Список источников в транслитерации

1. Blekborn Dzh., Ritkhof G., Sherer Dzh. L. Gidravlicheskiye i pnevmaticheskiye silovyye sistemy upravleniya. - G .: IL, 1962. - 616 s.
2. Gantmakher F.R. Lektsii po analiticheskoy mekhanike. - G .: Nauka, 1966. - 300 s.
3. Druzhinin Ye.I., Shteynvol'f L.I. Dinamicheskiye modeli silovykh tsepey mashin s gidroob''yemnymy peredachami. - V sb .: Teoriya mekhanizmov i mashin. - Khar'kov: Vysshaya shkola, 1984, vyp. 36, s. 95-102.
4. Zarubin V.S. Matematicheskoye modelirovaniye v tekhnike. - G .: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2003. - 496 s.
5. Mitin V.N., Shteynvol'f L.I. Strukturnyye matritsy vibratsionnykh si-stem.- V kn .: Dinamika i prochnost' mashin, Khar'kov, 1973, vyp. 17 s.3-7.
6. Mitin V.N., Shteynvol'f L.I. Struktury diskretnykh mekhanicheskikh modeley konstruktsiy. - V kn .: Dinamika i prochnost' mashin, Khar'kov, 1982, vyp. 35, s.3-6.

ТЕОРІЯ І ПРАКТИКА ПОБУДОВИ РІВНЯНЬ ДИСКРЕТНИХ ЕЛЕКТРО-МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Анотація. *Наведено основні принципи теорії та практики побудови звичайних диференціальних рівнянь, що описують процеси в електромеханічних системах, на основі використання електромеханічних аналогій, векторно-матричної форми запису загального варіаційного рівняння динаміки та спеціальної системи комп'ютерної алгебри..*

Ключові слова: *звичайні диференціальні рівняння, електричні та електромеханічні системи, векторно-матрична форма запису рівнянь, загальне варіаційне рівняння динаміки, спеціальна система комп'ютерної алгебри.*

THEORY AND PRACTICE IN CONSTRUCTION OF THE EQUATIONS OF DISCRETE ELECTROMECHANICAL SYSTEMS

Annotation. *The basic principles of the theory and practice of the construction of ordinary differential equations describing processes in electromechanical systems, through the use of electro-mechanical analogies, a vector-matrix form of the general variational equations of dynamics and special computer algebra system.*

Key words: *ordinary differential equations, electromechanical systems, vector-matrix form of the equations, the general variational equation of dynamics, a special computer algebra system.*

Сведения про авторов

Морачковский Олег Константинович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт» (ул. Кирпичева, 2, г. Харьков, Украина, 61002, e-mail: morachko@kpi.kharkov.ua).

Дружинин Евгений Иванович – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт» (ул. Кирпичева, 2, г. Харьков, Украина, 61002, e-mail**:** druzhinin_e_i@ukr.net).

Беломытцев Андрей Сергеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт» (ул. Кирпичева, 2, г. Харьков, Украина, 61002, e-mail: andrserg1@ukr.net).

Морачковський Олег Костянтинович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут» (вул. Кирпичова, 2, м. Харків, Україна, 61002, e-mail: morachko@kpi.kharkov.ua).
Дружинін Євген Іванович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут» (вул. Кирпичова, 2, м. Харків, Україна, 61002, e-mail: druzhinin_e_i@ukr.net).
Бєломитцев Андрій Сергійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної механіки Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут» (вул. Кирпичова, 2, м. Харків, Україна, 61002, e-mail: andrserg1@ukr.net).

Morachkovsky Oleg – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Theoretical Mechanics National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute" (2, Kyrpychova str., 61002, Kharkiv, Ukraine, e-mail: morachko@kpi.kharkov.ua).
Druzhinin Evgeniy – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute" (2, Kyrpychova str., 61002, Kharkiv, Ukraine, e-mail: druzhinin_e_i@ukr.net).
Belomytsev Andrei – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute" (2, Kyrpychova str., 61002, Kharkiv, Ukraine, e-mail: andrserg1@ukr.net).