

**Стоцько З.А.**

д.т.н., професор

**Топільницький В.Г.**

к.т.н., доцент

**Кусий Я.М.**

к.т.н., доцент

**Ребот Д.П.**

к.т.н., асистент

**Національний  
університет «Львівська  
політехніка»****Stotsko Z.****Topilnytskyy V.****Kusyi Ya.****Rebot D.****Lviv Polytechnic National  
University****УДК 621.7.02****МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ  
ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ  
ВІБРАЦІЙНОГО СЕПАРАТОРА З  
ПОСЛІДОВНИМ РОЗМІЩЕННЯМ  
СИТ**

*Побудована математична модель вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит, подвійним незалежним дебалансним приводом та пружинною підвіскою. Модель є нелінійною, уніфікованою та параметричною. Її отримано на основі використання рівняння Лагранжа другого роду та асимптотичних методів нелінійної механіки. Модель призначена для дослідження динаміки сепаратора в процесі його проектування та подальшої експлуатації, зокрема для вибору його оптимальних конструктивних параметрів та визначення умов усталених та перехідних режимів функціонування. Її представлено у вигляді множини аналітичних залежностей законів руху довільних точок робочого органу сепаратора від його геометричних, масово-інерційних та кінематичних параметрів з можливістю широкого діапазону їх зміни. Модель може входити до складу систем автоматизованого проектування та розрахунку цілої низки вібраційних сепараторів, які різнитимуться кількістю сит, розміщенням та складністю приводу, підвіски, робочого органу тощо.*

**Ключові слова:** сепаратор, дебаланс, нелінійна модель, вібраційний привід, послідовні сита, пружинна підвіска.

**Постановка проблеми.** До однієї з ефективних технологій, яка широко застосовується в різних сферах виробництва, відносимо технологію сепарування, тобто виокремлення, сортування окремих складових елементів із сумішей різного виду та стану за певними фізико-механічними ознаками. Процес сепарування входить як невід'ємна ланка до загального технологічного процесу виготовлення багатьох виробів, якість сепарування суттєво впливає і на якість кінцевого виробу.

Спектр конструкцій сепараторів є надзвичайно різноманітним. Тому багато уваги приділяється дослідженню принципу їх дії, підвищенню продуктивності, а також створенню нових прототипів сепараторів. Ефективний підхід в проектуванні нового сепаратора полягає в створенні його математичної моделі, її дослідженні та виборі за її допомогою оптимальних параметрів майбутньої розробки. Але такий підхід до розроблення нових конструкцій сепараторів не має широкого практичного застосування. Це можна пояснити тим, що такі дослідження вимагають застосування складного математичного

апарату, новітніх математичних методів та обчислювальної техніки. Для адекватного відображення всіх динамічних явищ, які відбуваються в сепаруючій системі, математичні моделі її опису мають бути нелінійними. Лінійність моделей призводить до того, що вони не можуть відобразити в повному обсязі вплив параметрів майбутньої конструкції сепаратора на ефективність її функціонування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Спектр видів сепараторів є надзвичайно різноманітним. Сепаратори за конструктивними особливостями, зокрема можливістю руху сепаруючої поверхні, розділяють на: сепаратори, в яких сепаруюча поверхня є нерухомою [1]; сепаратори, які мають рухомі сепаруючі елементи [1, 2].

Найбільш продуктивнішими є сепаратори, які мають рухоме сито, причому цих сит може бути кілька [1, 2]. При їх розташуванні одне на одному зі спадаючим до низу розміром комірки, та при забезпеченні їх коливного руху, суміш буде висипатись на найвище сито, яке має найбільшу комірку. Частинки найбільшого розміру залишаться на ньому, а інші, в залежності від розміру комірки та самої



частинки суміші, розподіляться на ситах по всій висоті сепаратора.

Вид сепарування, який описаний вище, реалізований у вібраційних сепараторах [2-4]. Особливістю даних сепараторів є те, що за допомогою приводу та розміщення сит можна забезпечити різну амплітуду і форму траєкторії їх руху. Також сито сепаратора може мати обертовий рух. Таке сепарування реалізоване у сепараторах барабанного типу [1]. До складу барабанного сепаратора входять сита конічної або циліндричної форми, які здійснюють обертовий рух відносно своїх осей.

Розглянуті вібраційні та барабанні сепаратори характеризуються високою продуктивністю та надійністю. Вібраційні сепаратори приводять до руху вібраційною енергією, якою можна керувати, забезпечуючи більший спектр та гнучкість режимів сепарування. Барабанні сепаратори мають велику площу сит, які можуть розміщуватись концентрично та в осьовому напрямку.

Для кращого перемішування і транспортування сумішей речовин, які необхідно відокремити одні від одних (а ці дві умови мають велику вагу при визначенні продуктивності сепаратора), пропонуємо для урухомлення барабанного сепаратора з послідовним розміщенням сит використати вібраційний привід. Тобто синтезувати з двох видів сепараторів новий вид – барабанний вібраційний сепаратор, який матиме переваги двох вихідних видів.

Вібраційний сепаратор з послідовним розміщенням сит представлятиме собою складну динамічну систему, адекватний опис якої можна раціонально провести лише шляхом моделювання. Даний вид досліджень проводився авторами для вивчення динаміки машин, які реалізують вібраційне об'ємне оброблення виробів, та вібраційних сепараторів [5-7]. Щоб запроєктувати оптимальну конструкцію такого сепаратора, необхідно провести теоретичні дослідження його динаміки для з'ясування того як впливають його параметри на інтенсивність процесу сепарації у ньому сипких сумішей. А власне розробка нелінійної моделі опису руху сепаратора дасть змогу реалізувати цю задачу.

#### **Формулювання мети досліджень.**

Створення нелінійної моделі вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит, подвійним незалежним дебалансним приводом та пружинною підвіскою для вивчення динамічних явищ в сепараторі та визначення впливу параметрів сепаратора на чинники сепарації сипких сумішей у ньому.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Виходячи з опису роботи сепараторів обертового барабанного типу

можна відзначити певну універсальність його округлого сита, проте обертовий рух не може дати достатньої продуктивності сепарації порівняно з вібраційним. Тому встановлюємо на округле сито циліндричної чи конічної форми вібраційний привід. Він сприятиме кращому перемішуванню суміші при сепарації та кращому її контакту та взаємодії зі ситом. Також вібраційний привід зможе забезпечити вібраційне транспортування суміші вздовж сита. А це все підвищить продуктивність процесу сепарування. В такому сепараторі не потрібна робоча камера для монтажу сит. Самі замкнуті сита циліндричної чи конічної форми матимуть достатню жорсткість, щоб бути робочим несучим органом. Кількість сит встановлених в торець одне одному у вібраційному сепараторі з послідовним розміщенням сит може бути довільним, наприклад  $N$ . Тоді кількість відсепарованих фракцій, що дозволить отримати даний сепаратор зі суміші, буде складати  $N + 1$ . Слід наголосити на тому, що під кожним ситом треба встановити приймач відсепарованої фракції. Пружна підвіска сепаратора може бути пружинного, маятникового (ресорного) типу та на пневмобалонах.

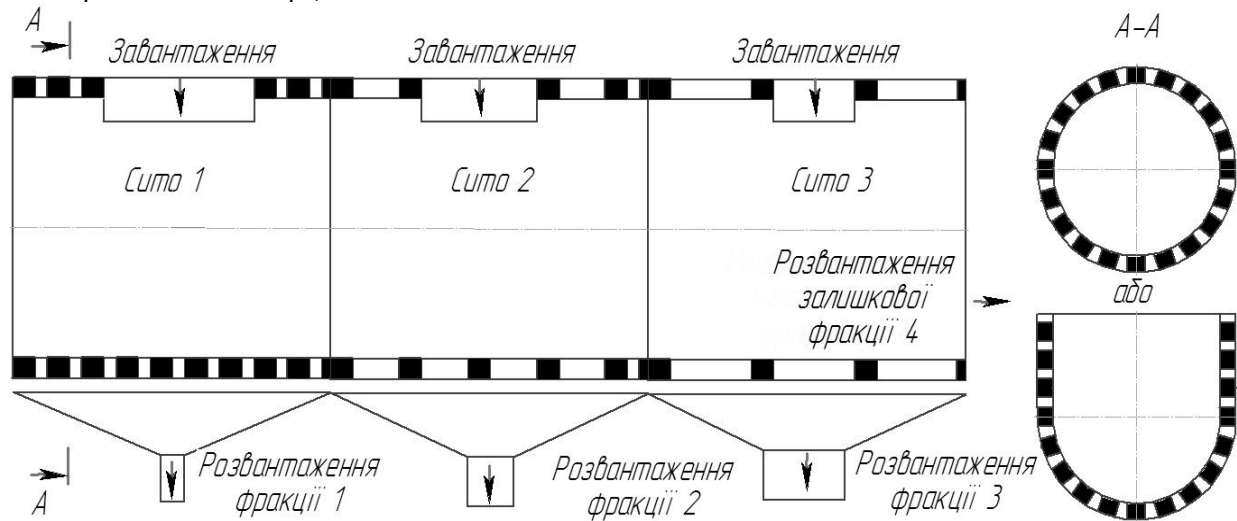
Універсальність такого сепаратора полягатиме в тому, що: його сита є незалежними одне від одного та можуть мати різну довжину; розмір і форма комірок сит може бути різною; такий сепаратор можна складати як конструктор – змінюючи кількість сит; відкрита форма сит та відсутність обертання (лише коливний рух) дає змогу робити в них отвори для завантаження сумішей різного виду, проектувати сита  $U$  – подібної форми з можливістю завантаження (див. рис. 1); відкрита форма сит дозволяє проводити наступне сушіння відсепарованих фракцій суміші або їх миття; велика довжина сепаратора за рахунок набору подовговуватих сит дає змогу використовувати сепаратор, ще й як вібраційний транспортер; для покращення процесу транспортування суміші по осі сепаратора, можна нескладно реалізувати нахил осі всіх сит (цілої системи сит на певний кут до горизонту); вібраційний дебалансний привід сепаратора є нескладним у конструктивному виконанні, монтажі та обслуговуванні.

Враховуючи вимоги до математичної моделі вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит щодо її нелінійності, універсальності, адекватності, параметричності та складності, з метою її подальшого прикладного використання для дослідження динаміки сепараторів простішої конструкції, було вибрано для моделювання сепаратор з двома незалежними дебалансними приводами.



Кожен з них складається з електродвигуна, регульованого дебалансу та пружної ремінної муфти. Дані дебалансні приводи розташовані на протилежних торцях системи сит та

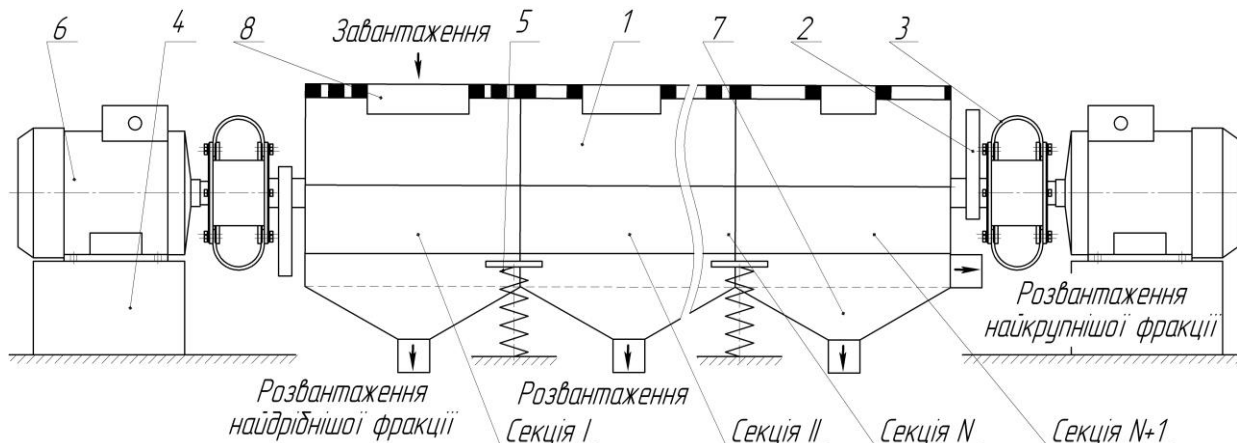
забезпечують їх складніше збурення, що призводить до урізноманітнення режимів сепарування.



**Рис. 1. Різні види завантаження та форми поперечного перерізу вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит.**

Виходячи з наведених міркувань, на рис. 2 зображено принципову схему досліджуваного вібраційного сепаратора з

послідовним розміщенням сит дебалансним приводом та пружинною підвіскою.



**Рис. 2. Принципова схема вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит дебалансним приводом та пружинною підвіскою:**

- 1 – робочий орган сепаратора – система послідовних сит (їх кількість може бути довільною);
- 2 – дебалансний регульований вузол; 3 – еластична муфта; 4 – рама; 5 – пружна підвіска (в даному випадку система витих циліндричних пружин); 6 – електродвигун приводу; 7 – збірники відсепарованих фракцій (їх кількість рівна кількості сит, вони кріпляться до рами сепаратора); 8 – зони завантаження суміші (може проводитись окремо в кожне сито по довжині сепаратора).

За наявності множини параметрів, які впливають на інтенсивність роботи вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит, слід визначити величину та вагомість цих параметрів. Також слід враховувати, які параметри можна змінювати, наприклад, в процесі експлуатації сепаратора, а які слід вибрати та закласти в конструкцію сепаратора на стадії його проектування. Виходячи з практичного досвіду інтенсивність сепарації

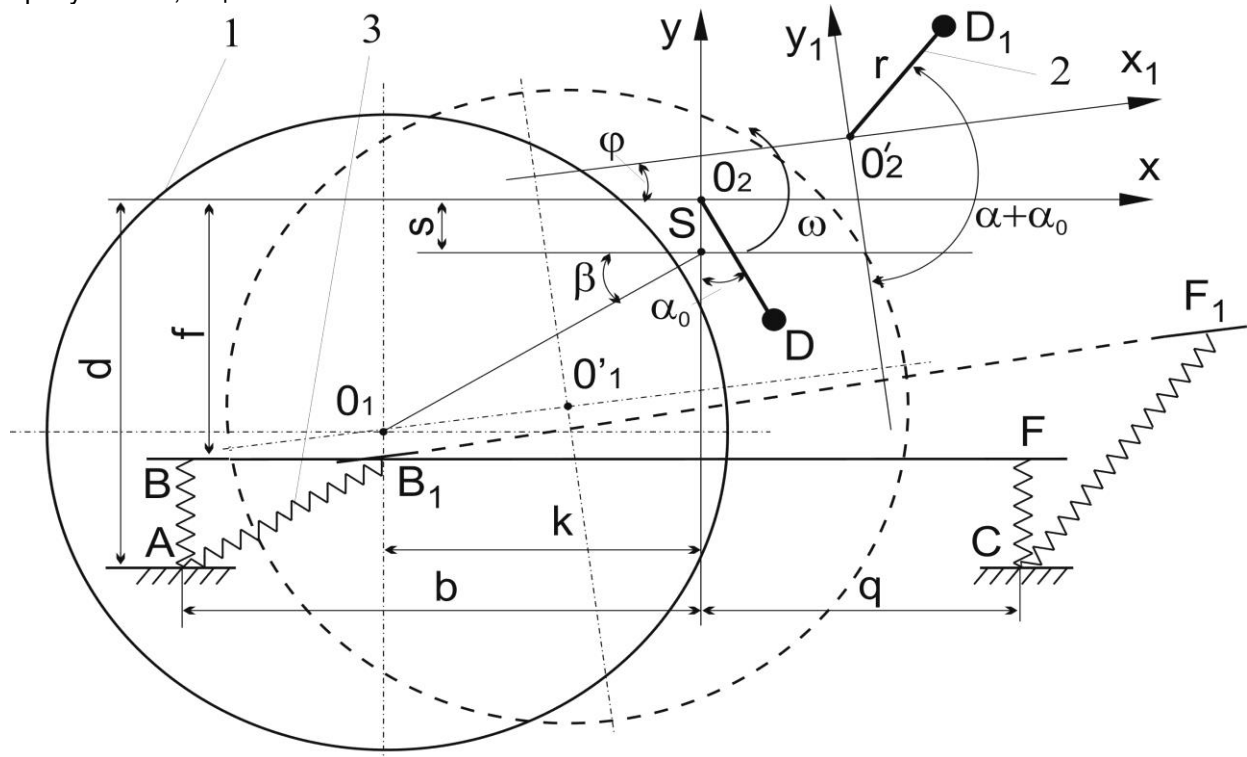
визначається рівнем взаємодії суміші зі ситом – рівнем перемішування суміші на ситі, її підкидання та переміщення на ситах сепаратора. Ключовим чинником тут є амплітуда коливань та частота коливного руху сита. Останню можна задавати як вхідний параметр приводу. Відповідно математична модель опису руху вібраційного сепаратора має відображати вплив параметрів сепаратора (в тому числі і частоти) на амплітуду та



характер коливного руху послідовної системи сит.

Вібраційний сепаратор з послідовним розміщенням сит перебуває у складному русі, ключовою складовою якого є плоско-паралельний рух сит в площинах паралельних до площин обертання дебалансів приводу сепаратора. Цей коливний рух і буде визначати інтенсивність сепарування, збурюючи сита сепаратора. Для спрощення моделі обмежимося лише плоским рухом сепаратора, припустивши, що він коливається лише в

площинах руху дебалансів. Поперечна жорсткість підвіски є високою, тому повздовжніми коливаннями сепаратора (по осі циліндричних поверхонь системи сит) нехтуємо. Згідно цих міркувань, розрахункова схема досліджуваного сепаратора матиме вигляд (рис. 3). Іншими словами на рис. 3. представлено схему коливного руху поперечного перерізу будь-якого сита сепаратора в довільний момент часу його роботи.



**Рис. 3. Розрахункова схема вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит дебалансним приводом та пружинною підвіскою:**

1 – округлий переріз сита, 2 – дебаланс приводу (генератор вібраційних коливань), центр обертання якого  $O'_2$  може розміщуватись в довільній точці перерізу, 3 – пружна опора (аналогічно може розміщуватись в довільній зоні перерізу).

Також для побудови моделі введено наступні позначення:  $M_1$  – коливна маса (включає циліндричні сита, сипку суміш);  $XO_2Y$  – пов'язана із рамою сепаратора (нерухома) система координат;  $X_1O'_2Y_1$  – рухома система координат, що прив'язана до коливної маси сепаратора;  $\varphi$  – кут повороту сепаратора щодо свого стану спокою при коливному плоскому русі (кут повороту системи координат  $X_1O'_2Y_1$  відносно системи  $XO_2Y$ , коли сепаратор вимкнений, то координатні системи співпадають і  $\varphi = 0$ );  $\beta$  та  $O_1S$  – координати полярного типу центру мас завантаженого сита сепаратора;  $r = O_2D$  –

зміщення центру мас дебалансу щодо його центру обертання (радіус дебалансу);  $M_D$  – невірноважена маса дебалансу (матеріальна точка  $D$ );  $\omega$  – кутова швидкість обертального руху дебалансу;  $\alpha_0$  – фаза розташування дебалансу при вимкненому приводі;  $\alpha = \omega t$  – значення кута повороту невірноваженої маси дебалансу при сепарації;  $C$  – жорсткість підвіски сепаратора – сума лівої  $C_1$  та правої  $C_2$  її складових;  $L_{np} = AB = CF$  – довжина пружин підвіски при вимкненому сепараторі;  $AB_1$  та  $CF_1$  – довжини підвіски при сепаруванні;  $b$  та  $q$  – горизонтальні координати розташування підвіски щодо сита сепаратора;  $d$  та  $f$  –



вертикальні координати розташування підвіски щодо сита сепаратора.

Математичну модель вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит дебалансним приводом та пружинною підвіскою побудовано із застосуванням законів механіки плоского руху абсолютно твердого тіла, рівняння Лагранжа другого роду, асимптотичних методів нелінійної механіки [8]. Вона являє собою множину аналітичних виразів з усіма параметрами сепаратора, що визначають його рух, в символічному форматі. Для її побудови вибрано основну точку досліджуваної вібраційної системи – модель описує колильний рух цієї точки. В даному випадку вибрано точку  $O'_2$  – центр рухомої системи координат  $X_1 O'_2 Y_1$ . Ця точка, згідно прийнятих вище позначень, буде і центром обертання нерівноваженої маси дебалансу приводу сепаратора. Система виразів опису руху усіх інших точок сепаратора буде наступною:

$$\begin{aligned} x'_{i2}(t) &= x_{02}(t) + x_i \cos \varphi(t) - y_i \sin \varphi(t), \\ y'_{i2}(t) &= y_{02}(t) + x_i \sin \varphi(t) + y_i \cos \varphi(t), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $x'_{i2}$ ,  $y'_{i2}$  – координати потрібної точки коливної маси сепаратора (рух якої слід дослідити) щодо нерухомої системи координат  $XO_2Y$ ;  $x_i$ ,  $y_i$  – координати потрібної точки коливної маси сепаратора щодо рухомої системи координат  $X_1 O'_2 Y_1$ .

Задача полягала в тому, щоб знайти закони руху  $x_{02}(t)$ ,  $y_{02}(t)$  точки  $O'_2$ , та

$$\begin{aligned} L = & \frac{M_1}{2} ((\dot{x}_{02} + r \cos(\omega t + \varphi + \alpha_0)(\omega + \dot{\varphi}))^2 + (\dot{y}_{02} + r \sin(\omega t + \varphi + \alpha_0)(\omega + \dot{\varphi}))^2) + \\ & + \frac{M_1}{2} ((\dot{x}_{02} + \dot{y}_k \sin \varphi + \dot{\varphi}(k \operatorname{tg} \beta + S) \cos \varphi)^2 + (\dot{y}_{02} - \dot{\varphi} k \cos \varphi + \dot{\varphi}(k \operatorname{tg} \beta + S) \sin \varphi)^2) + \\ & + \frac{1}{2} j \dot{\varphi}^2 - \left[ \frac{C_1}{2} ((x_{02} - b \cos \varphi + d \sin \varphi + b)^2 + (y_{02} - b \sin \varphi - \right. \\ & \left. - d \cos \varphi + d)^2 - (d - f)^2) + \frac{C_2}{2} ((x_{02} + q \cos \varphi + f \sin \varphi - q)^2 + \right. \\ & \left. + (y_{02} + q \sin \varphi - \cos \varphi + d)^2 - (d - f)^2 \right] + \\ & + \left[ M_1 g (y_{02} - k \sin \varphi - \cos \varphi (k \operatorname{tg} \beta + S)) - (k \operatorname{tg} \beta + S) \right] + \\ & + \left[ M_{Дг} (r \cos \alpha_0 + y_{02} - r \cos(\omega t + \varphi + \alpha_0)) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

З отриманої залежності (3) знайдено часткові похідні узагальнених координат  $X_{02}$ ,  $y_{02}$ ,  $\varphi$  та узагальнені швидкості  $\dot{x}_{02}$ ,  $\dot{y}_{02}$  та  $\dot{\varphi}$ , вирази яких підставлено в залежність (2). Далі, після певних математичних перетворень,

кута повороту сепаратора при його функціонуванні  $\varphi(t)$ . Дані вирази дадуть змогу: а) описати горизонтальний та вертикальний колильний рух будь-якої точки сепаратора, які сумарно накладаючись дають її плоский рух; б) побудувати траєкторію руху сита сепаратора впродовж досліджуваного часового інтервалу сепарування; в) визначити вплив всіх параметрів сепаратора на амплітуду та характер коливань сит, що визначають інтенсивність сепарування.

Рівняння Лагранжа II роду матиме вигляд:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0, \quad (2)$$

де  $L = T - (\Pi + \Pi_p)$  – Лангранжиан (математична функція певного виду),  $T = T_k + T_{Д}$  – кінетична енергія сепаратора (до її складу входить кінетична енергія коливної маси сепаратора та окремо кінетична енергія приводних дебалансів),  $\Pi$  – потенціальна енергія коливної частини сепаратора,  $\Pi_p$  – потенціальна енергія підвіски сепаратора,  $q_j$  – узагальнені координати. Відповідно:  $q_1 = x_{02}$ ,  $q_2 = y_{02}$ ,  $q_3 = \varphi$ , узагальнені швидкості –  $\dot{q}_1 = \dot{x}_{02}$ ,  $\dot{q}_2 = \dot{y}_{02}$ ,  $\dot{q}_3 = \dot{\varphi}$ .

Лагранжиан механічної системи «вібраційний сепаратор із сумішшю, пружною підвіскою та дебалансами» матиме вигляд:

отримано систему рівнянь:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{02} + \omega_1^2 x_c = \varepsilon f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0); \\ \ddot{y}_{02} + \omega_1^2 y_c = \varepsilon f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0); \\ \ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2(t) \varphi = \varepsilon f_\varphi(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \dot{x}_{02}, \dot{y}_{02}). \end{cases} \quad (4)$$



В праву частину системи (4) входять узагальнена координата кута повороту та значення всіх параметрів вібраційного сепаратора в символічному виді. В (4) – коефіцієнт  $\varepsilon = 1/M_1 \ll 1$ ;  $\omega_1 = \sqrt{C/M_1}$  – власна частота коливної частини сепаратора;  $\omega_\varphi(t)$  – “частота” крутильних коливань сит сепаратора при його плоскому русі.

Загалом система рівнянь (4) є математичною моделлю опису руху сепаратора

з послідовним розміщенням сит в диференціальній формі. Для прикладного застосування слід її розв'язати, представивши модель аналітичними розв'язками. Для цього рівняння (2) розписано по кожній узагальненій координаті з попередньою підстановкою у нього відповідних значень їх похідних. Розв'язок (4) здійснено застосовуючи асимптотичні методи нелінійної механіки [8] у вигляді:

$$\begin{aligned}
 x_{02}(t) &= x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M_1}}t + \alpha_x\right) + \varepsilon \int_0^t f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0) \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M_1}}(t-u)\right) du, \\
 y_{02}(t) &= y_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M_1}}t + \alpha_y\right) + \varepsilon \int_0^t f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0) \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M_1}}(t-u)\right) du \quad (5) \\
 \varphi(t) &= L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t,
 \end{aligned}$$

де  $f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0)$  і  $f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega t + \alpha_0)$  – значення функції правої частини рівнянь системи (4).

Повний запис системи аналітичних виразів (5) з урахуванням всіх параметрів сепаратора у першому наближенні буде наступним:

$$\begin{aligned}
 x_{02}(t) &= x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M_1}}t + \alpha_x\right) + \\
 &+ \varepsilon \int_0^t \left[ \begin{aligned} &k^2(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t)(M_{\text{Др}} r \cos(\omega t + L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t + \alpha_0) + \\ &+ M_1 \left[ \begin{aligned} &K \sin(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t) + \\ &+ (K \tan \beta + S) \cos(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t) \end{aligned} \right] - \\ &- (L_1 k \cos k_1 t - L_2 k \sin k_1 t)^2 \times \\ &\times \left[ \begin{aligned} &M_1 (K \cos(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t) - (K \tan \beta + \\ &+ S) \sin(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t)) \end{aligned} \right] + \\ &+ M_{\text{Др}} r (\omega + L_1 k \cos k_1 t - L_2 k \sin k_1 t) (-C_2 q + C_1 b) - \\ &- \sin(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t) (C_1 d - C_2 f) + C_2 q - C_1 b \end{aligned} \right] \times \\ &\times \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M_1}}(t-u)\right) du, \\
 y_{02}(t) &= y_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M_1}}t + \alpha_y\right) + \\
 &+ \varepsilon \int_0^t \left[ \begin{aligned} &k^2(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t)(M_{\text{Др}} (r \sin(\omega t + L_1 \sin k_1 t + \\ &+ L_2 \cos k_1 t + \alpha_0) + M_1 ((k \tan \beta + S) \sin(L_1 \sin k_1 t + \\ &+ L_2 \cos k_1 t) - K \cos(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t)) - \\ &- (L_1 k \cos k_1 t - L_2 k \sin k_1 t)^2 \times \\ &\times (M_1 (k \sin(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t) + (k \tan \beta + \\ &+ S) \cos(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t)) - \\ &- M_{\text{Др}} r (\omega + L_1 k \cos k_1 t - L_2 k \sin k_1 t)^2 \cos(\omega t + L_1 \sin k_1 t + \\ &+ L_2 \cos k_1 t + \alpha_0) + \cos(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t) (C_1 d + C_2 f) + \\ &+ \sin(L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t) (C_1 b - C_2 q) - \\ &- d(C_1 + C_2) + (M_1 + M_{\text{Др}}) g \end{aligned} \right] \times
 \end{aligned} \quad (6)$$



$$\times \sin\left(\sqrt{\frac{C}{M_1}}(t-u)\right) du,$$

$$\varphi(t) = L_1 \sin k_1 t + L_2 \cos k_1 t.$$

Отримана аналітична система (6) і буде кінцевою математичною моделлю для опису та дослідження динаміки вібраційного сепаратора з послідовним розміщенням сит дебалансним приводом та пружинною підвіскою.

**Висновки.** Для побудови математичної моделі обрано вібраційний сепаратор з послідовним розміщенням сит, який має низку переваг порівняно з іншими сепараторами: характеризується простотою конструкцій та обслуговування, малою чутливістю до властивостей суміші, яка сепарується, різноманітним формам коливань, автоматизованим вивантаженням отриманих фракцій суміші та можливістю автоматизації процесу сепарування. Створена модель сепаратора з послідовним розташуванням сит, вібраційним приводом та пружинною підвіскою дозволяє дослідити величину впливу на амплітуду його коливань ключових параметрів, зокрема параметрів, значення яких можна нескладно варіювати в процесі практичного використання сепаратора. Її доцільно застосовувати при проектуванні сепаратора та для визначення потрібних режимів його експлуатації.

#### Список використаних джерел

1. Гончаревич И. Ф. Вибрационные грохоты и конвейеры /И. Ф. Гончаревич, В. Д. Земсков, В. И. Корешков // М.: Госгортехиздат, 1960. – 380 с.
2. Johnson E. Low profile vibratory screen separators. Increasing capacity for tough materials / E. Johnson // Powder and bulk engineering. V 18, № 12. – 2004. – 17-23 p.
3. Singh R. Vibratory separators still make the grade for screening dry bulk powders / R. Singh // Oxford, Eng. Elsevier Advanced Technology: Filtration and separation, V41 №1. – 2004. – P. 20-24.
4. Hosking J. The effect of some operating conditions on the efficiency of separation of a vibratory screen / J. Hosking, F. Shrgold// London : Quarry Managers Journal. – 1962. – 140 p.
5. Stotsko Z. The influence of the loose medium parameters on the process of vibratory separation / Z. Stotsko, B. Sokil, V. Topilnytskyj, D. Rebot // Journal of Manufacturing and Industrial Engineering, Vol 12, No 1–2 (2013). – P. 17-19.
6. Stotsko Z. Investigation of the dynamics of vibratory separator with unbalanced drive / Z. A. Stotsko, V. G. Topilnytskyu, J. M. Kysyj, D. P. Rebot // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”

«Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні». – Львів, 2014. – № 786. – С. 53-61.

7. V. Topilnytskyu. Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves / V. Topilnytskyu, D. Rebot, M. Sokil, O. Velyka, S. Liaskovska, I. Verkhola, R. Kovalchuk, L. Dzyubyk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – Vol 2, No 7(86): Applied Mechanics. – P. 26-35.

8. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский // М.: Физматиз, 1974. – 501 с.

#### Список джерел у транслітерації

1. Honcharevych. Y.F., Zemskov. V.D., Koreshkov. V.Y. (1960). *Vybratsyonnye hrokhoty i konveyery [Vibratory screeners and conveyors]*. Moskva: Hoshortekhyzdat [in Russian].
2. Johnson. E. (2004). Low profile vibratory screen separators. Increasing capacity for tough materials. *Powder and bulk engineering*, 12,17-23.
3. Singh. R. (2004). Vibratory separators still make the grade for screening dry bulk powders. *Oxford, Eng. Elsevier Advanced Technology: Filtration and separation*, 1, 20-24.
4. Hosking. J., Shrgold. F. (1962). *The effect of some operating conditions on the efficiency of separation of a vibratory screen*. London: Quarry Managers Journal.
5. Stotsko. Z., Sokil. B., Topilnytskyj. V., Rebot. D. (2013). The influence of the loose medium parameters on the process of vibratory separation. *Journal of Manufacturing and Industrial Engineering*, 1-2, 17-19.
6. Stotsko. Z.A., Topilnytskyu. V.G., Kysyj. J.M., Rebot. D.P. (2014). Investigation of the dynamics of vibratory separator with unbalanced drive. *Visnyk Natsionalnoho universytetu «Lvivska politekhnika» «Optymizatsiia vyrobnychkh protsesiv i tekhnichniy kontrol u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni» – Bulletin of the «Lviv Polytechnic» National University «Optimization of production processes and technical control in mechanical engineering and instrumentation»*, 786, 53-61.
7. Topilnytskyu. V., Rebot. D., Sokil. M., Velyka. O., Liaskovska S., Verkhola. I., et al. (2017). Modeling the dynamics of vibratory separator of the drum type with concentric arrangement of sieves. *Eastern-European Journal*



of Enterprise Technologies. Applied Mechanics, 86, 26-35.

8. Boholiubov. N.H., Mytropolskyi Yu.A. (1974). *Asymptoticheskiye metody v teoryu nelyneinykh kolebaniy [Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations]*. Moskva: Fyzzmaty [in Russian].

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ВИБРАЦИОННОГО СЕПАРАТОРА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ РАЗМЕЩЕНИЕМ СИТ

Построенная математическая модель вибрационного сепаратора с последовательным размещением сит, двойным независимым дебалансным приводом и пружинной подвеской. Модель – нелинейная, унифицированная и параметрическая. Она получена с использованием уравнения Лагранжа второго рода и асимптотических методов нелинейной механики. Модель предназначена для исследования динамики сепаратора в процессе его проектирования и дальнейшей эксплуатации, а именно для выбора его оптимальных конструктивных параметров и определения условий стационарных и переходных режимов функционирования. Ее представлено как множество аналитических зависимостей законов движения точек рабочего органа сепаратора от его геометрических, массово-инерционных и кинематических параметров с возможностью широкого диапазона их изменения. Модель может входить в состав систем автоматизированного проектирования и расчета различных вибрационных сепараторов, которые будут отличаться количеством сит, размещением и сложностью привода, подвески, рабочего

органа и прочее.

**Ключевые слова:** сепаратор, дебаланс, нелинейная модель, вибрационный привод, последовательные сита, пружинная подвеска

### MATHEMATICAL MODEL OF THE INVESTIGATION OF DYNAMICS OF A VIBRATORY SEPARATOR WITH SEQUENTIAL SIEVES PLACEMENT

The mathematical model of a vibratory separator with sequential sieve placement, a double independent, unbalanced drive and a spring suspension is constructed. The model is nonlinear, unified and parametric. It is obtained on the basis of the use of the second-order Lagrange equation and the asymptotic methods of nonlinear mechanics. It is obtained on the basis of the use of the Lagrange's equation second order and the asymptotic methods of nonlinear mechanics. The model is intended to study the dynamics of the separator in the process of its designing and further operation, in particular for selection its optimal design parameters and determining the conditions of the established and transitional operating modes. It is presented in the form of a set of analytic dependences of the laws of motion of the working body arbitrary points of a vibratory separator with sequential placement of sieves from the geometric, mass-inertial and kinematic parameters of the separator with the possibility of a wide range of their variations. The model can be part of the systems of automated design and calculation of a number of vibratory separators, which differ in number of sieves, location and complexity of the drive, suspension, working body, etc.

**Keywords:** separator, debalance, nonlinear model, vibration drive, sequential sieves, spring suspension.

### Відомості про авторів

**Стоцько Зіновій Антонович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: stotsko@lp.edu.ua).

**Топільницький Володимир Григорович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: topilnvol@gmail.com).

**Кусий Ярослав Маркіянович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Технологія машинобудування» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: jarkum@ukr.net).

**Ребот Дарія Петрівна** – кандидат технічних наук, асистент кафедри «Проектування та експлуатація машин» Національного університету «Львівська політехніка» (вул. С. Бандери, 12, м. Львів, Україна, 79013, e-mail: dasha\_kotlyarova@ukr.net).

**Стоцько Зиновий Антонович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Проектирования и эксплуатации машин» Национального университета «Львовская политехника» (ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: stotsko@lp.edu.ua).

**Топильницкий Владимир Григорьевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Проектирование и эксплуатация машин» Национального университета «Львовская политехника»





(ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: topilnvol@gmail.com).

**Кусый Ярослав Маркиянович** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения» Национального университета «Львовская политехника» (ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: jarkym@ukr.net).

**Ребот Дария Петровна** – кандидат технических наук, ассистент кафедры «Проектирование и эксплуатация машин» Национального университета «Львовская политехника» (ул. С. Бандеры, 12, г. Львов, Украина, 79013, e-mail: dasha\_kotlyarova@ukr.net).

**Stotsko Zinovi**y – Sc. Doctor, Professor, Head of Department «Designing and Operation of Machines» of Lviv Polytechnic National University (12 Bandera Str., Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: stotsko@lp.edu.ua).

**Topilnytskyi Volodymyr** – PhD, Associate Professor of the Department of Designing and Operation of Machines of the Lviv Polytechnic National University (S. Bandery Str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: topilnvol@gmail.com).

**Kusyi Yaroslav** – PhD, Associate Professor of the Department of Mechanical Engineering Technologies of the Lviv Polytechnic National University (S. Bandery Str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: jarkym@ukr.net).

**Rebot Dariya** – PhD, Assistant of the Department of Designing and Operation of Machines of the Lviv Polytechnic National University (S. Bandery Str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, e-mail: dasha\_kotlyarova@ukr.net).