

А. Е. Вальков, А. К. Зайченко

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВ В КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ ОБМОТКАХ ЦИКЛОТРОНА У-240

Описан метод определения токов в концентрических обмотках циклотрона У-240. Приведены значения токов, рассчитанных для ускорения протонов, α -частиц и ионов $^{14}\text{N}^{4+}$.

Ключевые слова: изохронный циклотрон, токи концентрических обмоток, регуляризация, метод наименьших квадратов.

Введение

Режимы работы циклотрона У-240 рассчитываются с помощью комплекса программ РЕЖИМ. Он был разработан в 1985 - 1988 гг. К настоящему времени назрела настоятельная необходимость глубокой модернизации этого комплекса. С этой целью разрабатывается программа CYCLON.

Наиболее важной задачей новой программы является расчет магнитного поля циклотрона, обеспечивающего устойчивость процесса ускорения. Для создания такого поля нужно рассчитать значения токов в основной и в концентрических обмотках магнита циклотрона. Ток в основной обмотке определяется по значению требуемой кинетической энергии частиц на заданном радиусе вывода (энергии вывода). Токи в концентрических обмотках обычно выбирают таким образом, чтобы создаваемые ими поля компенсировали отклонение среднего магнитного поля основной обмотки от изохронного поля [1 - 6]. Метод расчета изохронного поля циклотрона У-240 описан в работе [7]. Ниже описывается метод определения токов в концентрических обмотках.

Определение напряжений на шунтах концентрических обмоток в программах комплекса РЕЖИМ

Комплекс программ РЕЖИМ создавался для расчета режимов работы циклотрона У-240 операторами циклотрона. В первом варианте комплекса рассчитывались токи в концентрических обмотках (КО). Но режимы работы циклотрона удобнее формировать, подбирая напряжения на шунтах КО, поэтому операторам приходилось пересчитывать вычисленные значения токов в КО в напряжения на их шунтах. Для упрощения работы операторов в ноябре 1988 г. шунты были прокалиброваны, вклады полей КО в поля основной обмотки пересчитаны на вклады при

напряжении на шунтах КО, равному 1 В, и вычислительные программы комплекса РЕЖИМ переработаны для расчета напряжений на шунтах КО. Эти напряжения вычисляются с помощью методов, предложенных для определения токов в КО в работах [1 - 3].

Методы калибровки шунтов и пересчета вкладов описаны в Приложении 1.

Среднее магнитное поле, создаваемое основной обмоткой циклотрона У-240, особенно при средних и высоких уровнях возбуждения, значительно отличается от изохронного. Для формирования изохронного поля это поле корректируется с помощью КО. Это требует высокой точности определения напряжения на шунтах КО. Для повышения точности определения этих напряжений учитывается взаимовлияние КО. Метод учета взаимовлияния описан в Приложении 2.

Отклонение

$$\Delta \bar{B}_i = B_{is,i} - \bar{B}_i, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

среднего магнитного поля основной обмотки \bar{B}_i от изохронного поля на i -м радиусе $B_{is,i}$ в программах комплекса РЕЖИМ компенсируется суммарным вкладом полей всех задействованных КО в среднее поле основной обмотки. Суммарный вклад на i -м радиусе представляется в виде

$$\Delta B_i = \sum_{j=0}^m C_{i,j}^u u_j,$$

где m - число используемых КО; $C_{i,j}^u$ - вклад j -й КО на i -м радиусе при напряжении на шунте этой обмотки, равном 1 В; u_j - напряжение на шунте j -й обмотки. Для определения напряжений u_j вначале составлялся функционал

$$F(I_1, I_2, \dots, I_m) = \sum_{i=0}^n (\Delta B_i - \Delta \bar{B}_i)^2. \quad (1)$$

Минимизация этого функционала методом наименьших квадратов давала неоднородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^m A_{j,k} u_j = B_k, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

с элементами матрицы

$$A_{j,k} = \sum_{i=0}^n C_{i,j}^u C_{i,k}^u \quad (3)$$

и вектора свободных членов

$$B_k = \sum_{i=0}^n C_{i,k}^u \Delta \bar{B}_i, \quad (4)$$

где i - индекс точки на радиусе; j - индекс КО; k - индекс алгебраического уравнения в системе. Решение этой системы находилось методом Гаусса с выбором главного элемента.

В статье [3] было отмечено, что полученные таким образом системы линейных алгебраических уравнений часто плохо обусловлены. Небольшие изменения элементов матриц и/или правых частей таких систем приводят к большим, выходящим за допустимые пределы, изменениям решений. И действительно, абсолютные значения напряжений на шунтах ряда смежных КО циклотрона У-240, определенные описанным выше методом, более чем на порядок превосходили максимально допустимые величины и имели противоположные знаки. Поля, порождаемые обмотками с такими напряжениями на шунтах, взаимно компенсируют друг друга. Основная часть мощности, потребляемой КО от источников питания, в этом случае не используется.

Задачи, сводящиеся к решению плохо обусловленных неоднородных систем линейных алгебраических уравнений, обычно называют некорректно поставленными [8].

Анализ матричных элементов (3), рассчитанных для циклотрона У-240, показал, что значения диагональных элементов систем (2), решения которых значительно превосходили допустимые значения, более чем на порядок отличаются друг от друга. Для введения напряжений на шунтах КО в допустимые пределы и, тем самым, уменьшения мощности, потребляемой КО от источников питания, в программах комплекса РЕЖИМ вместо функционала (1) используется функционал

$$F(u_1, u_2, \dots, u_m) = \sum_{i=0}^n w_i \left[\sum_{j=1}^m C_{i,j}^u u_j - \Delta \bar{B}_i \right]^2 + \alpha \sum_{j=1}^m u_j^2, \quad (5)$$

где w_i - весовые множители, а α - параметр регуляризации.

Минимизация функционала (5) методом наименьших квадратов приводит к неоднородной системе линейных алгебраических уравнений (2) с элементами матрицы

$$A_{j,k} = \sum_{i=0}^n w_i C_{i,j}^u C_{i,k}^u + \alpha \delta_{j,k} \quad (6)$$

и вектора свободных членов

$$B_k = \sum_{i=0}^n w_i C_{i,k}^u \Delta \bar{B}_i. \quad (7)$$

Диагональные матричные элементы (6) отличаются от диагональных матричных элементов (3) весовыми множителями и параметром регуляризации. Подобрал оптимальное значение параметра регуляризации, можно заметно увеличить наименьшие по абсолютной величине диагональные элементы и, тем самым, улучшить обусловленность матрицы [3].

При решении системы (2) с элементами матрицы (6) и вектора свободных членов (7) весовые множители w_k считались равными $w_i = r_i$. Этим учитывался тот факт, что ускоряемые частицы совершают различное число оборотов в пределах области влияния различных concentрических обмоток. Параметр регуляризации подбирался таким образом, чтобы напряжения на шунтах КО не превышали максимально допустимые значения. Подбор осуществлялся методом последовательных приближений. В качестве начального значения параметра регуляризации выбиралось значение, равное наименьшему диагональному элементу матрицы. Это значение изменялось с небольшим шагом до тех пор, пока напряжения на шунтах КО не становилось меньше максимально допустимого значения.

После завершения вычислений из рассмотренных поочередно исключались обмотки, напряжения на шунтах которых по абсолютной величине были меньше минимально допустимых. Первой исключалась обмотка с наименьшим по величине напряжением на шунте, затем производился перерасчет напряжений на шунтах оставшихся обмоток, после чего процесс исключения повторялся до тех пор, пока напряжения на шунтах всех оставшихся обмоток не становилось больше минимально допустимых. Если число оставшихся обмоток превышало заданное значение, процесс исключения продолжался до тех пор, пока количество оставшихся обмоток не становилось равным заданному.

Напряжения на шунтах КО, полученные таким образом, убывали в направлении от края к центру циклотрона. При удалении нескольких обмоток с наименьшими значениями напряжений на шунтах удалялись обмотки, дающие вклады в среднее поле основной обмотки вблизи центра циклотрона. Это затрудняло формирование магнитного поля в центральной области циклотрона, необходимого для обеспечения устойчивости вертикального движения ионов в начале ускорения.

После определения напряжений на шунтах КО проводился перерасчет поля основной обмотки. При этом индукция среднего поля основной обмотки уменьшалась (напряжения на шунтах обмоток, за исключением центральных, были отрицательны). Повторное вычисление напряжений на шунтах КО в пересчитанном поле основной обмотки и последующий пересчет этого поля приводили к дальнейшему уменьшению индукции среднего поля основной обмотки. Это вызывало уменьшение энергии вывода ионов.

Чтобы устранить эти явления, в вычислительных программах комплекса РЕЖИМ пересчитывается не среднее поле основной обмотки, а изохронное поле. Для этого численно определяются производные изохронного поля по его значению на радиусе вывода. Они рассматриваются как эффективные «вклады» изохронного поля $C_{i,0}$ в среднее поле основной обмотки на i -м радиусе, приходящиеся на 1 Тл. Функционал (5) в этом случае принимает вид

$$F(u_0, u_1, \dots, u_m) = \sum_{i=0}^n w_i \left[\sum_{j=0}^m C_{i,j} u_j - \Delta \bar{B}_i \right]^2 + \alpha \sum_{j=0}^m u_j^2, \quad (8)$$

где $u_0 = \Delta B_{is,extr}$ - поправка к изохронному полю в точке вывода. Минимизация функционала (8) методом наименьших квадратов приводит к расширенной неоднородной системе линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=0}^m A_{j,k} u_j = B_k, \quad k = 0, 1, \dots, m \quad (9)$$

с элементами матрицы (6) и вектора свободных членов (7). Система (9) решается так же, как и система (2). В результате наряду с напряжениями на шунтах КО определяется и поправка к изохронному полю на радиусе вывода $\Delta B_{is,extr}$.

После решения системы (9) пересчитываются коэффициенты Фурье поля основной обмотки и изохронное поле в точке вывода. Если поправка к изохронному полю в точке вывода превышает 10 Гс, весь процесс вычисления изохронного поля и напряжений на шунтах КО повторяется до тех пор, пока эта поправка не становится меньше 10 Гс. В случае режимов, подобранных экспериментально в процессе освоения универсального режима ускорения, после уменьшения количества КО до заданного обычно остаются обмотки с номерами, близкими к подобранным экспериментально. При реализации рассчитанных режимов выяснилось, что после захвата выведенного из ионного источника пучка в режим ускорения он сразу оказывался на дефлекторе. В качестве примера в таблице представлены тип частиц, энергия вывода E_{extr} , ток основной обмотки i_0 и напряжения на шунтах КО u_i , $i = 1 - 15$, трех таких режимов.

Параметры режимов работы

Тип частиц	Протоны	α -частицы	Ионы $^{14}N^{4+}$
E_{extr} , МэВ	72	100	144
i_0 , А	739,42	1022,52	1694,47
u_1 , В	-0,545	-1,9210	-1,0467
u_2 , В	-1,895	-2,2847	-2,0710
u_3 , В	0,0	0,0	-2,4832
u_4 , В	0,0	-1,2094	-1,4086
u_5 , В	-0,385	0,0	-0,8671
u_6 , В	-0,380	-0,7618	-0,9856
u_7 , В	0,0	0,0	-0,8490
u_8 , В	-0,495	-0,3968	0,0
u_9 , В	0,0	0,0	0,0
u_{10} , В	-0,622	-0,5818	-1,2580
u_{11} , В	0,0	0,0	0,0
u_{12} , В	-0,241	0,0	0,0
u_{13} , В	0,0	0,5411	0,0
u_{14} , В	1,246	1,9759	1,0370
u_{15} , В	1,827	1,5045	0,4890

При расчете этих режимов число задействованных КО полагалось равным девяти; девятая обмотка считалась неисправной и исключалась из рассмотрения.

Определение токов концентрических обмоток в программе CYCLON

В связи с заменой шунтов КО циклотрона У-240 и возможностью такой замены и в будущем в программе CYCLON определяются не напряжения на шунтах, а токи в КО циклотрона. Они определяются минимизацией функционала

$$F(I_1, I_2, \dots, I_m) = \sum_{i=0}^n w_i \left[\sum_{j=0}^m C_{i,j} I_j - \Delta \bar{B}_i \right]^2 + \alpha \sum_{j=0}^m I_j^2,$$

где m - число используемых КО; $C_{i,j}$ - вклад j -й КО на i -м радиусе при токе в этой обмотке, равном 1 А; I_j - ток j -й обмотки. Вклады $C_{i,0}$, как и в функционале (8), обозначают эффективные «вклады» изохронного поля в среднее поле основной обмотки на i -м радиусе, приходящиеся на 1 Тл, а ток I_0 - поправку к изохронному полю на заданном радиусе вывода $\Delta B_{is, extr}$.

Минимизация этого функционала методом наименьших квадратов приводит к неоднородной системе линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=0}^m A_{j,k} I_j = B_k, \quad k = 0, 1, \dots, m$$

с элементами матрицы (6) и вектора свободных членов (7). Эта система решается так же, как и система (9). При решении, как и в программах комплекса РЕЖИМ, учитывается взаимовлияние концентрических обмоток. Параметр регуляризации выбирается таким образом, чтобы абсолютные значения вычисленных токов не превосходили максимально допустимые значения. В результате определяются токи в концентрических обмотках и поправка к изохронному полю на радиусе вывода. Затем выполняются те же операции, что и после решения системы (9). Для упрощения работы операторов циклотрона полученные таким образом значения токов в КО пересчитываются в напряжения на шунтах этих обмоток по вольтамперным характеристикам новых шунтов.

Таким образом, токи во всех задействованных КО в программе CYCLON, как и напряжения на их шунтах в программах комплекса РЕЖИМ, определяются одновременно с помощью традиционных методов, предложенных в работах [1 - 3]. В работах [4 - 6] предложены новые методы, позволяющие последовательно находить токи в каждой отдельно взятой КО. Однако реализация этих методов значительно сложнее реализации

традиционных методов из-за необходимости обработки больших массивов данных [4], поэтому в программе CYCLON они не используются.

Заключение

Описан метод определения напряжений на шунтах КО циклотрона У-240 с помощью вычислительных программ комплекса РЕЖИМ, и метод определения токов в этих обмотках, используемый в разрабатываемой в настоящее время программе CYCLON. Описаны также калибровка шунтов КО, метод пересчета вкладов полей КО в среднее поле основной обмотки при напряжении на шунтах КО, равному 1 В, и метод учета взаимовлияния КО. Приведены параметры режимов работы циклотрона, рассчитанных с помощью программ комплекса РЕЖИМ для ускорения протонов, α -частиц и ионов $^{14}N^{4+}$.

Мы выражаем искреннюю благодарность М. В. Маковскому, Г. Н. Праведникову и А. И. Шпаченко за полезное обсуждение работы.

Приложение 1

Калибровка шунтов и пересчет вкладов концентрических обмоток

Калибровка шунтов КО циклотрона У-240 осуществлялась при 14 уровнях возбуждения основной обмотки. Уровни возбуждения устанавливались изменением напряжения на шунте основной обмотки. Они подбирались таким образом, чтобы значения индукции магнитного поля основной обмотки в центре циклотрона были близки к значениям, полученным при проведении магнитных измерений в 1975 г. Значения индукции магнитного поля определялись по показаниям датчика Холла, установленного в центре циклотрона. Калибровка датчика Холла производилась с помощью датчика ядерного магнитного резонанса (ЯМР). В результате были получены таблицы значений индукции магнитного поля основной обмотки в центре циклотрона, напряжений на шунте этой обмотки и частот датчика ЯМР. Вместе с ними в эти таблицы внеслись значения индукции магнитного поля и частоты датчика ЯМР, взятые из результатов магнитных измерений в 1975 г.

После установки уровня возбуждения основной обмотки определялись параметры КО. На шунтах КО подбирались такие напряжения, при которых значения индукции суммарного магнитного поля основной и рассматриваемой КО были близки к значениям, при которых проводились измерения в 1975 г. Для каждой КО фиксировались значения индукции суммарного магнитного

поля, напряжение на шунте этой обмотки и частота датчика ЯМР. В результате были получены таблицы значений индукции суммарного магнитного поля основной и каждой из КО, напряжения на шунтах КО и частоты датчика ЯМР. В эти таблицы были включены и значения индукции суммарного магнитного поля и частоты датчика ЯМР, взятые из результатов магнитных измерений в 1975 г.

По результатам этих измерений были определены калибровочные коэффициенты шунтов. Для 13 первых уровней возбуждения основной обмотки они рассчитывались по формуле

$$a_{i,j} = (\Sigma_{i,j} - B_j) / U_{i,j},$$

а для 14-го уровня возбуждения – по формуле

$$a_{i,14} = (\Sigma_{i,14} - D_i) / U_{i,14}.$$

В этих формулах $\Sigma_{i,j}$ – индукция суммарного магнитного поля основной и i -й КО при j -м уровне возбуждения основной обмотки; B_j – индукция магнитного поля основной обмотки при j -м уровне ее возбуждения; $U_{i,j}$ – напряжение на шунте i -й КО при j -м уровне возбуждения основной обмотки; D_i – индукция магнитного поля основной обмотки при измерении суммарного поля основной и i -й КО (значения индукции магнитного поля основной обмотки при 14-м уровне ее возбуждения изменялись при подключении различных концентрических обмоток).

Затем по формуле

$$c_{i,j} = a_{i,j} / V_{i,j}(r_0)$$

были найдены коэффициенты пересчета вкладов полей КО в среднее поле основной обмотки, полученных в результате обработки результатов магнитных измерений в 1975 г. В этой формуле $V_{i,j}(r_0)$ – вклад i -й КО при j -м уровне возбуждения основной обмотки в центре циклотрона.

И, наконец, по формуле

$$V_{i,j}(r_k) = c_{i,j} V_{i,j}(r_k)$$

вклады полей КО в среднее поле основной обмотки в точках $r = r_k$ были пересчитаны во вклады при напряжении на шунтах этих обмоток, равном 1 В.

Учет взаимовлияния концентрических обмоток

Вклад поля каждой КО в магнитное поле основной обмотки зависит от степени насыщения железа магнита, определяемой величиной магнитного потока

$$\Phi = \int_S B(r, \theta) ds = 2\pi \int_0^R r \bar{B}(r) dr$$

через площадь полюсных наконечников магнита S , где $B(r, \theta)$ – индукция общего магнитного поля; $\bar{B}(r)$ – индукция среднего магнитного поля; R – радиус площади, пронизываемой магнитным потоком.

Вклады полей КО в поля основной обмотки были вычислены после проведения магнитных измерений. Измерения проводились при 14 уровнях возбуждения основной обмотки. Каждому измерению соответствовали магнитные потоки, создаваемые основной обмоткой и одной из КО [7]. При работе же циклотрона каждая КО работает в магнитном поле, создаваемом основной и всеми задействованными КО, и вклад каждой КО должен соответствовать магнитному потоку именно такого поля. Этот поток рассчитывается по вычисленному изохронному полю с бампом в центре циклотрона и спадом в области радиуса вывода. Для упрощения вычислений интегрирование в формуле для магнитного потока Φ заменяется суммированием, и для всех расчетов используется величина

$$\Phi_{iz} = \sum_{i=0}^N r_i \bar{B}_{iz}(r_i),$$

где $\bar{B}_{iz}(r_i)$ – значение индукции изохронного поля с бампом и спадом на радиусе r_i . Суммирование в этой формуле проводится до радиуса r_N , равного радиусу вывода.

Учет взаимовлияния КО в вычислительных программах комплекса РЕЖИМ реализуется следующим образом.

Для всех магнитных полей, при которых измерялись вклады КО, были рассчитаны суммарные магнитные потоки

$$\Phi_{\Sigma} = \sum_{i=0}^N r_i [\bar{B}_0(r_i) + \bar{B}_{ic}(r_i)],$$

где $\bar{B}_0(r_i)$ – индукция среднего магнитного

поля основной обмотки, а $\bar{B}_{ic}(r_i)$ - индукция среднего поля соответствующей КО в точке r_i . По результатам вычислений были составлены таблицы значений магнитных потоков для каждой КО при всех уровнях возбуждения основной обмотки. Эти потоки используются в качестве узлов интерполяции. Значения вкладов полей каждой КО в магнитное поле основной обмотки, соответствующие магнитному потоку изохрон-

ного поля с бампом и спадом Φ_{iz} , определяются интерполяцией по табличным значениям.

Аналогично определяются значения вкладов полей КО в магнитное поле основной обмотки и в программе CYCLON, но в связи с тем, что радиус вывода в этой программе не фиксирован, а задается, спад на изохронное поле в области вывода не накладывается и табличные суммарные потоки Φ_{Σ} вычисляются в самой программе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Garren A.A.* Calculation of cyclotron trim-coil currents for field optimization by linear programming methods // Nucl. Instrum. and Meth. - 1962. - Vol. 18 - 19. - P. 309 - 322.
2. *Allas R.G., Davisson C.M., Pieper A.G., Theus R.B.* Method of computing magnet coil current settings for the NRL isochronous cyclotron // Nucl. Instrum. and Meth. - 1968. - Vol. 64. - P. 333 - 345.
3. *Bolduc J. L., Mackenzie G.H.* Some orbit calculation for Triumf cyclotron // IEEE Trans. Nucl. Sci. - 1971. - Vol. NS-18. - No 3. - P. 287 - 291.
4. *Киян И.Н.* Новый метод моделирования режимов работы многоцелевого изохронного циклотрона // Письма в ЭЧАЯ. - 2006. - Т. 3, № 7 (136). - С. 49 - 54.
5. *Киян И.Н., Тарашикевич Р.* Методы расчета режимов работы и параметров изохронного циклотрона // Сообщение ОИЯИ Р9-2006-40. Дубна, 2006. - 11 с.
6. *Амирханов И.В., Карамышева Г.А., Киян И.Н., Суликовский Я.* Моделирование требуемых режимов работы и анализ их устойчивости для многоцелевых изохронных циклотронов // Письма в ЭЧАЯ. - 2009. - Т. 6. - № 6 (155). - С. 805 - 813.
7. *Вальков А.Е., Зайченко А.К.* Метод расчета изохронного поля циклотрона У-240 // Ядерная физика та енергетика. - 2012. - Т. 13, № 1. - С. 101 - 107.
8. *Тихонов А.Р., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1986. - 288 с.

О. Е. Вальков, О. К. Зайченко

ВИЗНАЧЕННЯ СТРУМІВ У КОНЦЕНТРИЧНИХ ОБМОТКАХ ЦИКЛОТРОНА У-240

Описано метод визначення струмів у концентричних обмотках циклотрона У-240. Наведено значення струмів, розрахованих для прискорення протонів, α -частинок та іонів $^{14}\text{N}^{4+}$.

Ключові слова: ізохронний циклотрон, струми в концентричних обмотках, регуляризація, метод найменших квадратів.

О. Е. Valkov, О. К. Zaichenko

CYCLOTRON U-240 TRIM COIL CURRENTS DETERMINATION

Method of the cyclotron U-240 trim coil currents calculation is described. Currents are presented as the examples which were determined for the acceleration of protons, α -particles and $^{14}\text{N}^{4+}$ ions.

Keywords: isochronous cyclotron, trim coil currents, regularization, the least-squares method.

Надійшла 21.03.2012

Received 21.03.2012