

О. А. Понкратенко, Вал. М. Пірнак, А. А. Рудчик,  
Ю. М. Степаненко, В. В. Улещенко, Ю. О. Ширма

*Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ*

## АНАЛІЗ ЗАЛЕЖНОСТІ ПОЛОЖЕНЬ ДИФРАКЦІЙНИХ ЕКСТРЕМУМІВ ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ ВАЖКИХ ІОНІВ НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ ВІД ЕНЕРГІЇ НАЛІТАЮЧОГО ІОНА

Проаналізовано дифракційну область наявних експериментальних диференціальних перерізів пружного розсіяння важких іонів на легких ядрах для 17 пар взаємодіючих ядер з  $4 \leq A \leq 20$  в широкому інтервалі енергій налітаючих іонів від 1 до 100 МеВ/нуклон. Положення дифракційних максимумів і мінімумів у координатах переданого імпульсу залежно від енергії налітаючого іона демонструють плавну поведінку при енергіях вище  $2 \div 4$  МеВ/нуклон, а при енергіях до  $30 \div 40$  МеВ/нуклон – практично не залежать від енергії. Ці енергетичні залежності положень максимумів (мінімумів) вдається параметризувати простими функціями. Знайдено параметризації, які добре описують енергетичну залежність положень максимумів (мінімумів) експериментальних диференціальних перерізів пружного розсіяння, для всіх груп ядер, що зіштовхуються, з одними й тими ж параметрами.

*Ключові слова:* дифракційне розсіяння, пружне розсіяння, важкі іони, енергетична залежність, дифракційні максимуми (мінімуми), оптична модель.

### Вступ

На сучасному етапі розвитку фізики важких іонів у теоретичному описі процесів, що мають місце при взаємодії ядер, переважає феноменологічний підхід. Саме такому підходу завдячують останні успіхи в систематизації опису пружного розсіяння важких іонів на легких ядрах у широкому діапазоні енергій. У нашій останній роботі [1] з цього напрямку нам удалося, спираючись на літературні дані диференціальних перерізів, побудувати глобальні енергетично залежні потенціали для систем  $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$  та  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ , які задовільно описують пружне розсіяння цих ядер у всьому діапазоні досліджуваних енергій.

У даній роботі ми продовжуємо феноменологічний аналіз пружного розсіяння важких іонів, який розпочато в роботі [1], але торкаємося тут не менш цікавого та важливого питання сучасної фізики важких іонів: аналіз положень екстремумів у дифракційних перерізах залежно від переданого імпульсу  $q = 2k \sin(\theta/2)$ . Розгляд залежності положень саме від переданого імпульсу (а не від кута розсіяння) обумовлювався більшою наочністю, а також тим, що положення максимумів і мінімумів дифракційного перерізу зберігаються приблизно на тих самих місцях у координатах переданого імпульсу при будь-якій енергії взаємодії [2, 3].

Дана тематика є маловивченою, оскільки інші автори в переважній своїй більшості аналізували головним чином конкретну систему ядер при одній конкретній енергії зіткнення. Не проводилось дослідження ходу диференціальних перерізів у широкому діапазоні енергій та не порівнювались ці криві для різних систем ядер, що зі-

штовхуються. Ми вважаємо, що такі дослідження є актуальними, оскільки дають змогу виявити спільні закономірності положень максимумів/мінімумів диференціальних перерізів різних систем взаємодіючих ядер, а також прогнозувати хід цих кривих для інших систем ядер та при інших енергіях, де немає помірних даних. Також цікавим є питання – як проявляються індивідуальні особливості структури взаємодіючих ядер у положеннях екстремумів диференціальних перерізів.

У цій роботі для систем взаємодіючих ядер з  $4 \leq A \leq 20$ , для яких існує достатній набір експериментальних даних у широкому діапазоні енергій [4 - 14], знайдено апроксимацію енергетичної залежності положень перших восьми дифракційних максимумів і мінімумів у диференціальних перерізах пружного розсіяння.

### Результати та обговорення

Було проаналізовано експериментальні дані диференціальних перерізів пружного розсіяння для 17 пар взаємодіючих ядер з  $4 \leq A \leq 20$  в діапазоні енергій налітаючого іона взаємодії  $1 \div 200$  МеВ/нуклон [4 - 14]. Ці пари взаємодіючих ядер, що були нами проаналізовані, наведено в табл. 1 у другому стовпці. У третьому стовпці вказано кількість енергій, при яких були здійснені вимірювання, у четвертому – відповідний діапазон цих енергій. П'ятий стовпець містить кількість екстремумів при кожній енергії, положення яких досліджувались, шостий – сумарну кількість піків у всьому діапазоні енергій. У сьомому стовпці наведено діапазон енергій, де положення піків наближено можна вважати не залежними від енергії.

О. А. Понкратенко, Вал. М. Пірнак, А. А. Рудчик,  
Ю. М. Степаненко, В. В. Улещенко, Ю. О. Ширма, 2015

Таблиця 1. Проаналізовані експериментальні дані, взяті з літератури

№	Система ядер	Кількість енергій	$E_i - E_f$ , МеВ/нуклон	$n_{peak}$	$N_{peak}$	$E_i^* - E_f^*$ , МеВ/нуклон	$\Delta q_{max}$ , фм <sup>-1</sup>	$\Delta q_{min}$ , фм <sup>-1</sup>	$\delta_1$ , фм <sup>-1</sup>	$\delta_2$ , фм <sup>-1</sup>
1	<sup>16</sup> O + <sup>16</sup> O	38	0,9 – 70	8	171	4 – 40	0,472(3)	0,477(5)	0,081	0,053
2	<sup>20</sup> Ne + <sup>12</sup> C	6	3 – 20	8	22	4 – E <sub>f</sub>	0,485(6)	0,49(1)	0,037	0,052
3	<sup>18</sup> O + <sup>12</sup> C	9	1,8 – 8	8	50	4 – E <sub>f</sub>	0,481(4)	0,487(7)	0,049	0,038
4	<sup>16</sup> O + <sup>13</sup> C	13	0,9 – 8	8	53	3 – E <sub>f</sub>	0,490(5)	0,487(6)	0,042	0,044
5	<sup>16</sup> O + <sup>12</sup> C	76	1,2 - 94	8	380	4 – 40	0,494(2)	0,493(2)	0,064	0,042
6	<sup>14</sup> N + <sup>12</sup> C	17	1,4 – 20	6	56	4 – E <sub>f</sub>	0,502(5)	0,497(9)	0,065	0,052
7	<sup>13</sup> C + <sup>12</sup> C	7	1,3 – 50	8	31	4 – 40	0,518(6)	0,512(8)	0,048	0,058
8	<sup>16</sup> O + <sup>9</sup> Be	23	0,9 – 18	8	50	2 – E <sub>f</sub>	0,472(5)	0,479(6)	0,060	0,063
9	<sup>12</sup> C + <sup>12</sup> C	39	1,1 – 200	8	193	3 – 40	0,516(4)	0,514(4)	0,101	0,081
10	<sup>12</sup> C + <sup>11</sup> B	38	1 – 29	6	120	3 – E <sub>f</sub>	0,505(3)	0,504(5)	0,031	0,034
11	<sup>16</sup> O + <sup>7</sup> Li	10	1,3 – 10	5	36	2 – E <sub>f</sub>	0,509(7)	0,511(5)	0,034	0,036
12	<sup>12</sup> C + <sup>9</sup> Be	18	0,8 – 13	6	54	1,5 – E <sub>f</sub>	0,432(3)	0,432(5)	0,033	0,037
13	<sup>16</sup> O + <sup>6</sup> Li	14	0,8 – 8	6	54	1,5 – E <sub>f</sub>	0,514(5)	0,517(9)	0,060	0,064
14	<sup>7</sup> Li + <sup>12</sup> C	19	0,6 – 50	5	53	E <sub>i</sub> – 30	0,539(7)	0,545(9)	0,046	0,062
15	<sup>4</sup> He + <sup>16</sup> O	27	1,8 – 100	4	61	E <sub>i</sub> – 25	0,566(8)	0,54(1)	0,051	0,069
16	<sup>6</sup> Li + <sup>12</sup> C	28	0,8 – 53	5	86	1,5 – 20	0,548(6)	0,543(8)	0,047	0,057
17	<sup>4</sup> He + <sup>12</sup> C	21	1,3 – 97	3	52	E <sub>i</sub> – 20	0,61(2)	0,59(2)	0,042	0,064

Найвні експериментальні кутові розподіли пружного розсіяння мають дискретний характер (часто з достатньо великим кутовим кроком та відсутністю даних на малих та великих кутах), у той час як шукати максимуми та мінімуми зі значно більшою точністю можна лише на неперервних розподілах, що апроксимують ці дані. В якості таких апроксимацій були використані кутові розподіли, розраховані за оптичною моделлю (ОМ) з оптичними потенціалами, як у роботі [1] згідно з формулами (1), (2), (4) - (6). Таким чином для всіх пар ядер і для кожної енергії їхньої взаємодії, що аналізувалась, знайдено параметри оптичних потенціалів, при використанні яких в обчисленнях за ОМ досягається найкращий опис кутових розподілів пружного розсіяння в дифракційній області ( $q < 3-4$  фм<sup>-1</sup>). За цими розрахованими кутовими розподілами й визначалися максимуми та мінімуми, а у випадку, коли пік не описувався ОМ розподілом, максимуми та мінімуми визначались квадратичною апроксимацією.

Положення дифракційних максимумів у координатах переданого імпульсу залежно від енергії налітаючого іона для 10 пар взаємодіючих ядер (із найбільшою кількістю експериментальних кутових розподілів) показано на рис. 1 кружечками. Вони демонструють плавну поведінку зі зміною енергії для енергій більше  $E_i^*$ . А в області  $E_i^* - E_f^*$  практично не залежать від енергії, що дає змогу описати положення перших  $n_{peak}$  максимумів (та  $n_{peak}-1$  мінімумів) у цій енергетичній області простою двопараметричною формулою

$$q_{max(min)} = \frac{\pi(i + \alpha)}{R_d}, \quad (1)$$

де  $R_d = r_d (A_p^{1/3} + A_t^{1/3})$ ;  $i = 0 - 7$  - номер максимуму (мінімуму);  $\alpha$  - параметр відстані (в одиницях  $\pi/R_d$ ) до першого максимуму (мінімуму). Ця формула відповідає дифракційній моделі, яка дає еквідистантні положення максимумів і мінімумів (за умови незалежності  $R_d$  від  $q$ ) та значення параметра  $\alpha = 0,766$  для максимумів і  $\alpha = 1,22$  для мінімумів.

$$\frac{d\sigma}{d\sigma_R} \sim (J_1(qR_d) \cdot qR_d)^2. \quad (2)$$

Для кожної з 17 пар взаємодіючих ядер в області енергій  $E_i^* - E_f^*$  були підігнані параметри  $\alpha$  і  $r_d$ . У табл. 1 в останньому стовпчику наведено значення  $\delta_2$  середньоквадратичних відхилень положень максимумів від апроксимації (1). Ці значення  $\delta_2$  становили приблизно 10 % від відстані між максимумами  $\Delta q_{max}$  (восьмий стовпчик у табл. 1), усередненої за енергіями та числом максимумів згідно з формулою (1). Ця формула добре описує положення максимумів для всіх пар взаємодіючих ядер у діапазонах енергій  $E_i^* - E_f^*$ . Порівняння  $\Delta q_{max}$  та  $\Delta q_{min}$  (дев'ятий стовпчик у табл. 1) показує, що середня відстань між максимумами та середня відстань між мінімумами практично збігаються для всіх пар взаємодіючих ядер (цифри в дужках означають помилку в останньому знаку). Оскільки параметри  $\alpha$  і  $r_d$  корелюють, що ускладнює їхнє порівняння між різними парами взаємодіючих ядер, то нами знайдено параметр  $r_d$  при  $\alpha = 0,655$ , який є однаковим для всіх пар ядер (табл. 2 для систем ядер 1 - 7, 9, 10). Отримані таким чином параметри  $r_d$  (для максимумів) для всіх пар ядер показано на рис. 2 незафарбованими кружечками (одне з ядер <sup>12</sup>C) та незафарбованими трикутниками (одне з ядер <sup>16</sup>O).

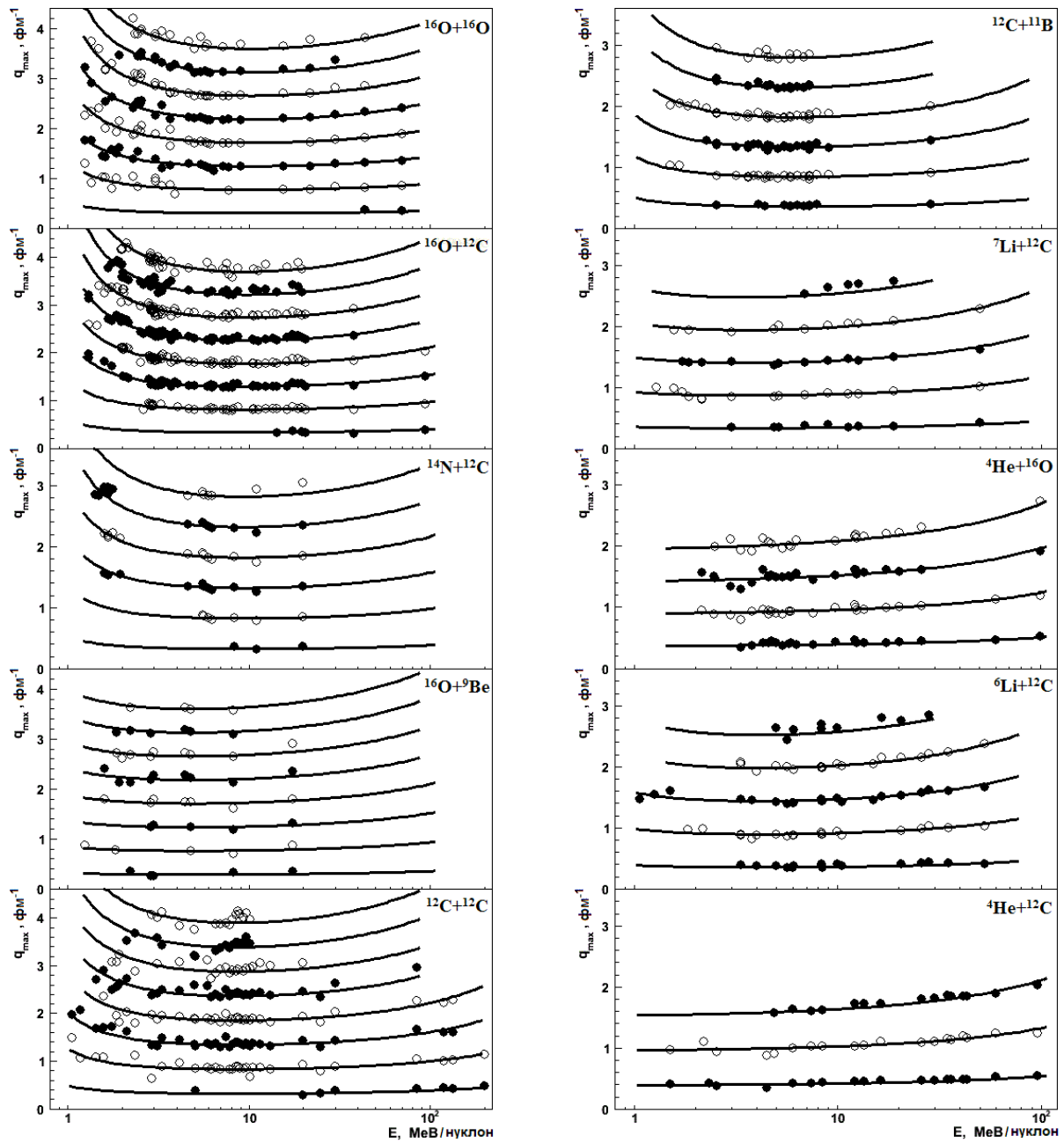


Рис. 1. Кружечки (зафарбовані та незафарбовані) позначають  $q$ -координати максимумів диференціальних перерізів пружного розсіяння ядер залежно від енергії налітаючого іона. Ці  $q$ -координати отримані нами з аналізу літературних даних [5 - 14]. Суцільні лінії апроксимують хід енергетичної залежності за формулою (3) для кожної пари ядер окремо.

Таблиця 2. Параметри формули (3), якими апроксимуються положення максимумів

№ системи ядер	Діапазон енергій	$N_{\text{peak}}$	$\gamma$	$\alpha$	$r_d$ , фм	$\beta$ , MeV <sup>-1/2</sup>	$\delta_1$ , фм <sup>-1</sup>	$\delta_2$ , фм <sup>-1</sup>
1 - 7, 9, 10	$E_i - E_f$	1076	0,472(5)	0,678(8)	1,517(5)	-0,0249(8)	0,080	0,084
11, 13 - 17		371	0,15(3)	0,70(1)	1,56(1)	-0,033(1)	0,054	0,097
1 - 7, 9 - 11, 13 - 17		1447	0,468(6)	0,647(8)	1,538(6)	-0,0294(6)	0,088	-
1 - 7, 9, 10	$E_i^* - E_f$	660	0	0,654(8)	1,401(4)	-0,0169(7)	0,063	0,070
11, 13 - 17		358	0	0,70(1)	1,521(9)	-0,0304(9)	0,053	0,064
1 - 7, 9 - 11, 13 - 17		1018	0	0,656(6)	1,434(5)	-0,0217(6)	0,068	-
1 - 7, 9, 10	$E_i^* - E_f^*$	626	0	0,655(7)	1,333(4)	0	0,066	0,072
11, 13 - 17		298	0	0,69(1)	1,402(9)	0	0,070	0,078
1 - 7, 9 - 11, 13 - 17		924	0	0,643(7)	1,342(4)	0	0,074	-

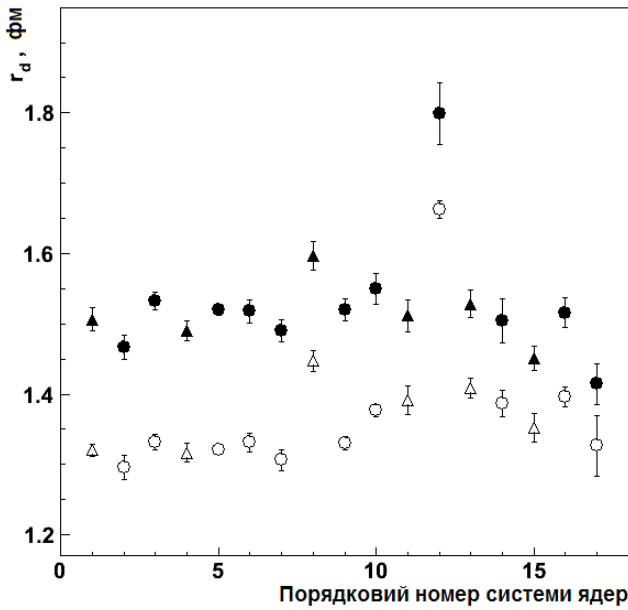


Рис. 2. Значення параметра  $r_d$  залежно від системи взаємодіючих ядер, порядковий номер яких відповідає значенням першого стовпця табл. 1. Незафарбовані значки – параметр із формули (1), зафарбовані значки – параметр із формули (3). Кружечки відповідають системам ядер, де одним із партнерів є  $^{12}\text{C}$ , трикутники відповідають решті систем ядер.

Щоб описати зсув положень дифракційних максимумів і мінімумів в область більших  $q$  при великих та малих енергіях, була запропонована така енергетична залежність [1]:

$$q_{\max(\min)} = \frac{\pi(i + \alpha)}{R_d(E)}, \quad (3)$$

$$R_d(E) = r_d \left( A_p^{1/3} + A_T^{1/3} \right) \left( 1 + \beta E^n \right) \sqrt{1 - \frac{\gamma V_b}{E_{c.m.}}}, \quad n = 0,5, \quad (4)$$

$$V_b = \frac{1,44 \cdot Z_p Z_T}{r_c \left( A_p^{1/3} + A_T^{1/3} \right)}, \quad (5)$$

Таблиця 3. Параметри формули (3), якими апроксимуються положення мінімумів

№ системи ядер	Діапазон енергій	$N_{\text{peak}}$	$\gamma$	$\alpha$	$r_d$ , фм	$\beta$ , MeB <sup>-1/2</sup>	$\delta_1$ , фм <sup>-1</sup>	$\delta_2$ , фм <sup>-1</sup>
1 - 7, 9, 10	$E_i - E_f$	1013	0,453(5)	1,28(1)	1,517(6)	-0,0228(8)	0,088	0,091
11, 13 - 17		327	0,20(3)	1,15(2)	1,52(1)	-0,032(1)	0,063	0,092
1 - 7, 9 - 11, 13 - 17		1340	0,464(5)	1,17(1)	1,515(7)	-0,0278(8)	0,091	-
1 - 7, 9, 10	$E_i^* - E_f$	606	0	1,23(1)	1,404(6)	-0,0164(8)	0,067	0,071
11, 13 - 17		318	0	1,16(2)	1,47(1)	-0,027(1)	0,066	0,072
1 - 7, 9 - 11, 13 - 17		924	0	1,17(1)	1,411(6)	-0,0205(7)	0,071	-
1 - 7, 9, 10	$E_i^* - E_f^*$	577	0	1,24(1)	1,341(4)	0	0,069	0,073
11, 13 - 17		270	0	1,17(2)	1,37(1)	0	0,073	0,078
1 - 7, 9 - 11, 13 - 17		847	0	1,16(1)	1,330(5)	0	0,076	-

Для того щоб знайти апроксимації, які описують енергетичну залежність положень максимумів/мінімумів, усі пари ядер були поділені на

де  $r_c = 1,4$  фм. Ми протестували декілька значень степеня  $n$ , і хоча дещо краще енергетична залежність описується при  $n = 0,2$  (а також при логарифмічній залежності [1]), нами було вибрано  $n = 0,5$  при якому параметр  $r_d$  не набував дуже великих значень. Зменшення дифракційного радіуса  $R_d(E)$  ( $\beta < 0$ ) можна пояснити зменшенням ефективного радіуса уявної частини оптичного потенціалу [4]. У свою чергу кулонівська взаємодія призводить до зменшення ефективного параметра зіткнення при низьких енергіях, що відображено останнім множником у формулі (4). Для кожної з 17 пар взаємодіючих ядер в області енергій  $E_i - E_f$  були підігнані параметри  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $r_d$  і  $\beta$ . У табл. 1 у десятому стовпчику наведено значення  $\delta_1$  – середньоквадратичні відхилення положень максимумів від апроксимації (3). Оскільки параметри  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $r_d$  і  $\beta$  корелюють, зафіксуємо параметри  $\alpha = 0,678$  і  $\beta = -0,0249$  (див. табл. 2 для систем ядер 1 - 7, 9, 10) однаковими для всіх пар ядер та знайдемо параметри  $\gamma$  і  $r_d$ . Отримані параметри  $r_d$  (для максимумів) для всіх пар ядер показано на рис. 2 зафарбованими кружечками (одне з ядер  $^{12}\text{C}$ ) та зафарбованими трикутниками (одне з ядер  $^{16}\text{O}$ ). Знайдені таким же чином параметри  $r_d$  для мінімумів з  $\alpha = 1,28$  і  $\beta = -0,0228$  (табл. 3 для систем ядер 1 - 7, 9, 10) у межах похибок не відрізняються від  $r_d$  для максимумів. Як видно з рис. 2, урахування енергетично залежних множників призводить до збільшення значень параметрів  $r_d$  на 0,1 - 0,2 фм. Також можна зазначити, що значення параметрів  $r_d$  для всіх пар ядер відхиляються від їхнього середнього значення не більше ніж на 4 %, у той час таке відхилення для пари  $^{16}\text{O} + ^9\text{Be}$  становить 10 %, для пари  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be}$  – 20 %. Середньоквадратичний радіус уявної частини потенціалу для цих двох пар ядер для різних енергій теж значно більший, ніж для інших систем ядер, що розглянуті в цій роботі.

3 групи: пари з номерами 1 - 7, 9, 10 (згідно з табл. 1) – група I, пари з номерами 11, 13 - 17 ( $^{16}\text{O} + ^9\text{Be}$  та  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be}$  було виключено з розгля-

ду) – група II, група III об'єднувала пари ядер груп I та II. У табл. 2 та 3 наведено апроксимації енергетичної залежності положень максимумів/мінімумів для всіх трьох груп для різних діапазонів енергій:  $E_i - E_f$  згідно з формулою (3);  $E_i^* - E_f$  згідно з формулою (3) з  $\gamma = 0$ ;  $E_i^* - E_f^*$  згідно з формулою (1). У цих таблицях  $N_{peak}$  – сумарна кількість піків у всьому діапазоні енергій та всіх пар ядер групи,  $\delta_1$  – середньоквадратичне відхилення положень максимумів/мінімумів від відповідної апроксимації,  $\delta_2$  – середньоквадратичне відхилення положень максимумів/мінімумів пар ядер груп I та II від апроксимації групи III.

Порівняння значень  $\delta_1$  та  $\delta_2$  в табл. 2 та 3 дає підставу стверджувати, що для діапазонів енергій  $E_i^* - E_f$ ,  $E_i^* - E_f^*$  відповідні апроксимації для групи III добре описують положення максимумів/мінімумів обох груп I та II ( $\delta_1$  та  $\delta_2$  відрізняються незначно). У той же час апроксимація для групи III не підходить для групи II в діапазоні енергій  $E_i - E_f$  ( $\delta_2$  значно більше  $\delta_1$ ).

Дифракційна модель дає значення параметра  $\alpha = 0,766$  для максимумів і  $\alpha = 1,22$  для мінімумів [1], які можна порівняти з отриманими параметрами  $\alpha$  в табл. 2 та 3.

### Основні результати та висновки

Виконано систематичний аналіз кутових розподілів пружного розсіяння при взаємодії 17 пар ядер у широкому інтервалі енергій налітаючих іонів від 1 до 200 МеВ/нуклон. Отримано набори параметрів оптичного потенціалу при кожній

енергії окремо для опису пружного розсіяння цих систем.

Виявлено виразний дифракційний характер розсіяння в області малих переданих імпульсів ( $q < 3-4 \text{ фм}^{-1}$ ) у всьому діапазоні енергій.

Знайдено, що положення перших восьми дифракційних максимумів та мінімумів у перерізах пружного розсіяння ядер при взаємодії цих 17 пар ядер слабо залежать від енергії налітаючого іона в усьому інтервалі енергій, що говорить про незмінність геометричних розмірів області поглинання зі зміною енергії. Цю енергетичну залежність було описано відповідними параметризованими функціями в трьох енергетичних діапазонах. Показано еквідистантність по  $q$  положень максимумів і мінімумів.

Виявлено, що зміна положень максимумів та мінімумів з енергією є плавною (для енергій більше 2 - 4 МеВ/нуклон) та подібною для всіх пар взаємодіючих ядер. Знайдено апроксимації та єдині параметри до них, що добре описують положення дифракційних максимумів та мінімумів перерізів пружного розсіяння 15 із 17 проаналізованих взаємодіючих пар. Положення максимумів та мінімумів пружного розсіяння  $^{16}\text{O} + ^9\text{Be}$  та  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be}$  не можна описати цією апроксимацією з єдиними параметрами, оскільки ці системи мають значно більший дифракційний радіус (поглинання) за рахунок слабкозв'язаного ядра  $^9\text{Be}$ , що підтверджується тим, що середньоквадратичний радіус уявної частини потенціалу для цих двох пар ядер значно більший, ніж для інших систем ядер, що розглянуті в цій роботі.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Понкратенко О.А., Рудчик А.А., Рудчик А.Т. та ін. Глобальні потенціали взаємодії для дифракційного розсіяння  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  та  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  у широкому діапазоні енергій // Ядерна фізика та енергетика. - 2014. - Т. 15, № 3. - С. 222 - 230.
2. Khoa D.T., Oertzen W., Bohlen H.G. et al. Study of diffractive and refractive structure in the elastic  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  scattering at incident energies ranging from 124 to 1120 MeV // Nucl. Phys. A. - 2000. - Vol. 672. - P. 387 - 416.
3. Cole A.J., Longuequeue N., Cavaignac J.F.  $^{16}\text{O} - ^{12}\text{C}$  scattering: description of the gross structure features using an optical model // Le Journal de Physique. - 1977. - Vol. 38. - P. 1043 - 1049.
4. Понкратенко О.А., Улещенко В.В., Ширма Ю.О. Енергетична залежність розсіяння ядер  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  // Ядерна фізика та енергетика. - 2013. - Т. 14, № 3. - С. 239 - 246.
5. Nicoli M.P., Haas F., Freeman R.M. et al. Detailed study and mean field interpretation of  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  elastic scattering at seven medium energies // Phys. Rev. C. - 2000. - Vol. 61. - P. 034609.
6. Bohlen H.G., Chen X.S., Cramer J.G. et al. Refractive Scattering and the Nuclear Rainbow in the Interaction of  $^{12}, ^{13}\text{C}$  with  $^{12}\text{C}$  at 20 MeV/N // Z. Phys. A. - 1985. - Vol. 322. - P. 241 - 261.
7. Yang Y.X., Li Q.R.  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  elastic scattering in an  $\alpha$ -folding model // Phys. Rev. C. - 2005. - Vol. 72. - P. 054603.
8. Nair K.G., Voit H., Towsley C.W. et al. Transfer reactions with heavy ions on light nuclei // Phys. Rev. C. - 1975. - Vol. 12. - P. 1575 - 1585.
9. Fulmer C.B., Satchler G.R., Erb K.A. et al. Elastic and inelastic scattering of 158 MeV  $^9\text{Be}$  ions // Nucl. Phys. A. - 1984. - Vol. 427. - P. 545 - 567.
10. Mateja J.F., Frawley A.D., Kovar D.G. et al.  $^{10}\text{C}$  and  $^{11}\text{B} + ^{12}\text{C}$  reactions from 4 to 9 MeV/nucleon // Phys. Rev. C. - 1985. - Vol. 31. - P. 867.
11. Bradlow H.S., Rae W.D.M., Fisher P.S. et al. A DWBA analysis of heavy ion  $\alpha$ -transfer reactions on  $^{16}\text{O}$  // Nucl. Phys. A. - 1979. - Vol. 314. - P. 171 - 206.
12. Chua L.T., Becchetti F.D., Jänecke J. et al.  $^6\text{Li}$  elastic scattering on  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{74}\text{Ge}$ ,  $^{124}\text{Sn}$ ,  $^{166}\text{Er}$  and  $^{208}\text{Pb}$  at  $E(^6\text{Li}) = 50.6 \text{ MeV}$  // Nucl. Phys. A. - 1976. - Vol. 273. - P. 243 - 252.
13. Nadasen A., Brusoe J., Farhat J. et al. Unique potentials

for the elastic scattering of 350 MeV  ${}^7\text{Li}$  from  ${}^{12}\text{C}$  and  ${}^{28}\text{S}$  // Phys. Rev. C. - 1995. - Vol. 52. - P. 1894 - 1899.  
14. Cook J., Gils H.J., Rebel H. et al. Optical model stu-

dies of  ${}^6\text{Li}$  elastic scattering at 156 MeV // Nucl. Phys. A. - 1982. - Vol. 388. - P. 173 - 186.

**О. А. Понкратенко, Вал. М. Пирнак, А. А. Рудчик,  
Ю. Н. Степаненко, В. В. Улещенко, Ю. О. Ширма**

*Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев*

**АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ ПОЛОЖЕНИЙ ДИФРАКЦИОННЫХ ЭКСТРЕМУМОВ  
УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ  
ОТ ЭНЕРГИИ НАЛЕТАЮЩЕГО ИОНА**

Проанализирована дифракционная область имеющихся экспериментальных дифференциальных сечений упругого рассеяния тяжелых ионов на легких ядрах для 17 пар взаимодействующих ядер с  $4 \leq A \leq 20$  в широком интервале энергий налетающих ионов от 1 до 100 МэВ/нуклон. Положения дифракционных максимумов и минимумов в координатах переданного импульса в зависимости от энергии налетающего иона демонстрируют плавное поведение при энергиях выше  $2 \div 4$  МэВ/нуклон, а при энергиях до  $30 \div 40$  МэВ/нуклон – практически не зависят от энергии. Эти энергетические зависимости положений максимумов (минимумов) удается параметризовать простыми функциями. Найдены параметризации, которые хорошо описывают энергетическую зависимость положений максимумов (минимумов) экспериментальных дифференциальных сечений упругого рассеяния, для всех групп ядер, которые сталкиваются, с одними и теми же параметрами.

*Ключевые слова:* дифракционное рассеяние, упругое рассеяние, тяжелые ионы, энергетическая зависимость, дифракционные максимумы (минимумы), оптическая модель.

**O. A. Ponkratenko, Val. M. Pirnak, A. A. Rudchik,  
Yu. M. Stepanenko, V. V. Uleschenko, Yu. O. Shyrma**

*Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv*

**ANALYSIS OF THE DEPENDENCE PARAMETRIZATION OF THE ALLOCATIONS OF HEAVY IONS ON  
LIGHT NUCLEI ELASTIC SCATTERING DIFFRACTION MAXIMA FROM THE PROJECTILE ENERGY**

Diffraction range of available experimental differential cross sections of heavy ions on light nuclei elastic scattering for the interactive nuclei 17 pairs with  $4 \leq A \leq 20$  have been analyzed in the projectile energy wide interval from 1 to 100 MeV/nucleon. Diffraction maxima and minima positions in the transferred momentum coordinates depending on projectile energy demonstrate smooth behavior at energies higher  $2 \div 4$  MeV/nucleon and at energies to  $30 \div 40$  MeV/nucleon – practically does not depend on energy. These energy dependences of maxima (minima) positioni can be parameterized by simple functions. It was found the suitable approximations that describe reasonable the energy dependence of the maxima (minima) positions of the experimental elastic scattering differential cross sections. These approximations were evaluated with the same parameters for all colliding nuclei groups.

*Keywords:* diffraction scattering, elastic scattering, heavy ions, energy dependence, diffraction maxima (minima), optical model.

REFERENCES

1. Ponkratenko O.A., Rudchik A.A., Rudchik A.T. et al. Global potential of interaction for  ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$ - and  ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ -diffractive scattering in the wide energy range // Nucl. Phys. At. Energy. - 2014. - Vol. 15, No. 3. - P. 222 - 230. (Ukr)
2. Khoa D.T., Oertzen W., Bohlen H.G. et al. Study of diffractive and refractive structure in the elastic  ${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O}$  scattering at incident energies ranging from 124 to 1120 MeV // Nucl. Phys. A. - 2000. - Vol. 672. - P. 387 - 416.
3. Cole A.J., Longuequeue N., Cavaignac J.F.  ${}^{16}\text{O} - {}^{12}\text{C}$  scattering: description of the gross structure features using an optical model // Le Journal de Physique. - 1977. - Vol. 38. - P. 1043 - 1049.
4. Ponkratenko O.A., Uleshchenko V.V., Shyrma Yu.O. Energy dependence of the  ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$  potential of interaction // Nucl. Phys. At. Energy. - 2013. - Vol. 14, No. 3. - P. 239 - 246. (Ukr)
5. Nicoli M.P., Haas F., Freeman R.M. et al. Detailed study and mean field interpretation of  ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$  elastic scattering at seven medium energies // Phys. Rev. C. - 2000. - Vol. 61. - P. 034609.
6. Bohlen H.G., Chen X.S., Cramer J.G. et al. Refractive Scattering and the Nuclear Rainbow in the Interaction of  ${}^{12}, {}^{13}\text{C}$  with  ${}^{12}\text{C}$  at 20 MeV/N // Z. Phys. A. - 1985. - Vol. 322. - P. 241 - 261.
7. Yang Y.X., Li Q.R.  ${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O}$  elastic scattering in an  $\alpha$ -folding model // Phys. Rev. C. - 2005. - Vol. 72. - P. 054603.
8. Nair K.G., Voit H., Towsley C.W. et al. Transfer reactions with heavy ions on light nuclei // Phys. Rev. C. - 1975. - Vol. 12. - P. 1575 - 1585.
9. Fulmer C.B., Satchler G.R., Erb K.A. et al. Elastic and inelastic scattering of 158 MeV  ${}^9\text{Be}$  ions //

- Nucl. Phys. A. - 1984. - Vol. 427. - P. 545 - 567.
10. *Mateja J.F., Frawley A.D., Kovar D.G. et al.*  $^{10}\text{C}$  and  $^{11}\text{B} + ^{12}\text{C}$  reactions from 4 to 9 MeV/nucleon // Phys. Rev. C. - 1985. - Vol. 31. - P. 867.
11. *Bradlow H.S., Rae W.D.M., Fisher P.S. et al.* A DWBA analysis of heavy ion  $\alpha$ -transfer reactions on  $^{16}\text{O}$  // Nucl. Phys. A. - 1979. - Vol. 314. - P. 171 - 206.
12. *Chua L.T., Becchetti F.D., Jänecke J. et al.*  $^6\text{Li}$  elastic scattering on  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{74}\text{Ge}$ ,  $^{124}\text{Sn}$ ,  $^{166}\text{Er}$  and  $^{208}\text{Pb}$  at  $E(^6\text{Li}) = 50.6$  MeV // Nucl. Phys. A. - 1976. - Vol. 273. - P. 243 - 252.
13. *Nadasen A., Brusoe J., Farhat J. et al.* Unique potentials for the elastic scattering of 350 MeV  $^7\text{Li}$  from  $^{12}\text{C}$  and  $^{28}\text{S}$  // Phys. Rev. C. - 1995. - Vol. 52. - P. 1894 - 1899.
14. *Cook J., Gils H.J., Rebel H. et al.* Optical model studies of  $^6\text{Li}$  elastic scattering at 156 MeV // Nucl. Phys. A. - 1982. - Vol. 388. - P. 173 - 186.

Надійшла 21.07.2015  
Received 21.07.2015