

УДК 369.04

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА РАСЧЕТА ТАРИФНЫХ СТАВОК В СТРАХОВАНИИ ЖИЗНИ

Мазорчук М. С., Базилевич К. А.

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»,
г. Харьков, Украина

В работе описывается структура информационной системы, предназначенной для моделирования процесса смертности и расчета тарифных ставок в страховании жизни. На программном уровне реализованы расчеты тарифных ставок для краткосрочного и долгосрочного страхования жизни на основе модели индивидуальных рисков, а также решен ряд задач актуарной математики.

Ключевые слова: тарифные ставки, страхование жизни, информационные системы, программное моделирование

Введение. Наиболее эффективной формой социальной защиты, успешно функционирующей во многих странах, является страхование. Страхование жизни выполняет множество социальных функций, снижая при этом финансовую нагрузку на государство.

В нашей стране страхование находится на начальном этапе своего развития. Это связано с целым рядом причин. Основная из них заключается в длительном отсутствии свободных рыночных отношений, а как следствие, отсутствии актуарной науки в целом. В настоящее время появился огромный интерес к этой сфере деятельности, что связано с большой потребностью как специалистов в области страхования, так и программных средств, предназначенных для реализации сложных и трудоемких расчетов в сфере актуарной математики [1, 2]. На данном этапе можно говорить о слабой разработанности тематики, особенно в условиях рыночной экономики Украины, а также об отсутствии инструментариев, при помощи которых можно было бы достоверно анализировать статистические данные и получать конкретные практические результаты в сфере страхования жизни. Поэтому актуальным является разработка математических и алгоритмических моделей, а также информационных систем по расчету страховых тарифов для различных видов страхования.

Целью данной работы является разработка информационной системы, предназначенной для моделирования процесса смертности, формирования таблиц дожития, на основании которых осуществляется расчет тарифных ставок для краткосрочного и долгосрочного страхования жизни, а также решения различных задач актуарной математики.

1. Структура информационной системы

Наиболее важным этапом создания любой информационной системы является этап проектирования, где определяются основные задачи, которые требуется реализовать в рамках проекта. Для проектирования предложенной системы был использован СА ERwin Data Modeler – мощнейший

программный инструментарий в области реализации средств case-технологий, который позволяет проводить моделирование, анализ и построение мета-моделей данных [3]. В данном контексте были использованы две методологии: IDEF0 и IDEF3 [4]. Разработанные на этапе проектирования модели функционирования системы “Life_Insurance” представлены на рисунках 1 и 2.

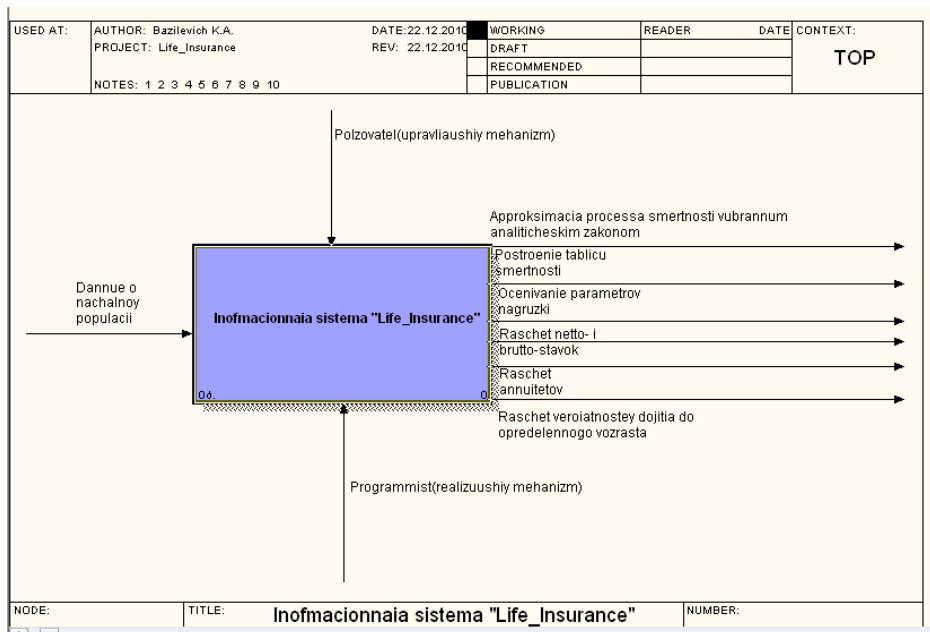


Рис. 1. Модель системы “Life_Insurance”

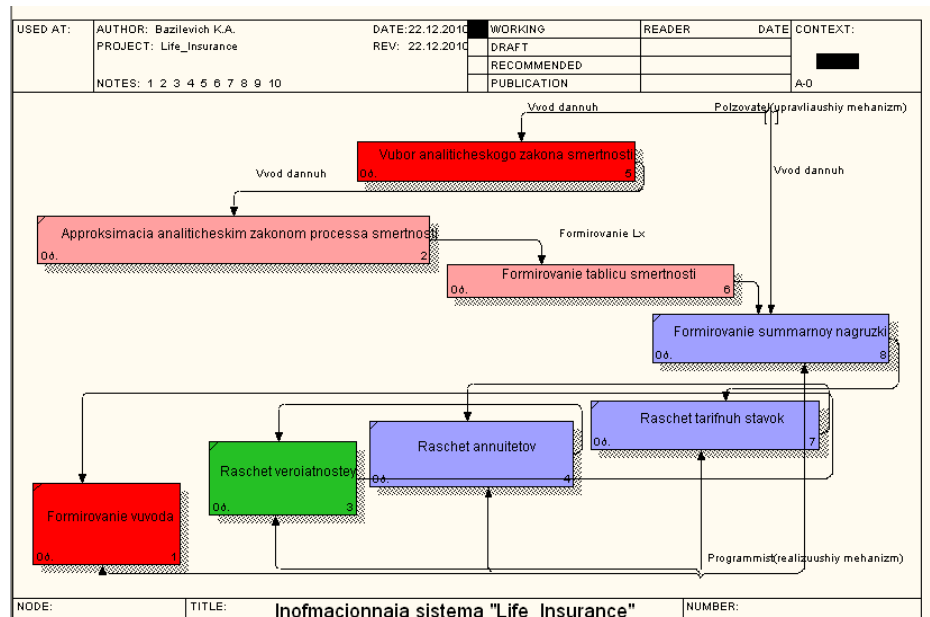


Рис. 2. Модель модульного разделения системы “Life_Insurance”

Для работы информационной системы необходимо задавать начальную популяцию, на основании которой будет осуществляться моделирование таблиц смертности с помощью методов аппроксимации по известным аналитическим законам [5]. ВР-модель, отображающая основные расчеты, реализованные в системе, представлена на рис. 1.

Информационная система “Life_Insurance” имеет модульную структуру. Каждый модуль служит для решения конкретной задачи. ВР-модель такого разделения изображена на рис. 2.

Первые три модуля предназначены для ввода данных, выбора аналитического закона смертности и дальнейшего построения таблицы смертности. Четвертый, пятый, шестой и седьмой модули – для расчета всех необходимых показателей. Восьмой – для формирования конкретного вывода о полученных результатах.

В проекте были реализованы следующие задачи:

1. Моделирование процесса смертности популяции в возрасте от 0 до 99 лет, путем аппроксимации рассматриваемыми аналитическими законами смертности: де Муавра, Гомперца, Мэйкхама и Вейбулла.

2. Построение таблицы смертности и коммутационных чисел на основе данных, полученных из пункта 1.

3. Формирование и оценка параметров нагрузки для страхования жизни.

4. Расчет с определенной вероятностью тарифных ставок для краткосрочного и долгосрочного страхования жизни, исходя из той суммы, которую хочет получить пользователь в случае своей смерти.

5. Расчет аннуитетов для долгосрочного страхования жизни.

6. Расчет вероятностей дожития до определенного возраста.

7. Расчет абсолютной ставки, которую должна будет выплатить компания в случае наступления всех страховых случаев.

Перечень задач для решения определялся на основе требований страховой компанией, для которой необходимо знать величину своего максимального убытка и вероятности наступления рисков событий, а также интересами страхуемого, который должен знать реальную цену страховой премии, исходя из планируемой страховой выплаты. В основу расчета тарифных ставок была положена модель индивидуальных рисков, которая предполагает независимость случайных потерь (убытков) объектов страхования [5].

2. Программное моделирование процесса смертности и расчет тарифных ставок

В силу ограниченности объема статьи рассмотрим более подробно несколько задач из выше приведенного списка, реализованных в системе “Life_Insurance”.

Задача 1. Проведем моделирование процесса смертности популяции в возрасте от 0 до 99 лет путем аппроксимации аналитическими законами смертности и построим таблицу смертности.

Выберем закон Гомперца. Начальная популяция составляет $l_0=100\ 000$ человек. Число лиц, доживших до определенного возраста x , определяется из следующего соотношения:

$$l_x = l_0 s^x$$

где x – возраст (т.к. таблица формируется для всех возрастов, $x = 0.99$).

Функция дожития по закону Гомперца имеет вид:

$$s_x = \text{Exp} \left[-\beta * \frac{e^{\alpha x} - e}{\alpha} \right],$$

где коэффициенты $\beta=0,001240175$, $\alpha=0,001935$, которые были определены экспериментальным путем на основе статистических данных [1].

Значения показателей таблицы смертности для нулевого и первого года жизни будут равны:

$$s_0 = 1;$$
$$s_1 = \text{Exp} \left[-0,001240175 * \frac{e^{0,001935 * 1} - e}{0,001935} \right] = 0,998759;$$
$$l_1 = 100000 * 0,998759 = 99875,9394.$$

Число умерших при переходе из возраста x в возраст $x+1$ определяется по формуле:

$$d_x = l_x - l_{x+1}.$$

Вычислим число умерших при переходе от 0 до 1-го года жизни:

$$d_0 = l_0 - l_1 = 100000 - 99875,9394 = 124,0605.$$

Вероятность умереть в возрасте x , не дожив до возраста $x+1$ находим по формуле:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}$$

Тогда вероятность для первого года жизни будет составлять:

$$q_0 = \frac{d_0}{l_0} = \frac{124,0605}{100000} = 0,0012406.$$

Вероятность дожить до интересующего возраста определяется как:

$$p_x = 1 - q_x$$

Таким образом, вероятность дожить до первого года жизни составляет:

$$p_0 = 1 - q_0 = 1 - 0,0012406 = 0,99875939.$$

Аналогично проводятся вычисления для последующих значений возрастов x . Также можно рассчитать и коммутационные числа, которые целесообразно использовать для упрощения расчетов [1, 6]. На рис. 3 приведены результаты расчетов с помощью системы “Life_Insurance”, которые полностью совпадают с результатами расчета вручную.

Задача 2. Требуется рассчитать с определенной вероятностью нетто- и брутто-ставки для краткосрочного и долгосрочного страхования жизни, исходя из той суммы, которую хочет получить страхующийся в случае своей смерти.

Пусть человеку, который решил застраховать свою жизнь, на данном этапе 20 лет. Он заключает договор страхования при условии, что в случае смерти в течение года его родственникам будет выплачено 100 000 грн.

1) Рассчитаем нетто- и брутто-ставки для краткосрочного страхования с вероятностью 0,98.

Введем входные параметры модели. Предположим, что количество договоров страхования $N = 300$. Сумму к выплате b определяем равную 100 000 грн. Вероятность смерти в течении года q на основании таблицы смертности составит 0,00128952 (рис. 4).

The screenshot shows the 'Life_Insurance' application window. On the left, there are input fields for parameters: Age (20), Time in force (5), Number of years (10), Limit (5), Frequency (6), Payout (100000), Number of contracts (300), Intensity (0.06), and Probability (0.98). The main area displays a 'ТАБЛИЦА СМЕРТНОСТИ' (Mortality Table) with columns for age (x), Lx, Dx, Qx, Px, CDx, CMx, and CNx. The table contains data for ages 0 to 17.

x	Lx	Dx	Qx	Px	CDx	CMx	CNx
0	100000	124,060...	0,0012406050773547	0,998759394922...	100000	2036,08990...	168915...
1	99875,9...	124,146...	0,00124300647747232	0,9987569393522...	94097,70942227...	1919,20680...	158915...
2	99751,7...	124,232...	0,00124541252300576	0,998754587476...	88543,57629199...	1809,00958...	149505...
3	99627,5...	124,317...	0,00124782322293003	0,998752176777...	83317,07608955...	1705,11606...	140651...
4	99503,2...	124,402...	0,00125023958623752	0,998749761413...	78398,893556236	1607,16588...	132315...
5	99378,8...	124,487...	0,00125265862193808	0,998747341378...	73770,85148704...	1514,81926...	124475...
6	99254,3...	124,572...	0,0012550833390589	0,998744916660...	69415,843714227	1427,75584...	117102...
7	99129,7...	124,656...	0,00125751274664445	0,998742487253...	65317,772035025	1345,67357...	110161...
8	99005,1...	124,741...	0,00125994685375667	0,998740053146...	61461,48685170...	1268,28766...	103625...
9	98880,3...	124,825...	0,00126238566947504	0,998737614330...	57832,73130543...	1195,32957...	974835...
10	98755,5...	124,908...	0,00126482920289621	0,998735170797...	54418,08869841...	1126,54612...	917001...
11	98630,6...	124,992...	0,00126727746313518	0,998732722536...	51204,93301098...	1061,69860...	862583...
12	98505,6...	125,075...	0,00126973045932351	0,998730269540...	48181,38233146...	1000,56195...	811375...
13	98380,5...	125,158...	0,00127218820061065	0,998727811799...	45336,25502742...	942,923942...	763195...
14	98255,4...	125,241...	0,00127465069616461	0,998725349303...	42659,02849707...	888,584499...	717865...
15	98130,1...	125,323...	0,0012771179551692	0,998722882044...	40139,80034906...	837,354975...	675201...
16	98004,8...	125,406...	0,00127958998682822	0,998720410013...	37769,251867583	789,057504...	635061...
17	97879,4...	125,487...	0,0012820680036107	0,998717933199...	35538,61362858...	743,524386...	597292...

Рис. 3. Расчет таблицы смертности и коммутационных чисел

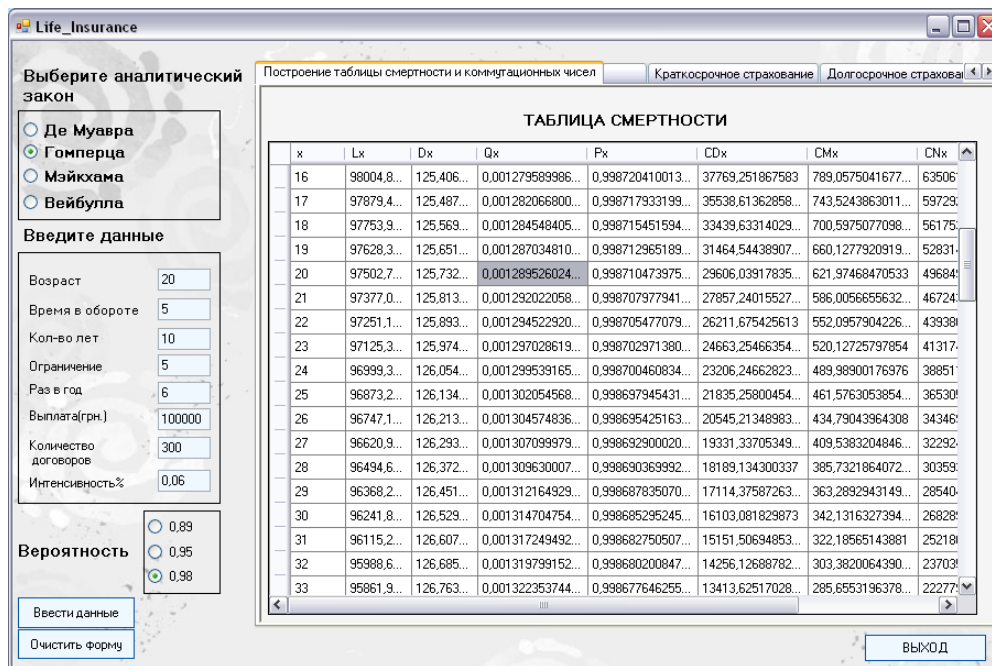


Рис. 4. Таблица смертности и вероятность умереть в течении года в возрасте 20 лет

Примем величину страховой премии в качестве единицы измерения денежных сумм. В этом случае выплаты по i -му договору X_i принимают два значения – 0 и 1 с вероятностями $1-q$ и q соответственно. Поэтому, средняя величина выплат составляет: $E X_i = 1 - q + q \cdot 0 = q$, а дисперсия равна: $Var X_i = E X_i^2 - E X_i^2 = q - q^2 \approx 0,0013$.

Теперь для среднего значения и дисперсии суммарных выплат $S = X_1 + \dots + X_n$ имеем: $ES = N \cdot E X_i = 300 \cdot 0,0013 = 0,3869$; $Var S = N \cdot Var X_i = 300 \cdot 0,0013 \approx 0,3864$.

Используя гауссовское приближение для центрированной и нормированной величины суммарных выплат, мы можем представить вероятность выплаты компанией указанной суммы в следующем виде:

$$P(S \leq u) = P\left(\frac{S - ES}{\sqrt{Var S}} \leq \frac{u - ES}{\sqrt{Var S}}\right) \approx \Phi\left(\frac{u - 0,3869}{0,6216}\right).$$

Если мы хотим, чтобы вероятность была равна $x_{98\%} = 1,24$, то величина $\left(\frac{u - 0,3869}{0,6216}\right)$ должна быть равна 1,24 т.е. $u = 1,24 \cdot 0,6216 + 0,3869 = 1,16269$ (величина страховой суммы на 100 грн). Для 100 000 грн. нетто-ставка будет равна:

$$T_n = \frac{1,6269 \cdot 100000}{100} = 1626,9 \text{ грн.}$$

Рассчитаем теперь брутто-ставку по формуле $T_b = \frac{T_n}{1-f}$, где f – нагрузка, которая для нашего случая составит 20% (рис. 5).

Брутто-ставка будет равна:

$$T_b = \frac{1626,9}{1-0,2} = 2033,6 \text{ грн.}$$

2) Рассмотрим долгосрочное страхование жизни для тех же начальных условий.

Предположим, что остаточное время жизни застрахованного характеризуется интенсивностью смертности $\mu=0,04$, а процентная ставка (интенсивность начисления процентов) равна $\delta=6\%$.

Поскольку при долгосрочном страховании следует учитывать временные изменения стоимости денежных средств, то нетто-премию находим из следующего соотношения:

$$p_0 = \bar{A}_x = E\bar{Z}_x = \int_0^{\infty} v^t f_x t dt$$

где \bar{A}_x - среднее значение приведенного дохода;

\bar{Z}_x - приведенная стоимость единичной страховой суммы;

$v = e^{-\delta}$ - коэффициент дисконтирования, т.к. начисление процентов производится постоянно ($\delta = \ln 1+i$);

t - время действия договора страхования;

$f_x t$ - плотность остаточного времени жизни.

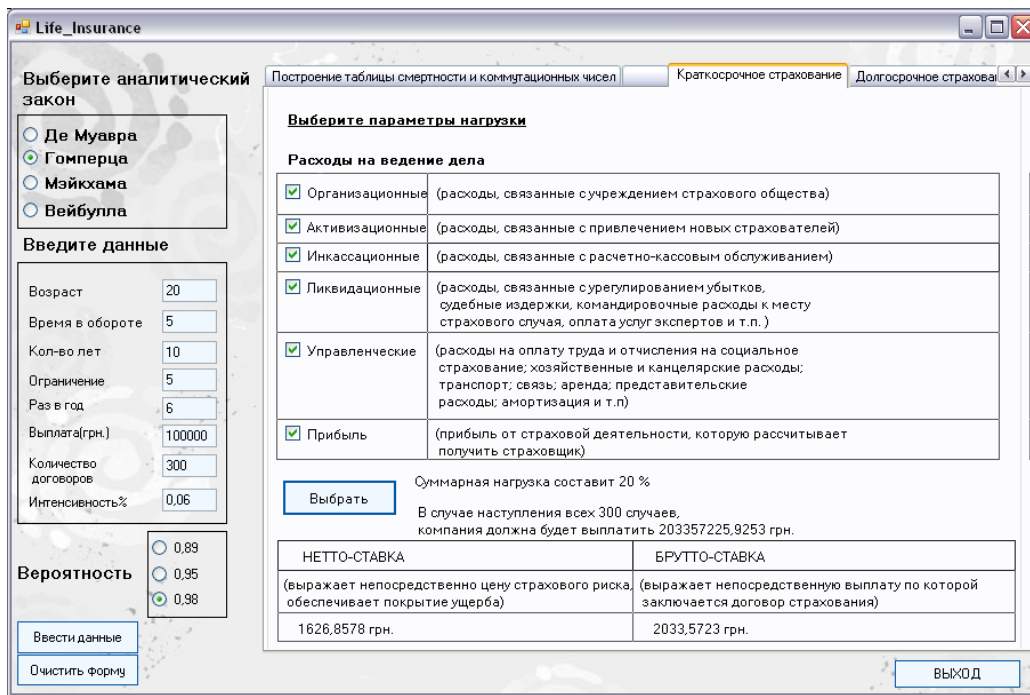


Рис. 5. Выбор параметров нагрузки и расчет тарифных ставок для краткосрочного страхования жизни

Поскольку интенсивность смертности известна из условия, можно найти функцию выживания:

$$s_x \ t = e^{-\mu t},$$

что, в свою очередь, дает следующую формулу для $f_x \ t$:

$$f_x \ t = \mu e^{-\mu t}$$

Нетто-премия составит:

$$p_0 = \bar{A}_x = \int_0^{\infty} \mu e^{-\mu+\delta t} dt = \frac{\mu}{\mu + \delta} = \frac{0,04}{0,04 + 0,06} = 0,4.$$

Второй момент современной величины выплат по индивидуальному договору может быть получен из этой формулы заменой δ на 2δ :

$$EZ_x^2 = \frac{\mu}{\mu + 2\delta} = \frac{0,04}{0,16} = 0,25.$$

Следовательно,

$$Var\bar{Z}_x = EZ_x^2 - (EZ_x)^2 = 0,25 - 0,16 = 0,09.$$

Теперь можно подсчитать относительную страховую надбавку:

$$\Theta = x_{\alpha} \frac{\sqrt{\text{Var}\bar{Z}_x}}{A_x \sqrt{N}} = 1,24 \frac{\sqrt{0,09}}{0,4\sqrt{300}} = 16,108 \%$$

Рассчитаем сначала брутто-ставку:

$$T_b = \frac{\mu}{\mu + \delta} \cdot 1 + \Theta \cdot b = 0,4 \cdot 17,108 \cdot 1000 = 6843,3 \text{ грн.}$$

Тогда нетто-ставка будет равна: $T_n = T_b \cdot 1 - f = 6843,3 \cdot 0,8 = 5474,64 \text{ грн.}$

Полученные результаты представлены на рис. 6.

The screenshot shows the 'Life_Insurance' application window. On the left, there are options for selecting an analytical law (De Moivre, Gompertz, Makeham, Weibull) and input fields for 'Введите данные' (Enter data) such as age (20), time in service (5), number of years (10), limit (5), frequency (6), payment (100000), number of contracts (300), and intensity (0.06). There are also probability options (0.89, 0.95, 0.98) and buttons for 'Ввести данные' and 'Очистить форму'.

The main area is titled 'Аннуитеты' (Annuities) and contains a table with the following data:

ПРЕНУМЕРАНДО(ПОЖИЗНЕННЫЕ)		ПОСТНУМЕРАНДО(ПОЖИЗНЕННЫЕ)	
Немедленные	Отложенные	Немедленные	Отложенные
16,782 грн. Если 6 раз(а) в год 100,6922 грн.	12,3389 грн. Если 6 раз(а) в год 74,0332 грн.	15,782 грн. Если 6 раз(а) в год 94,6922 грн.	11,6013 грн. Если 6 раз(а) в год 69,6081 грн.
Ограниченные на 5 лет 4,4432 грн.	Ограниченные на 5 лет 3,2769 грн.	Ограниченные на 5 лет 4,1807 грн.	Ограниченные на 5 лет 3,0833 грн.

Below the table, it states: 'Суммарная нагрузка составит 20 %' and 'В случае наступления всех 300 случаев, компания должна будет выплатить 684322900,4156 грн.' At the bottom, there is a table comparing 'НЕТТО-СТАВКА' (5474,5832 грн.) and 'БРУТТО-СТАВКА' (6843,229 грн.).

Рис. 6. Расчет тарифных ставок и аннуитетов для долгосрочного страхования жизни

Остальные функциональные возможности программы представлены на рис. 7.

Выводы

Таким образом, в данной работе представлена структура информационной системы для расчета тарифных ставок в страховании жизни, предложена ее программная реализация, рассмотрены некоторые задачи актуарных расчетов. В основу разработанной системы положены

математические методы и модели расчета страховых тарифов для краткосрочного и долгосрочного страхования на основе модели индивидуального риска. Данная система может использоваться страховыми компаниями для проведения расчетов в области страхования жизни.

The screenshot shows a software window titled 'Life_Insurance' with a tabbed interface. The 'Результаты' (Results) tab is active, displaying the following data:

Вероятности дожития и смерти

$P\{\text{прожить 5 лет, лицом, дожившим до возраста 20 лет}\} = 0,9935$
$P\{\text{прожить еще 1 год лицом, дожившим до возраста 20 лет}\} = 0,9987$
$P\{\text{умереть в интервале от 20 до 25}\} = 0,0065$
$P\{\text{дожить до возраста 20 лет и умереть в возрасте 30 лет в течении года}\} = 0,001$
$P\{\text{дожить до 20 лет и умереть в возрасте от 30 до 35 лет}\} = 0,0065$

Выводы:

- Чтобы получить сумму 100000 грн. по краткосрочному страхованию в случае смерти с вероятностью 0,98 при условии существования еще 299 договоров, необходимо внести платеж в размере 1626,8578 грн.
- Чтобы получить сумму 100000 грн. по долгосрочному страхованию в случае смерти с вероятностью 0,98 при условии существования еще 299 договоров, необходимо внести платеж в размере 6843,229 грн.

On the left side of the interface, there are input fields for 'Возраст' (20), 'Время в обороте' (5), 'Кол-во лет' (10), 'Ограничение' (5), 'Раз в год' (6), 'Выплата(грн.)' (100000), 'Количество договоров' (300), and 'Интенсивность%' (0,06). There are also radio buttons for 'Вероятность' (0,89, 0,95, 0,98) and buttons for 'Ввести данные' and 'Очистить форму'.

Рис. 7. Расчет вероятностей дожития и смерти и формирование вывода о рассчитанных тарифных ставках

Литература

1. Кошкин Г. М. Основы актуарной математики: учебное пособие / Г.М. Кошкин. – Томск: Томский гос. ун-тет, 2002. – 116 с.
2. Фалин Г. И. Актуарная математика в задачах / Г. И. Фалин, А. И. Фалин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 192 с.
3. CA ERwin Data Modeler [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://erwin.com/index.php?/products/detail/ca_erwin_data_modeler/.
4. Все о системном проектировании. Сравнительный анализ нотаций ARIS eEPC / IDEF0, IDEF3 [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://idefinfo.ru/content/view/43/25/>.
5. Денисов Д. В. Актуарная математика / Д. В. Денисов. – М.: МГУ, 2000. – 101 с.
6. Сущность актуарных расчетов. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://sumdu.telesweet.net/doc/lections/Strahovanie/17965/index.html>.

Мазорчук М. С., Базілевич К. А.

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА РОЗРАХУНКУ ТАРИФНИХ СТАВОК У СТРАХУВАННІ ЖИТТЯ

У роботі описується структура інформаційної системи, що призначена для моделювання процесу смертності та розрахунку тарифних ставок у страхуванні життя. На програмному рівні реалізовані розрахунки тарифних ставок для короткострокового та довгострокового страхування життя на основі моделі індивідуальних ризиків, а також рішено ряд задач актуарної математики.

Ключові слова: тарифні ставки, страхування життя, інформаційні системи, програмне моделювання

Mazorchuk M. S, Bazilevich K. A

INFORMATION SYSTEM CALCULATION OF TARIFF RATES IN LIFE INSURANCE

The paper describes the structure of an information system designed to simulate the process of death and the calculation of tariff rates in life insurance. Program-level calculations are implemented tariff rates for short-and long-term life insurance based on the model of individual risks, as well as a number of problems solved actuarial mathematics.

Key words: tariff rates, life insurance, information systems, software modeling