УДК 621.039.58

А. М. Дыбач, А. В. Носовский

Государственный научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности, г. Киев, Украина

Оценка вероятности превышения критериев безопасности

Рассмотрена в общей постановке задача по проверке соответствия вероятностных показателей безопасности нормативным критериям. Представлены соотношения для оценки вероятности превышения критерия безопасности при различных законах распределения численных результатов вероятностного анализа безопасности (ВАБ). Предложена шкала нормирования вероятности превышения критериев безопасности.

Ключевые слова: неопределенность, критерий безопасности, закон распределения, нормирование.

О. М. Дибач, А. В. Носовський

Оцінка ймовірності перевищення критеріїв безпеки

Розглянуто в загальній постановці задача з перевірки відповідності ймовірнісних показників безпеки нормативним критеріям. Наведено співвідношення для оцінки ймовірності перевищення критерію безпеки за різних законів розподілу чисельних результатів імовірнісного аналізу безпеки. Запропоновано шкалу нормування ймовірності перевищення критеріїв безпеки.

Ключові слова: невизначеність, критерій безпеки, закон розподілу, нормування.

© А. М. Дыбач, 2015

Действующая нормативная база по ядерной и радиационной безопасности требует абсолютного (безусловного) соблюдения установленных критериев безопасности. Данное детерминистическое требование распространяется и на область анализа безопасности ядерных установок, включая вероятностный анализ безопасности (ВАБ). Однако очевидно, что, учитывая неопределенность результатов вероятностных оценок, с малой, но определенной степенью вероятности критерии безопасности могут быть нарушены.

Критерии безопасности для АЭС Украины установлены в базовом нормативном документе по безопасности АЭС [1] на основании стандарта МАГАТЭ [2] в терминах частоты повреждения активной зоны (ЧПАЗ) и предельного аварийного выброса (ЧПАВ) для действующих и новых энергоблоков. В настоящее время, чтобы подтвердить соответствие уровня безопасности АЭС нормативным требованиям, рассчитанные по результатам выполнения ВАБ средние значения ЧПАЗ и ЧПАВ сравниваются с нормативными критериями безопасности. Неопределенность результатов вероятностных оценок либо не принимается во внимание, либо является предметом отдельного рассмотрения только узкого круга специалистов ВАБ в объеме ограниченного анализа, представляемого в отчетных материалах ВАБ.

Использование только средних значений ЧПАЗ и (или) ЧПАВ без учета их неопределенностей не позволяет учесть достоверность результатов расчетов при подтверждении соблюдения критериев безопасности и дальнейшем практическом применении ВАБ.

Вероятностным методам свойственны значительные неопределенности различной природы, требующие надлежащего рассмотрения и учета при принятии решений, влияющих на безопасность АЭС [3, 4]. Классификация и методы анализа неопределенностей ВАБ предложены в [5—7].

Цель данной статьи — оценка и нормирование вероятности превышения критериев безопасности для различных законов распределения численных результатов вероятностного анализа безопасности.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу проверки соответствия вероятностных показателей безопасности нормативным критериям в общей постановке. Пусть имеется некоторый показатель безопасности x_0 и его предельно допустимое значение $x_{доп}$ (нормативный критерий безопасности). Условие соблюдения критерия безопасности записывается следующим образом:

$$x_0 \le x_{доп}. \tag{1}$$

Выражение (1) описывает детерминистическую ситуацию анализа, когда предполагается наличие точного значения показателя безопасности x_0 и безусловное соблюдение (либо несоблюдение) критерия. Предположим наличие неопределенности в значении x_0 и будем рассматривать x_0 как математическое ожидание $x_0 = M[x]$ случайной величины x, распределенной по одному из известных законов распределения с плотностью вероятности $f(x)$ и функцией распределения $F(x)$.

Как следует из рис. 1, вероятность того, что случайная величина не превысит предельно допустимое значение $x_{доп}$, будет определяться значением функции распределения

$$P\left(x \le x_{доп}\right) = F\left(x_{доп}\right). \tag{2}$$

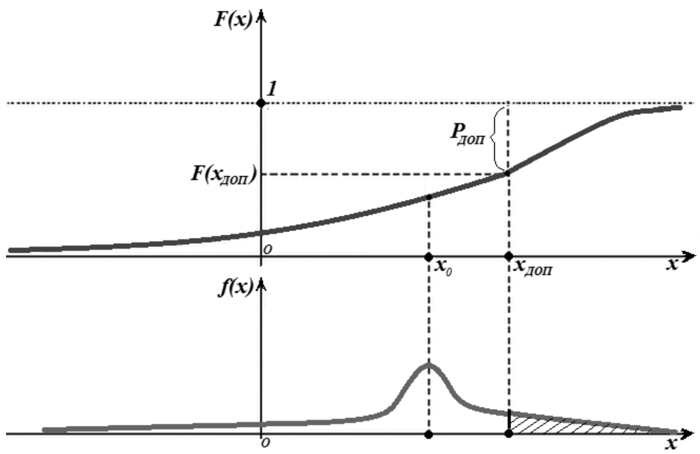

Рис. 1. Неопределенность значения показателя безопасности

Таким образом, при стохастической постановке задачи всегда имеется некоторая вероятность превышения предельно допустимого значения $x_{\text{доп}}$, которая будет определяться выражением

$$P_{\text{доп}} = P\left(x > x_{\text{доп}}\right) = 1 - P\left(x \le x_{\text{доп}}\right) = 1 - F\left(x_{\text{доп}}\right). \qquad (3)$$

На рис. 1 значение $P_{\text{доп}}$ равно площади заштрихованной области (правый «хвост») функции плотности вероятности $f(x)$:

$$P_{\text{доп}} = \int_{x_{\text{доп}}}^{\infty} f\left(x\right)dx = 1 - \int_{-\infty}^{x_{\text{доп}}} f\left(x\right)dx. \qquad (4)$$

Приемлемое значение вероятности превышения $P_{\text{доп}}$ допустимого значения критерия $x_{\text{доп}}$ — предмет отдельного исследования; из практических соображений можно утверждать, что это должна быть весьма малая величина.

В общем случае, для произвольного закона распределения получение интеграла $\int_{-\infty}^{x_{\text{доп}}} f\left(x\right)dx$ может представлять достаточно сложную задачу, так как он не всегда может быть выражен через элементарные функции. В ряде случаев решение задачи возможно только приближенно численными методами.

Таким образом, общий алгоритм действий при проверке соответствия критерию безопасности будет выглядеть следующим образом:

1. Рассчитать значение показателя безопасности x_0.
2. Задать значение $x_{\text{доп}}$.
3. Проверить условие (1). Если оно выполняется, перейти далее к п. 4.
4. Задать параметры неопределенности, рассматривая x_0 как оценку среднего значения случайной величины x, распределенной по некоторому закону с плотностью вероятности $f(x)$.
5. Рассчитать $P_{\text{доп}}$, используя формулу (4).
6. Принять решение о приемлемости или неприемлемости полученного значения $P_{\text{доп}}$ вероятности превышения значения $x_{\text{доп}}$.

Расчет $P_{\text{доп}}$ для нормального закона распределения. Нормальный закон распределения (закон Гаусса) играет исключительно важную роль в теории вероятностей и занимает среди других законов распределения особое положение. Это — наиболее часто встречающийся на практике закон распределения. Главная особенность, выделяющая нормальный закон среди других, состоит в том, что он является предельным, к которому приближаются другие законы распределения. Можно показать, что неопределенности ВАБ есть сумма достаточно большого числа независимых случайных величин (неопределенностей базовых событий). Каким бы законам распределения ни были подчинены отдельные случайные величины, особенности этих распределений в сумме большого числа слагаемых нивелируются, и сумма оказывается подчиненной закону, близкому к нормальному (центральная предельная теорема).

Поэтому анализ неопределенностей при нормальном законе распределения представляет собой первоочередной практический интерес.

Нормальный закон распределения характеризуется плотностью вероятности вида

$$f\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left(x-m\right)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (5)$$

где $m = M[x]$ — математическое ожидание величины x; $\sigma^2 = D[x]$ — ее дисперсия.

Кривая распределения по нормальному закону имеет симметричный холмообразный вид. Максимальная ордината кривой, равная $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$, соответствует точке $x = m$; по мере удаления от точки m плотность распределения падает, и при $x \to \pm\infty$ кривая асимптотически приближается к оси абсцисс.

Функция распределения величины с нормальным законом распределения имеет вид

$$F\left(x\right) = \int_{-\infty}^{x} f\left(x\right)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{\left(x-m\right)^2}{2\sigma^2}} dx. \qquad (6)$$

Случайная величина x имеет стандартное нормальное распределение, если $m = M[x] = 0$ и $\sigma = \sqrt{D\left[x\right]} = 1$. В таком случае плотность и функция распределения стандартного нормального распределения имеют вид

$$f\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; \qquad (7)$$

$$F\left(x\right) = \Phi\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \qquad (8)$$

Выражение $\Phi\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ называется функцией Лапласа.

Функция распределения нормально распределенной величины x с произвольными значениями m и σ выражается через функцию Лапласа следующим образом:

$$F\left(x\right) = \Phi\left(x\right) = \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right). \qquad (9)$$

Случайную величину $h = \frac{x-m}{\sigma}$ называют стандартизованной, или нормированной случайной величиной; она имеет стандартное нормальное распределение.

Вернемся к выражению (4). Считая $x_0 = M[x] = m$ как среднее случайной величины x с нормальным законом распределения и дисперсией σ^2, найдем вероятность превышения допустимого значения $x_{доп}$ критерия безопасности:

$$P_{доп} = 1 - \int_{-\infty}^{x_{доп}} f(x)\,dx = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x_{доп}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}\,dx, \qquad (10)$$

или

$$P_{доп} = 1 - \Phi\left(\frac{x_{доп} - x_0}{\sigma}\right). \qquad (11)$$

Таким образом, вероятность превышения допустимого значения критерия рассчитывается как функция нормированной случайной величины $h = \frac{x_{доп} - x_0}{\sigma}$:

$\frac{x_{доп}-x_0}{\sigma}$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$P_{доп}$	0,5	0,309	0,159	0,0668	2,28e^{-2}	6,21e^{-3}	1,35e^{-3}	2,33e^{-4}	3,17e^{-5}

Расчет $P_{доп}$ для логарифмически нормального (логнормального) закона распределения. Логарифмически нормальное распределение во многом более точно, чем нормальное, описывает многие случайные величины в природе и технике, особенно для тех объектов, отказ которых возникает вследствие износа или усталости. Если величина $\ln x$ имеет нормальное распределение с математическим ожиданием m и дисперсией σ, то величина x считается логарифмически нормально распределенной, если описывается следующей функцией плотности вероятности:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (12)$$

Функция распределения для логнормального закона имеет вид

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{x} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}}\,dx \qquad (13)$$

и не выражается через элементарные функции.

Числовые характеристики величины, распределенной по логнормальному закону:

математическое ожидание

$$M[x] = e^{m + \frac{\sigma^2}{2}}; \qquad (14)$$

дисперсия

$$D[x] = \left(e^{\sigma^2} - 1\right) e^{2m + \sigma^2}. \qquad (15)$$

Пусть X — случайная величина, распределенная по логнормальному закону с параметрами m, σ и функцией распределения $L(x,m,\sigma)$. Тогда, в соответствии с определением логнормального закона распределения, случайная величина $Y = \ln(X)$ будетраспределена нормально с математическим ожиданием $\mu = \ln(m)$ и дисперсией σ. Таким образом,

$$L(x, m, \sigma) = N\left(\frac{\ln x - m}{\sigma}\right), \qquad (16)$$

где $N(x,0,1) = \Phi(x)$ — стандартное нормальное распределение, выражаемое через функцию Лапласа (8). Следовательно, чтобы получить значение функции распределения для логнормального распределения, достаточно вычислить значения функции распределения для стандартного нормального распределения.

Вероятность превышения допускаемого значения критерия $x_{доп}$, определенная выражением (3) для логнормального закона распределения, запишется так:

$$P_{доп} = P(x > x_{доп}) = 1 - P(x \le x_{доп}) = $$
$$= 1 - F(x_{доп}) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln x_{доп} - \mu}{\sigma}\right). \qquad (17)$$

Сравнение вероятностей $P_{доп}$ при различных законах распределения. Интерес для дальнейшего практического использования представляет сравнение вероятности $P_{доп}$ превышения критерия $x_{доп}$ при разных законах распределения, с помощью которых моделируется неопределенность в значении показателя безопасности. При этом предполагается эквивалентность математического ожидания и дисперсии в каждом из распределений. Алгоритм такого сравнения будет следующий:

1. Задать общие для всех распределений математическое ожидание и дисперсию случайной величины x: $M[x] = x_0$; $D[x] = s_0^2$.
2. Рассматривая x_0 и s_0 как входные переменные, получить выражения для вычисления параметров распределений как функций от x_0 и s_0 (такие выражения при разных законах распределения получены и приведены в табл. 1).
3. Используя ранее полученные формулы, получить выражения, связывающие $P_{доп}$ с $x_{доп}$, x_0 и s_0, т. е. $P_{доп} = f(x_0, s_0, x_{доп})$.
4. Найти численные значения $P_{доп}$ при разных видах распределений для конкретных значений x_0, s_0, $x_{доп}$.
5. Сравнить полученные данные и сделать выводы.

С помощью программного средства R статистической обработки данных [8] составлена функция, вычисляющая значения как функции плотности вероятности, так и функции распределения при рассмотренных пяти законах распределения. Как пример, для $x_0 = 3$, $s_0 = 1$, $x_{доп} = 4$ функции плотности вероятности изображены на рис. 2.

Далее были рассчитаны значения вероятностей превышения заданного допустимого значения $P_{доп} = f(x_0, s_0, x_{доп})$. Полученные результаты иллюстрируют зависимость $P_{доп}$ от принятого закона распределения при равных исходных данных:

Закон распределения	$P_{доп} = f(x_0 = 3, s_0 = 1, x_{доп} = 4)$
Нормальный	0,1586553
Логнормальный	0,1471852
Равномерный	0,2113249
Экспоненциальный	0,2635971
Гамма-распределение	0,1550278

Таблица 1. Параметры распределений

Закон распределения	**Параметры распределения**	**Формулы для вычисления параметров как $f(x_0, s_0)$**
1. Нормальный: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$	m — математическое ожидание	$m = s_0$
	σ^2 — дисперсия	$\sigma^2 = s_0^2$
2. Логнормальный: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}}$	m — параметр масштаба	$m = \ln \frac{x_0}{\sqrt{\frac{s_0^2}{x_0^2} + 1}}$
	σ^2 — параметр формы	$\sigma^2 = \ln\left(\frac{s_0^2}{x_0^2} + 1\right)$
3. Равномерный: $f(x) = \begin{cases} 0, x \notin [a,b], \\ \frac{1}{b-a}, x \in [a,b] \end{cases}$	a — левая граница	$a = x_0 - \sqrt{3} s_0$
	b — правая граница	$b = x_0 + \sqrt{3} s_0$
4. Экспоненциальный: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	λ — параметр распределения	$\lambda = \frac{1}{x_0}$
5. Гамма-распределение: $f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}$	α — параметр формы	$\alpha = \frac{x_0^2}{s_0^2}$
	β — параметр масштаба	$\beta = \frac{s_0^2}{x_0}$

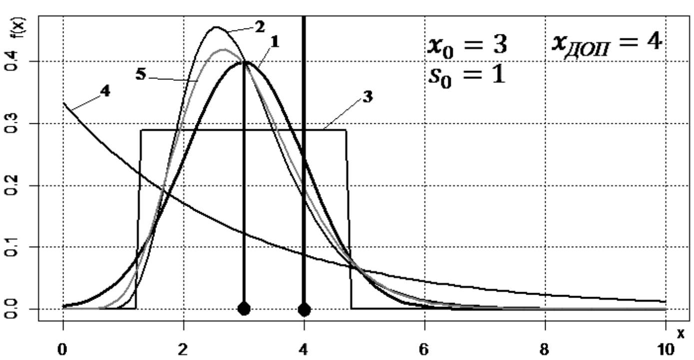

Рис. 2. Пример функции плотности вероятности для разных законов распределения

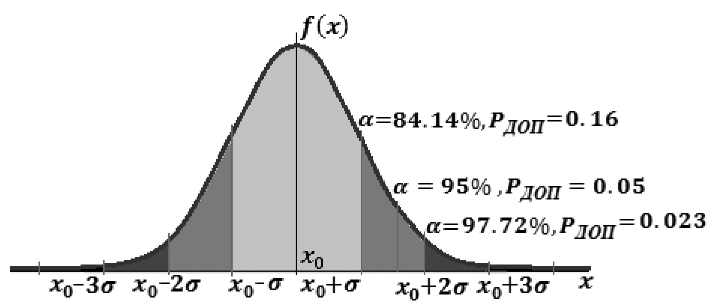

Рис. 3. Квантили нормального распределения

Таблица 2. Шкала нормирования значения $P_{доп}$

Уровень требований к $P_{доп}$	**Квантиль α, %**	**Значение x_α**	**$P_{доп}$**
Слабое требование	$\alpha < 84{,}14$	$x_0 + \sigma$	>0,16
Стандартное требование	$84{,}14 < \alpha \le 97{,}72$	$x_0 + 2\sigma$	0,023...0,16
Сильное требование	$97{,}72 < \alpha \le 99{,}99$	$x_0 + 3\sigma$	0,001...0,023
Крайне сильное требование	$\alpha > 99{,}99$	$x_0 + 4\sigma$	<0,001

Нормирование допустимой вероятности $P_{доп}$ превышения значения критерия безопасности. В общем случае предельное значение $P_{доп}$ может быть назначено методом экспертного оценивания как небольшая заданная вероятность. При нормировании значения $P_{доп}$ можно ориентироваться на квантили (или перцентили) нормального закона распределения [9] $F(x_\alpha) = \alpha$. Особый интерес представляют квантили, соответствующие точкам $x_0 + \sigma$, $x_0 + 2\sigma$, $x_0 + 3\sigma$, а также $\alpha = F(x_{0,95}) = 0{,}95$ (рис. 3).

В соответствии с рис. 3 можно построить шкалу нормирования значения $P_{доп}$ (табл. 2).

В ВАБ с использованием кода SAPHIRE обычно производится моделирование неопределенности рассчитанных значений ЧПАЗ и (или) ЧПАВ с вычислением перцентилей 5 % и 95 % ($P_{доп} = 0{,}05$), что соответствует уровню стандартного требования в табл. 2.

Выводы

При подтверждении соответствия уровня безопасности АЭС вероятностным критериям безопасности следует учитывать, что рассчитанные значения ЧПАЗ и (или) ЧПАВ обладают неопределенностью.

Сравнение средних (точечных) значений ЧПАЗ и (или) ЧПАВ с критериями безопасности является недостаточным, так как всегда существует определенная вероятность превышения критерия. Нужно также оценивать и нормировать вероятность, с которой мы хотим гарантировать непревышение критерия безопасности. Для этого необходимо проанализировать факторы, влияющие на неопределенность результатов ВАБ, и построить функцию распределения плотности вероятности результирующего значения.

Предлагается дополнительно нормировать (ограничить) значение вероятности превышения критерия безопасности менее 0,05, т. е. значение ЧПАЗ и (или) ЧПАВ на правой границе 90 % доверительного интервала также должно удовлетворять критерию безопасности.

Список использованной литературы

1. *НП 306.2.141-2008.* Загальні положення безпеки атомних станцій / Державний комітет ядерного регулювання України, 2008. — 57 с. — (Норми та правила з ядерної безпеки»).

2. Basic Safety Principles for Nuclear Power Plants. — Vienna : IAEA, 1999. — 105 p. — (INSAG-12).

3. Guidance on the Treatment of Uncertainties Associated with PRAs in Risk-Informed Decision Making. — U. S. Nuclear Regulatory Commission, 2009. — (NUREG-1855. Vol. 1). — 161 p.

4. Comparison of PSA Practices and Results / Dybach O., Pogosyan S., Jakes M., Virolainen R., Janke R., Macsuga G., Lankin M., Husarcek M., Kouzmina I . // VVER Forum. PSA WG. Final Report. — 2009. — 124 p.

5. *Дыбач А. М.* О проблеме выявления, анализа и учета неопределённостей вероятностного анализа безопасности АЭС / А. М. Дыбач // Сб. докладов IV Междунар. науч.-техн. конф. «Повышение безопасности и эффективности атомной энергетики», 30 сентября — 03 октября 2014, г Одесса, Украина.

6. *Дыбач А. М.* Методологические основы анализа и учета неопределённостей вероятностного анализа безопасности АЭС / А. М. Дыбач // Ядерна та радіаційна безпека. — К., 2014. — Вип. 4 (64). — С. 8—16.

7. *Дыбач А. М.* О применении теории нечетких множеств для оценки неопределенностей вероятностного анализа безопасности АЭС / А. М. Дыбач // Ядерна та радіаційна безпека. — К., 2015. — Вип. 1 (64). — С. 8—16.

8. Manuals for R: A Programming Environment for Data Analysis and Graphics. Version 3.1.2 (2014-10-31) [Электронный ресурс]. — Режим доступа: (http://www.r-project.org/).

9. *Wichura, M.J.* Algorithm AS241: The Percentage Points of the Normal Distribution. Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics) Applied Statistics (Blackwell Publishing) 37 (3): 477–484. Published by: Wiley for the Royal Statistical Society. DOI: 10.2307/2347330. Stable URL: http://www.jstor.org/stable/2347330

References

1. *NP 306.2.141-2008.* General Safety Provisions for Nuclear Power Plants [Zahalni polozhennia bezpeky atomnykh stantsii], Regulations and Rules of Nuclear Safety, State Nuclear Regulatory Inspectorate of Ukraine, 2008, 57 p. (Ukr)

2. Basic Safety Principles for Nuclear Power Plants, Vienna, IAEA, 1999, 105 p., (INSAG-12).

3. Guidance on the Treatment of Uncertainties Associated with PRAs in Risk-Informed Decision Making, U. S. Nuclear Regulatory Commission, 2009, (NUREG-1855. Vol. 1), 161 p.

4. *Dybach, O., Pogosyan, S., Jakes, M., Virolainen, R., Janke, R., Macsuga, G., Lankin, M., Husarcek, M., Kouzmina, I.* (2009), “Comparison of PSA Practices and Results”, VVER Forum. PSA WG. Final Report, 124 p.

5. *Dybach, O. M.* (2014), “On Detection, Analysis and Accounting of NPP Probabilistic Safety Analysis Uncertainties” [O probleme vyiavleniia, analiza i uchiota neopredelionnostei veroiatnostnogo analiza bezopasnosti AES], Collection of Reports of IV International Scientific and Technical Conference “Improving NPP Safety and Efficiency”, 30 September — 03 October 2014, Odessa, Ukraine. (Rus)

6. *Dybach, O.M.* (2014), “Methodological Basis for Analysis and Accounting of NPP Probabilistic Safety Analysis Uncertainties” [Metodologischeskiie osnovy analiza i uchiota neopredelionnostei veroiatnostnogo analiza bezopasnosti AES], Nuclear and Radiation Safety, Kyiv, No. 4 (64), pp. 8—16. (Rus)

7. *Dybach, O. M.* (2015), “Application of Fuzzy Set Theory for Uncertainty Analysis in the Probabilistic Safety Assessment of Nuclear Power Plants” [O primenenii teorii nechiotkikh mnozhestv dlia otsenki neopredelionnostei veroiatnostnogo analiza bezopasnosti AES], Nuclear and Radiation Safety, Kyiv, No. 1 (64), pp. 8—16. (Rus)

8. Manuals for R: A Programming Environment for Data Analysis and Graphics. Version 3.1.2 (2014–10-31), available at: http://www.r-project.org/.

9. *Wichura, M. J.* “Algorithm AS241: The Percentage Points of the Normal Distribution”. Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics) Applied Statistics (Blackwell Publishing) 37 (3): 477–484. Published by: Wiley for the Royal Statistical Society. DOI: 10.2307/2347330. Available at: http://www.jstor.org/stable/2347330.

Получено 22.10.2015.