УДК 621.3.08

В. Ю. Кучерук, д.т.н., **О. Г. Ігнатенко, М. Д. Молчанюк, О. В. Андрусь**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

МЕТОД ІНВАРІАНТНОГО ПОГЛИБЛЕННЯ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ РОТОРНИХ ПАРАМЕТРІВ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

В статті розглядається використання елементів теорії інваріантного поглиблення для ідентифікації внутрішніх параметрів трифазних короткозамкнених асинхронних двигунів, які неможливо безпосередньо виміряти. Аналітично представлено систему нелінійних диференціальних рівнянь за Н. Дістефано, чисельний розв'язок яких дозволяє отримати значення таких параметрів як активний опір та індуктивність обмоток ротора.

Ключові слова: *метод інваріантного поглиблення, ідентифікація внутрішніх параметрів, асинхронний двигун, нелінійні диференціальні рівняння, чисельний розв'язок.*

Вступ

Трифазні короткозамкнені асинхронні двигуни (АД) загального призначення є найбільш масовою продукцією електромашинобудування. Асинхронні електроприводи складають близько 95% загальної кількості електроприводів, а АД споживають більше половини електроенергії, що виробляється у нашій країні. Тому ефективна оцінка показників якості цих двигунів в процесі виробництва і після їх виготовлення (приймально-здавальні випробування), своєчасна діагностика причин розладу технологічного процесу є актуальним завданням.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

При випробовуваннях АД неможливо провести пряме вимірювання параметрів роторного кола (активний опір обмоток ротору R_r, індуктивність обмоток ротору L_r, взаємна індуктивність між обмотками статора і ротора L_m). Тому для визначення цих параметрів користуються методами ідентифікації. До цих методів відносяться методи затухання постійного струму в статорному колі і гармонічних коливань, які виконуються на нерухомій машині, а також методи, які використовують режими пуску та самогальмування АД. Існуючі методи [1-6] мають ряд недоліків, зв’язаних із труднощами врахування впливу прискорення, вирішення проблеми мультимодальності цільової функції ідентифікації, складністю реалізації та іншими факторами.

Постановка завдання

В даній роботі наводяться основні результати використання методу інваріантного поглиблення при ідентифікації параметрів роторного кола короткозамкнених АД.

Виклад основного матеріалу

Припустимо, що проведені спостереження одної чи кількох компонент вектору стану **I** протягом часу T, які вміщують похибки. Для цих спостережень і динамічних рівнянь процесу

$$\frac{d\mathbf{I}}{dT} = g(\mathbf{I}). \qquad (1)$$

Згідно Н. Дістефано [1], визначимо оптимальну оцінку стану в час t, поліпшення цієї оцінки в міру збільшення кількості спостережень.

Якщо $t < T$, то задача називається інтерполяцією або згладжуванням. При $t = T$ вона називається задачею фільтрування, а коли $t > T$ – задачею передбачення.

В задачах ідентифікації, де основна мета полягає у визначенні набору констант a_i, зручно оперувати з цими константами як з додатковими координатами стану, які задовольняють очевидним диференціальним рівнянням

$$\frac{da_i}{dt} = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, k. \qquad (2)$$

Тоді константи a_i можна включити в розширений вектор стану. Ясно, що фільтр розширеного вектору стану дає не тільки оптимальну оцінку вектору стану, а й оптимальну оцінку вектору $\boldsymbol{a}$ – основну мету ідентифікації. Згідно Беллману [2], вирішується задача фільтрування, використовуючи ідеї інваріантного поглиблення. Визначимо вектор спостережень $\mathbf{\Gamma w}$

$$\begin{aligned}\mathbf{w} &= [w_1; w_2; w_3; w_4]^T = \\ &= [i_A; i_B; i_C; \omega_r]^T = \mathbf{\Gamma I} + \boldsymbol{\eta},\end{aligned} \qquad (3)$$

де $\mathbf{\Gamma}$ - прямокутна матриця повного рангу; $\boldsymbol{\eta}$ - вектор похибок спостережень.

На основі цих спостережень в інтервалі $[0,T]$ визначається оптимальна оцінка вектору стану $\mathbf{I}$ при $t=T$ така, щоб мінімізувати функцію квадратичної похибки $f(\mathbf{I}(T),T)$, задану у вигляді

$$f(\mathbf{I}(T),T)=\int_0^T(w-\mathbf{\Gamma I},\,w-\mathbf{\Gamma I})dt+ \\ +(\mathbf{I}(0)-\mathbf{b},\,-\mathbf{\Lambda}(\mathbf{I}(0)-\mathbf{b})),\tag{4}$$

де $\mathbf{b}$ - найкраща апріорна оцінка $\mathbf{I}(0)$; $\mathbf{\Lambda}$ - невироджена матриця, яка встановлює міру впевненості у даній оцінці.

Згідно [1], мінімізація (4) досягається при вирішенні диференціальних рівнянь оптимального нелінійного фільтру

$$\frac{d\mathbf{e}}{dT}=\mathbf{g}(\mathbf{e})+\mathbf{Q}(T)\mathbf{\Gamma}^T(\mathbf{w}-\mathbf{\Gamma e}),\quad \mathbf{e}(0)=\mathbf{b},\tag{5}$$

а матриця коригуючих коефіцієнтів $\mathbf{Q}(T)$ задовольняє рівнянню

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dT}=\mathbf{g_c}(\mathbf{e})\mathbf{Q}+\mathbf{Qg_c^{\mathit{T}}}(\mathbf{e})-\mathbf{Q\Gamma}^T\mathbf{\Gamma Q}; \\ \mathbf{Q}(0)=\mathbf{\Lambda}^{-1}.\tag{6}$$

Тут для спрощення запису зображено $\mathbf{c}=\mathbf{I}(T)$; $\mathbf{e}=\operatorname{argmin} f(\mathbf{c},T)$; $\mathbf{g_c}(\mathbf{e})$ - якобіан $\mathbf{g}(\mathbf{e})$ по $\mathbf{c}$; “Т зверху” – знак транспонування.

Задача ідентифікації за Н. Дістефано зводиться до вирішення системи із двох диференціальних рівнянь (5) і (6).

В [3] виведено рівняння для похибки фільтра Н. Дістефано. Позначимо через $\tilde{\mathbf{I}}=\mathbf{I}-\mathbf{e}$ похибку оцінки фільтра. Тоді похибка оцінки фільтра $\tilde{\mathbf{I}}$ має такий вид

$$\tilde{\mathbf{I}}=\int_0^T\mathbf{X}(T)\mathbf{X}^{-1}(\mathbf{S})\mathbf{Q}(\mathbf{S})\mathbf{\Gamma}^T\boldsymbol{\eta}(\mathbf{S})d\mathbf{S},\tag{7}$$

де $\mathbf{X}(T)$ - розв‘язок рівняння

$$\frac{d\mathbf{X}(T)}{dT}=-\left[\mathbf{Q}(T)\mathbf{\Gamma}^T\mathbf{\Gamma}-\mathbf{g_c}(\mathbf{e})\right]\mathbf{X}(T).\tag{8}$$

Таким чином, задача ідентифікації з одночасним знаходженням похибки ідентифікації за Н. Дістефано полягає у вирішенні системи рівнянь (5) – (7).

Ідентифікацію за допомогою методу інваріантного поглиблення будемо проводити для активного опору R_r та індуктивності L_r ротора; взаємна індуктивність між статором і ротором L_m добре ідентифікується за допомогою методів теорії чутливості [4].

Представимо перші чотири рівняння математичної моделі АД [5] у формі Коші

$$\mathbf{A}\frac{d\mathbf{i}}{dt}=\mathbf{Bi}+\mathbf{u}_m,\tag{9}$$

де

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}L_s & 0 & L_m & 0\\ 0 & L_s & 0 & L_m\\ L_m & 0 & L_r & 0\\ 0 & L_m & 0 & L_r\end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-R_s & 0 & 0 & 0\\ 0 & -R_s & 0 & 0\\ 0 & -\omega_r L_m & -R_r & -\omega_r L_r\\ \omega_r L_m & 0 & \omega_r L_r & -R_r\end{bmatrix};$$

$$\mathbf{i}=\left[i_{s\alpha};\,i_{s\beta};\,i_{r\alpha};\,i_{r\beta}\right]^T;$$

$$\mathbf{u}_m=\left[u_{s\alpha};\,u_{s\beta};\,u_{r\alpha};\,u_{r\beta}\right]^T.$$

Зворотна матриця $\mathbf{A}^{-1}$ матиме вигляд

$$\mathbf{A}^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{L_r}{L_sL_r-L_m^2} & 0 & \frac{-L_m}{L_sL_r-L_m^2} & 0\\ 0 & \frac{L_r}{L_sL_r-L_m^2} & 0 & \frac{-L_m}{L_sL_r-L_m^2}\\ \frac{-L_m}{L_sL_r-L_m^2} & 0 & \frac{L_r}{L_sL_r-L_m^2} & 0\\ 0 & \frac{-L_m}{L_sL_r-L_m^2} & 0 & \frac{L_r}{L_sL_r-L_m^2}\end{bmatrix}.\tag{10}$$

Помножимо рівняння (9) на $\mathbf{A}^{-1}$

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{Bi}+\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}_m,\tag{11}$$

де

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}=\frac{1}{L_sL_r-L_m^2}\times \\ \times\begin{bmatrix}-L_rR_s & L_m^2\omega_r & L_mR_r & L_mL_r\omega_r\\ -L_m^2\omega_r & -L_rR_s & -L_mL_r\omega_r & L_mR_r\\ L_mR_s & -L_sL_m\omega_r & -L_sR_r & -L_sL_r\omega_r\\ L_sL_m\omega_r & L_mR_s & L_sL_r\omega_r & -L_sR_r\end{bmatrix}.$$

Для короткозамкненого АД $u_{r\alpha}=u_{r\beta}=0$.

Тоді $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}_m$ запишеться як

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}_m= \\ =\left[\frac{L_ru_{s\alpha}}{L_sL_r-L_m^2};\frac{L_ru_{s\beta}}{L_sL_r-L_m^2};\frac{-L_mu_{s\alpha}}{L_sL_r-L_m^2};\frac{-L_mu_{s\beta}}{L_sL_r-L_m^2}\right].\tag{12}$$

Розширимо вектор стану $\mathbf{u}$ п’ятим рівнянням математичної моделі АД [5] та параметрами R_r і L_r

$$\mathbf{u} = \left[u_1;\, u_2;\, u_3;\, u_4;\, u_5;\, u_6;\, u_7\right]^T = \left[i_{s\alpha};\, i_{s\beta};\, i_{r\alpha};\, i_{r\beta};\, \omega_r;\, R_r;\, L_r\right]^T,$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{g}\left(\mathbf{u}, u_{s\alpha}, u_{s\beta}\right) \quad \mathbf{u} \in \Re^7, \quad \mathbf{g} : \Re^7 \times \Re^7 \to \Re^7,$$

де $\mathbf{g}$ - наступна вектор-функція:

$$g_1 = \frac{-L_s R_s u_1 + L_m^2 u_5 u_2 + L_m u_6 u_3 + L_m u_7 u_5 u_4 + u_7 u_{s\alpha}}{L_s u_7 - L_m^2};$$

$$g_2 = \frac{-L_m^2 u_5 u_1 - u_7 R_s u_2 - L_m u_7 u_5 u_3 + L_m u_6 u_4 + u_7 u_{s\beta}}{L_s u_7 - L_m^2};$$

$$g_3 = \frac{L_m R_s u_1 - L_s L_m u_5 u_2 - L_s u_6 u_3 - L_s u_7 u_5 u_4 - L_m u_{s\alpha}}{L_s u_7 - L_m^2};$$

$$g_4 = \frac{L_s L_m u_5 u_1 + L_m R_s u_2 + L_s u_7 u_5 u_3 - L_s u_6 u_4 - L_m u_{s\beta}}{L_s u_7 - L_m^2};$$

$$g_5 = \frac{p}{J}\left(\frac{mp}{2} L_m \left(u_2 u_3 - u_1 u_4\right) - M_0\right); \quad g_6 = g_7 = 0.$$

Визначимо вектор спостережень $\mathbf{w}$

$$\mathbf{w} = \left[w_1;\, w_2;\, w_3;\, w_4\right]^T = = \left[i_A;\, i_B;\, i_C;\, \omega_r\right]^T = \mathbf{\Gamma u} + \boldsymbol{\eta}, \qquad (13)$$

де i_A, i_B, i_C - струми в обмотках статору АД.

Запишемо для рівняння (13) матрицю повного рангу $\mathbf{\Gamma}$. Для цього використаємо рівняння переходу із системи координат $\alpha, \beta, 0$ в реальну систему координат [6]

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (14)$$

Таким чином, задача ідентифікації за допомогою методу інваріантного поглиблення Н. Дістефано зводиться до вирішення системи із трьох диференціальних рівнянь (5), (6), (7). Але ці рівняння мають складний матричний вигляд, що робить практично неможливим їх спрощення.

Рішення системи (5), (6), (7) може здійснюватися методом Рунге-Кутта четвертого порядку з постійним кроком *h*.

Для чисельного дослідження алгоритму ідентифікації вибрано АД 4А71А4 із параметрами p=2, m=3, R_s=16,39 Ом, R_r=15,08 Ом, L_s=0,663 Гн, L_r=0,7015 Гн, L_m=0,624 Гн, J=0,011 кГм^2. Шум $\boldsymbol{\eta}$ моделюється випадковою величиною з нормальним законом розподілу. Приклад роботи методу ідентифікації наведено на рис. 1 – 3.

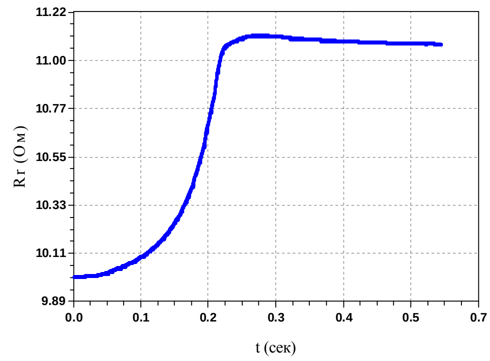

Рисунок 1 - Ідентифікація активного опору R_r

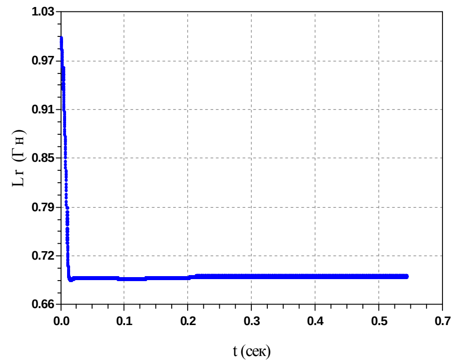

Рисунок 2 - Ідентифікація індуктивності L_r

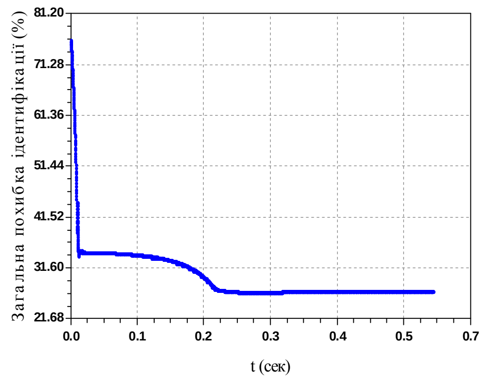

Рисунок 3 - Загальна похибка ідентифікації

Висновки

Аналіз результатів моделювання дає змогу дійти висновку, що даний алгоритм ідентифікації забезпечує збіжність і достатню точність для досить широкого діапазону початкових значень параметрів ротора. Але для його успішної роботи необхідний досить малий крок дискретизації по часу. Збіжність алгоритму залежить від вибору початкових значень. Це спричинюється тим, що математична модель АД класифікується як жорстка система диференціальних рівнянь.

Список використаних джерел

1. D. J. Atkinson, P. P. Akarnley, J. W. Finch. Observes for Induction Motor State and Parameter Estimation //IEEE Transactions on industry applications. – Vol. 27. – № 6. – 1991. – P. 1119-1127.
2. Н. В. Андреев, В. А. Поджаренко, А. В. Скилягин Задача идентификации параметров электромеханической системы // Автоматика. – 1993. – № 3. – С. 32-37.
3. Parameter estimation for induction machines based on sensitivity analysis / Ansuj Somchai, Shokooh Farrokh // IEEE Trans. Ind. Appl. – 1989. – Vol. 25. – № 6. – P. 1035-1040.
4. New method of identification for induction machines parameters by means of quasi-Newton algoritms / Capolino G. A. // IMACS Ann.Comput. and Appl. Math. – 1989. – № 1-4. – P. 133-135.
5. Б. А. Коробейников, А. И. Ищенко Идентификация параметров математической модели глубокопазных асинхронных двигателей / Изв. вузов. Электромеханика. – 1989. – № 8. – С. 33-38.
6. Сивокобыленко В. Ф., Гармаш В. С. Определение параметров схем замещения асинхронных и синхронных двигателей // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1982. – № 5. – С. 154-159.
7. Дистефано Н. Об идентификации нелинейной вязкоупругой пружины в условиях динамики. Применение фильтров // Труды межд. НТК, посвященной памяти Работнова. – М., 1979. – С. 163-169.
8. Bellman R., Kagiwada H., Kalaba R., Shridar R. Invariant Imbedding and Nonlinear Filtering Theory, Jour. Astro. Sci., 13, pp. 110-115 (1966).
9. Андреєв М. В., Кучерук В. Ю., Поджаренко В. О. Про точність нелінійного фільтра Н. Дистефано //В кн. «Контроль і управління в технічних системах». Мат. 4-ї міжнародної НТК КУТС-97, том 2, Вінниця, 1997. – С. 28-31.
10. Кучерук В. Ю. Ідентифікація внутрішніх параметрів роторного кола асинхронних машин за допомогою теорії чутливості // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2000. – № 4. – С. 5-10.
11. Кучерук В. Ю. Огляд методів математичного моделювання електричних машин. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 1999. – № 2. – С. 17-23.
12. Домбровский В. В., Зайчик В. М. Асинхронные машины: Теория, расчет, элементы проектирования. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 368 с.

Надійшла до редакції 12.03.2013

Рецензент: д.т.н., професор Кухарчук В. В., Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

В. Ю. Кучерук, д.т.н., **А. Г. Игнатенко, М. Д. Молчанюк, О. В. Андрусь**

МЕТОД ИНВАРИАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ РОТОРНЫХ ПАРАМЕТРОВ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В статье рассматривается использование элементов теории инвариантного погружения для идентификации внутренних параметров трехфазных короткозамкнутых асинхронных двигателей, которые невозможно непосредственно измерить. Аналитически представлена система нелинейных дифференциальных уравнений Н. Дистефано, численное решение которых позволяет получить значения таких параметров как активное сопротивление и индуктивность обмоток ротора.

Ключевые слова: *метод инвариантного погружения, идентификация внутренних параметров, асинхронный двигатель, нелинейные дифференциальные уравнения, численное решение.*

V. Yu. Kucheruk, DSc, **O. G. Ignatenko, M. D. Molchanuk, O. V. Andrus**

INVARIANT EMBEDDING IDENTIFICATION METHOD OF ASYNCHRONOUS MOTORS ROTOR PARAMETERS

The article discusses the use of the theory of invariant imbedding to identify the internal parameters of three-phase squirrel cage induction motors, which can not be directly measured. Analytically presents a system of nonlinear differential equations N. Distefano, the numerical solution which allows to obtain the values of parameters such as resistance and inductance of the rotor windings.

Keywords: *invariant embedding identification method, identifying the internal parameters, asynchronous motors, nonlinear differential equations, numerical solution.*