УДК 518.5

К. В. Литвиненко

Государственное высшее учебное заведение «Национальный горный университет», г. Днепропетровск

ПОЛУМАРКОВСКИЙ ГИПЕРСЛУЧАЙНЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ РИСКОВ СИСТЕМ

Рассмотрен эффективный подход к оценке рисков систем. На основе теории гиперслучайных явлений модифицирован подход к построению полумарковских моделей для оценки многофакторных рисков. Предложен оптимальный метод построения средней плотности гиперслучайного закона распределения. Полученные результаты распространяются на полумарковские GERT – модели.

Ключевые слова: *риск, стохастическое моделирование, полумарковская модель, гиперслучайные величины.*

Вступление. Под риском понимается угроза частичной или полной потери эффективности эксплуатации оборудования в результате той или иной неблагоприятной ситуации. Риск обусловлен возможностью возникновения некоторого уровня потерь и вероятностью их возникновения [1-3]. Управлять риском можно в том случае, если разработаны методы, позволяющие в определенной степени прогнозировать и исчислять его меру. Многим производственно-технологическим схемам характерны весьма жесткая взаимосвязь между последовательными звеньями работы (установки, магистральные линии, автосамосвалы и железнодорожные поезда и т.д.). Выход из строя элементов в таких системах приводит к остановке всей технологической цепи. Поэтому задача идентификации и количественной оценки рисков является важнейшим условием обеспечения эффективности функционирования указанных производственно-технологических систем.

Следует признать, что применительно к функционированию указанных систем методы оценки многофакторных рисков не разработаны.

Цель статьи – предложить системный подход к оценке рисков функционирования производственно-технологических систем как единого комплекса при условиях воздействия многофакторных рисков с учетом гиперслучайности.

Основная часть. Полумарковские процессы – случайные процессы, которые являются обобщением теории цепей Маркова из теории вероятностей [4, 5]. Главное отличие полумарковских процессов от цепей Маркова состоит в отказе от требования показательности закона распределения характеризующей процесс случайной величины, что позволяет широко учитывать различные законы распределения случайных величин и получить решение задачи при таких условиях, когда применение других методов приводит к серьезным трудностям.

Описание риска для нестабильных условий может быть осуществлено на основе класса моделей, в которых абстрактными математическими объектами выступают гиперслучайные явления [6-8].

Под *гиперслучайным явлением* понимается семейство событий зависящих от параметра $g \in G$, связанного с условиями наблюдения рискового события и рассматриваемого как независимая переменная.

При анализе риска известным является только множество G возможных значений g, а не точное значение в данный момент. Тогда величина $P(A/g)$ должна пониматься как неопределенная, а рисковое событие A – гиперслучайное.

Для аналитического описания гиперслучайного рискового события вводится тетрада $(\Omega, \Im, G, P_g)$, где P_g - вероятностная мера подмножеств рисковых событий, зависящая от условий g. Для каждого из множества гиперслучайных рисковых событий вероятностная мера P_g определена, но для условий g мера не определена.

Введем понятие гиперслучайного полумарковского процесса. Рассмотрим систему S, которая находится в одном и только в одном из конечного множества состояний $S_1, S_2, ..., S_n$. Пусть в начальный момент система находится в состоянии S_i, то переход в состояние S_j осуществляется с вероятностью $p_{ij} \ge 0,\ \sum_j p_{ij} \le 1,$ для всех i.

Обозначим E - счетное подмножество множества N, что для любых $i, j \in E$ функции $Q_{ij}(x)$ - неотрицательные измеримые функции.

Определение. Матрица полумарковская, если $Q_{ij}(x)=\{Q_{ij}(x); i, j\in E\}$, для всех $i, j\in E$ выполняется:

1. $Q_{ij}(x) = 0$ для всех отрицательных значений аргумента;

2. $Q_{ij}(x)$ - неубывающие непрерывные справа функции для всех неотрицательных значений аргумента;

3. $\sum_{j\in E} Q_{ij}(x)=P_i\le 1$ для всех $i\in E$ и неотрицательных значений аргумента.

Элементы гиперслучайной стохастической матрицы Q_{ij} будем понимать как

$$Q_{ij}(x/g)=p_{ij}\cdot T_{ij}(x/g), \tag{1}$$

где $T_{ij}(x/g)$ - гиперслучайные функции распределения неотрицательных случайных величин для условий g. Тогда матрицу $Q_{ij}(x/g)$ будем называть гиперслучайной полумарковской.

Гиперслучайные функции распределения $T_{ij}(x/g)$, характеризующие пребывание системы в состоянии S_i, зависит как от состояния S_i, так и от S_j. При этом $T_{ij}(x/g)$ не зависит от предыстории процесса, а только от самих состояний системы S_i, и S_j.

Оценка риска с применением полумарковских моделей будет включать такие этапы:

1. определение связей в системе как конечного множества состояний $S=\{S_1, S_2,..., S_n\}$ с последующим построением графа состояний;

2. идентификация гиперслучайных функций, соответствующих элементам графа состояний;

3. изучение математической модели с целью определения главных рисковых характеристик (вероятности, времени пребывания в определенном состоянии) полумарковской гиперслучайной модели;

4. установление связи между главными рисковыми характеристиками полумарковской модели и характеристиками исследуемой системы.

При гиперслучайном подходе определить закон распределения величины x/g точно не представляется возможным. Пусть для условий наблюдения g получена некоторая статистическая выборка. При незначительном изменении условий g статистическая информация будет определять закон распределения уже с другими параметрами закона распределения. Если гиперслучайная величина x/g имеет плотность распределения $f(x/g)$, то для приемлемого описания такой величины можно считать плотность распределения полную (среднюю) плотность распределения

$$f(x/g)=\sum_{i=1}^{n} p_i f_i(x/g), \tag{2}$$

где p_i - вес плотности распределения гиперслучайной величины x/g, удовлетворяющий условию $\sum_{i=1}^{n} p_i =1$.

Например, для гиперслучайной величины, частные статистики которой соответствуют некоторым пяти нормальным законам распределения с весами $p_i=1$ при $i=1,...,5$ плотность распределения соответствует выделенной кривой на рис. 1.

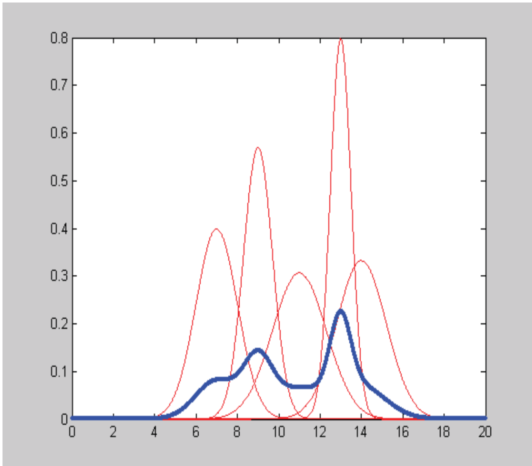

Рисунок 1 - Полная плотность распределения гиперслучайной величины для пяти частных нормальных статистик.

Решение задачи интерполирования (аппроксимации) построенной кривой полной плотности распределения возможно провести по методу наименьших квадратов. Будем искать многочлен $P_m(\mathbf{a};x)$ степени m для значений $(x_i, f_i(x/g))$, $i=1,...,n$ функции $f(x/g)$ вида

$$P_m(\mathbf{a};x)=\sum_{i=0}^{m} a_i x^i, \tag{3}$$

удовлетворяющий условию наименьшего отклонения от результатов $(x_i, f_i(x/g))$

$$\sum_{i=0}^{m}(f_i(x/g)-P_m(\mathbf{a};x_i))^2 \to \min . \qquad (4)$$

С учетом вида многочлена (3) получаем систему нормальных уравнений для определения искомых коэффициентов:

$$\begin{cases} 2\sum_{i=0}^{n}\left[f_i(x/g)-a_0-a_1x_i-\ldots-a_m x_i^{\,m}\right](-1)=0, \\ 2\sum_{i=0}^{n}\left[f_i(x/g)-a_0-a_1x_i-\ldots-a_m x_i^{\,m}\right](-x_i)=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 2\sum_{i=0}^{n}\left[f_i(x/g)-a_0-a_1x_i-\ldots-a_m x_i^{\,m}\right](-x_i^m)=0. \end{cases}$$

Для расчета математической модели с критерием метода наименьшего квадрата в качестве базисных функций можно выбрать произвольную систему $f(x/g)$ при условии их линейной независимости. Для многих законов распределения в качестве обобщенного интерполяционного (апроксимационного) выражения можно взять ортогональные многочлены, многочлены Чебышева 1-го и 2-го рода и многочлены Эрмита, Лагера, Якоби. Особенно удобным оказываются показательные выражения с некоторым набором параметров

$$f_m(a;x)=b\cdot e^{ax+c}, \qquad (5)$$

$$f_m(a;x)=b\cdot e^{ax^2+xc+d}. \qquad (6)$$

Для нахождения неизвестных коэффициентов a_i $(i=0,\ldots,n)$ в (3) или коэффициентов обобщенных многочленов (5), (6) по методу наименьших квадратов можно использовать специальные встроенные процедуры Matlab, Matcad.

Использование сетевой модели системы в качестве специальной математической модели, которая построена на основе сети с заданными характеристиками, позволяет получить логико-математическое описание объекта и алгоритмизировать расчет риска. Учитывая вероятностную природу риска, наиболее подходящими полумарковскими сетевыми моделями для его анализа и количественного измерения являются стохастические сетевые модели (GERT) [9].

Системные операции могут быть представлены графически в виде направленного графа. При этом множество дуг графа представляют собой процессы, а множество узлов – состояния элементов системы. Так как риск по дугам графа обладает свойством аддитивности, следовательно, к построенному графу можно применить процедуры стохастического сетевого моделирования для выявления рисков, связанных с выполнением всей сети.

Обозначим через S_i; $i \in N$ - состояния, а через функцию W_{ij}; $i,j \in N$ - внутрисистемные процессы. При этом, S_i - будут соответствовать узлам сетевой модели и не иметь временной протяженности, W_{ij} - соответствуют дугам сетевой модели и имеют временную протяженность.

W_{ij} - сигнальная рисковая функция гиперслучайной величины определяется как

$$W_{ij}=p_{ij}\cdot M(x/g)_{ij}, \qquad (7)$$

где p_{ij} - вероятность возникновения гиперслучайного рискового события, M_{ij} - производящая функция моментов гиперслучайного рискового события.

Если $M(x/g)(S)$ есть производящая функция моментов гиперслучайной величины x/g с параметром $S>0$, то для обобщенного многочлена (3)-(5) плотности вероятности $f(x/g)$ имеем соответствующие соотношения при непрерывном случае

$$M(x/g)(S)=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{S(x/g)} f(x/g)dx . \qquad (8)$$

Анализ риска реальных производственных систем производится на рисковых моделях, построенных с помощью узлов с вероятностным выходом и дуг, соединенных: последовательно, параллельно, петлей. Для указанных выше видов соединений сигнальные рисковые функции $W(x/g)_{ij}$ можно преобразовывать в эквивалентные функции W_E по правилам:

1) для последовательного соединения

$$W_E(S)=W(x/g)_{ij}(S)\cdot W(x/g)_{jk}(S);$$

2) для параллельного соединения

$$W_E(S)=W(x/g)_{ij}(S)+W(x/g)_{jk}(S);$$

3) для соединения с петлей

$$W_E(S)=\frac{W(x/g)_{ij}(S)}{1-W(x/g)_{jk}(S)}.$$

Вероятность возникновения неблагоприятного события и потери в результате реализации неблагоприятного события являются величинами независимыми. Поэтому, для $S = 0$, получаем

$$P_E = W_E(0)\ . \qquad (8)$$

Равенство (8) определяет удобство выбора представления параметров дуг рисковой модели, так как позволяет легко находить моменты эквивалентных функций W_E.

Нахождение n – го момента для эквивалентной рисковой функции W_E относительно начала координат может быть вычислено

$$\mu_{nE} = \frac{\partial^n}{\partial S^n}\left[\frac{W_E(S)}{W_E(0)}\right]_{S=0}. \qquad (9)$$

Таким образом, первый момент μ_{1E} относительно начала координат представляет собой математическое ожидание M рисковой функции, эквивалентной рисковой модели

$$\mu_{1E} = \frac{\partial}{\partial S}\left[\frac{W_E(S)}{W_E(0)}\right]_{S=0}. \qquad (10)$$

Знание двух первых моментов позволяет вычислить дисперсию функции W_E в виде

$$D^2 = \frac{\partial^2}{\partial S^2}\left[\frac{W_E(S)}{W_E(0)}\right]_{S=0} - \left[\frac{\partial}{\partial S}\left[\frac{W_E(S)}{W_E(0)}\right]_{S=0}\right]^2.$$

Полученных данных оказывается достаточно для оценки риска системы, которая представлена сетевой моделью.

Вывод

Предложенный метод позволяет построить полумарковские GERT - модели на основе гиперслучайного подхода и производить оценку риска систем для нестабильных условий получения статистик. Сформулированные принципы могут быть заложены в основу стратегии оценки рисков производственно-технологических систем.

Список использованных источников

1. Рогальский Ф. Б. Математические методы анализа экономических систем [Текст]. Книга 1. Теоретические основы / Ф. Б. Рогальский, Я. Е. Курилович, А. А. Цокуренко. – К.: Наукова думка, 2001. – 435 с.

2. Хенли Э. Дж. Надежность технических систем и оценка риска. [Текст]: пер. с англ. / Э. Дж. Хенли, Х. Кумамото. – М.: Машиностроение, 1984. – 528 с.

3. Шапкин А. С. Теория риска и моделирование рисковых ситуаций [Текст] / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – М.: Дашков и К., 2005. – 879 с.

4. Королюк В. С. Полумарковские процессы и их приложения / Королюк В. С., Турбин А. Ф. – К.: Наукова думка, 1976. – 184 с.

5. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения: В 2 т. / В. Феллер – М.: Мир, 1984. – Т. 1. – 528 с.

6. Горбань И. И. Гиперслучайные явления и их описание / И. И. Горбань // Акустичний вісник. – 2005. – Т. 8, № 1-2. – С. 16-27.

7. Горбань И. И. Гиперслучайные функции и их описание / И. И. Горбань // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2006. – Т. 8, № 1-2. – С. 16-27.

8. Горбань И. И. Оценки характеристик гиперслучайных величин / Горбань И.И. // Математичні машини і системи. – 2006. – № 1. – С. 40-48.

9. Филипс Д. Методы анализа сетей [Текст]: пер. с англ. / Д. Филипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с.

Поступила в редакцию 19.11.2013

Рецензент: д.т.н., профессор Корсун В.И., ДВНЗ «Национальный горный университет», г. Днепропетровск.

К. В. Литвиненко

НАПІВМАРКІВСЬКИЙ ГИПЕРВИПАДКОВИЙ ПІДХІД ДО ОЦІНКИ РИЗИКІВ СИСТЕМ

Розглянуто ефективний підхід до оцінки ризиків систем. На основі теорії гіпервипадкових явищ модифіковано підхід до побудови напівмарківських моделей для оцінки багатофакторних ризиків. Запропоновано оптимальний метод побудови середньої густини імовірності гіпервипадкового закону розподілу. Отримані результати розповсюджуються на напівмарківські GERT – моделі.

***Ключові слова**: ризик, стохастичне моделювання, напівмарківська модель, гіпервипадкові величини.*

K. V. Litvinenko

THE SEMI - MARKOV HYPER CASUAL APPROACH TO THE ESTIMATION OF RISKS OF SYSTEMS

An effective approach to estimating risks of systems is considered. The approach semi – Markov models construction for estimation of multifactorial risks is modified on the basis of the hyper casual phenomena. An optimal method for construction of average densities of hyper casual law distribution is proposed. The received results are applied to semi – Markov GERT - models.

Keywords: *risk, stochastic modelling, semi – Markov model, hyper casual phenomena.*

УДК 006.91

В. Ю. Кучерук[1], д.т.н., **О. В. Грабовський[2],** к.т.н., **М. С. Павловська[1]**

[1] *Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця*
[2] *Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса*

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ДЕТЕРМІНОВАНОГО ХАОСУ ПРИ ОБРОБЛЕННІ ВІБРОАКУСТИЧНИХ СИГНАЛІВ

В статті проілюстровано елементи теорії детермінованого хаосу, використовуючи які, можна досягти підвищення достовірності визначення інформаційних параметрів віброакустичного сигналу.

Ключові слова: *аттрактор, вібродіагностика, процедура вкладення, рівень вібрації, теорія детермінованого хаосу, теорія самоорганізації (синергетика), фазова траєкторія.*

Вступ

Підвищення надійності, ефективності експлуатації машин і механізмів пов’язано із необхідністю контролю їх технічного стану. Досить часто при контролі технічного стану в застосовується вібродіагностика, в якій з використанням певних методів формується система ознак, що характеризує технічний стан механізму.

При моніторингу технічного стану обладнання основним параметром є загальний рівень вібрацій, перевищення яким допустимих меж є сигналом для прийняття відповідних заходів. Проте часто на практиці, не зважаючи на загальний рівень вібрації, в механізмі розвиваються інші дефекти, вплив яких на загальний рівень вібрації спочатку незначний, але через деякий час швидкість розвитку дефекту починає рости, що в кінцевому випадку позначається на рівні вібрації. При цьому досить важко запобігти виникненню аварійної ситуації.

Тому виникає необхідність у розробці нових методів аналізу вібросигналів, які дозволяють більш якісно оцінювати інформацію. Одним з таких підходів є використання елементів теорії детермінованого хаосу, параметри якого є досить чутливими до зміни інформативних ознак.

Основна частина

Теорія самоорганізації (синергетика) вивчає поведінку складних систем, умови їх стійкості, природу нестійкості і еволюцію систем далеко від термодинамічної рівноваги. Методи синергетики, які являють собою ніщо інше як методи нелінійної фізики, дають можливість описати багато процесів, які спостерігаються в системах, зовнішньо не маючи нічого спільного один з одним, з допомогою одних і тих самих математичних моделей, число яких відносно невелике [1-3].

Одним з важливих і найбільш цікавих розділів синергетики є теорія динамічного хаосу. В даний час вивчений цілий клас систем, котрі в деяких областях фазового простору, називаються «дивними аттракторами» і проявляють хаотичні властивості.

При аналізі вібросигналів агрегатів різного типу прийнято вважати, що хаотична шумова складова в сигналі є прикрою перешкодою. Проте випадкові коливання, які виникають в технологічних системах мають детермінований характер [4]. Вони породжуються самою системою і тому можуть слугувати важливим джерелом інформації про її внутрішні характеристики.

Кількісною мірою, яка характеризує стан динамічної системи може слугувати фрактальна