

В. Ф. Оробей, д.т.н., **А. Ф. Дащенко**, д.т.н., **Л. В. Коломієць**, д.т.н., **А. М. Лимаренко**, к.т.н.,
Р. С. Лобус, к.т.н.

РАСЧЕТ КОНУСООБРАЗНЫХ БАЛОК СПЕЦИАЛЬНЫХ КРАНОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Предложена процедура решения задач устойчивости балок и стержневых систем, имеющих изменение поперечных размеров в различных направлениях. В основе предлагаемого подхода лежит алгоритм численно-аналитического варианта метода граничных элементов, разработанного в трудах одного из авторов. Решен ряд задач устойчивости конусообразных балок, результаты характеризуются высокой точностью.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами, фундаментальная система функций, краевые задачи на собственные значения, MATLAB.

В. Ф. Оробей, д.т.н., **О. Ф. Дащенко**, д.т.н., **Л. В. Коломієць**, д.т.н., **О. М. Лимаренко**, к.т.н.,
Р. С. Лобус, к.т.н.

РОЗРАХУНОК КОНУСОПОДІБНИХ БАЛОК СПЕЦІАЛЬНИХ КРАНІВ НА СТІЙКІСТЬ

Запропоновано процедуру розв'язання задач стійкості балок і стрижневих систем, що мають зміну поперечних розмірів в різних напрямках. В основі запропонованого підходу лежить алгоритм чисельно-аналітичного варіанту методу граничних елементів, розробленого в працях одного з авторів. Вирішено ряд завдань стійкості конусоподібних балок, результати характеризуються високою точністю.

Ключові слова: диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами, фундаментальна система функцій, крайові задачі на власні значення, MATLAB.

УДК 621.317.1

О. М. Величко, д.т.н., **В. В. Ісаєв**

Державне підприємство «Всеукраїнський державний науково-виробничий центр стандартизації, метрології, сертифікації та захисту прав споживачів», м. Київ

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ КАЛІБРУВАННЯ БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНИХ КАЛІБРАТОРІВ ЗМІННОГО СТРУМУ

У статті запропоновано методика калібрування міри показників якості електричної енергії для визначення поправки відтворюваного кута між двома фазними напругами. В основі методики лежить метод опосередкованого вимірювання кута зсуву фаз із застосуванням прецизійного вольтметра змінної напруги. Проаналізовано внесок складових вхідних величин та запропоновано бюджет невизначеності вимірювань. Представлено результати, отримані при калібруванні багатофункціонального калібратора змінного струму, за пропонованою методикою та оцінено внесок попарної кореляції вимірюваних фазних та міжфазної напруг у розширену невизначеність.

Ключові слова: змінна напруга, прецизійний вольтметр, кут зсуву фаз, невизначеність вимірювання.

Вступ

Важливою складовою народного господарства будь-якої промислово розвиненої держави є енергетичний сектор. Неможливо уявити функціонування сучасних великих технологічних комплексів виробництва, сільського господарства, навіть, невеликої офісної фірми без енергетичного забезпечення, зокрема, електричного живлення. Безліч електричних пристроїв та приладів потребують підведення до них

якісної електричної енергії мережею однофазного чи багатofазного виконання. Від забезпечення певних параметрів електроенергії залежить, наскільки точно виконуватимуть свої функції електричні пристрої та прилади, а також, чи відповідатиме тривалість функціонування цих засобів гарантованому виробником терміну експлуатації. Національний стандарт ДСТУ EN 15160 [1], гармонізований із європейськими вимогами, встановлює перелік показників якості

електроенергії, а також нормує гранично допустимі відхилення цих параметрів від номінальних значень.

Постановка завдання

Одним з показників якості електроенергії є коефіцієнт несиметрії у трифазній мережі живлення [1]. Різноманітні споживчі навантаги, що під'єднуються уздовж трифазної лінії електропостачання, так чи інакше впливають на показники якості електроенергії (ПЯЕ), спотворюючи форму кривої напруги, викликаючи зміщення кутів між фазними векторами напруги, або відхилення її амплітуди від номінального значення тощо. Одним з чинників впливу на величину коефіцієнту несиметрії є кут зсуву фаз між фазними напругами (див. рис. 1).

Як відомо, для ідеальної трифазної системи прийнятий кут зсуву фаз між сусідніми фазами 120 градусів [2]. Проте, через зазначені вище проблеми, зокрема, реактивні складові в навантазі електромережі, завжди наявне деяке відхилення цього параметру від номінального значення.

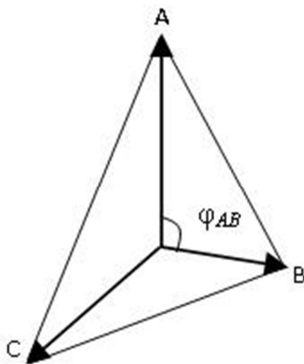


Рисунок 1 – Векторне представлення трифазної системи електричного живлення з наявною несиметрією

Для перевірки дотримання вимог щодо якості електроенергії відповідно до ДСТУ EN 15160, ГОСТ 13109 [3] застосовуються засоби вимірювання (ЗВ) – вимірювачі ПЯЕ або аналізатор електричної мережі, наприклад, Fluke 1745, «Енергомонитор 3.3», «Ресурс ПКЭ» та інші.

Важливим завданням галузі метрологічного забезпечення за видом електричних вимірювань – вимірюванням кута зсуву фаз між двома напругами – є визначення похибки вимірювання цієї метрологічної характеристики вимірювачів ПЯЕ та пов'язаної з цим невизначеності вимірювань. Таке завдання виконується за допомогою спеціалізованих калібраторів змінного струму, наприклад «Ресурс К2», Fluke 5522A. Оскільки такий засіб вимірювальної техніки (ЗВТ) використовується як робочий еталон під час визначення

метрологічних характеристик вимірювачів ПЯЕ, це означає, що його функцією є відтворення з високою точністю ПЯЕ, тобто за своєю сутністю він є мірою ПЯЕ. Згідно з експлуатаційною документацією калібратора «Ресурс К2» [4], кут зсуву фаз відтворюється з відхиленням, котре не перевищує $\pm 0,03$ градуси. Співвідношення між метрологічними характеристиками еталону та ЗВ, що піддається калібруванню, повинно становити не менше 3 [5].

Метою статті є пропозиція та аналіз методики визначення відхилення відтворюваного калібратором кута зсуву фаз від вимірюваного опосередкованим методом із застосуванням прецизійного вольтметра, а також оцінювання невизначеності вимірювань.

Особливості вимірювання кута зсуву фаз

Традиційно калібратор змінного струму при відтворенні кута зсуву фаз необхідно калібрувати за допомогою прецизійного фазометра [6, 7].

Відхилення кута між векторами двох фазних напруг, відтворюваних мірою ПЯЕ, можна визначати за допомогою прецизійного вольтметра змінної напруги, котрим потрібно по чергово виміряти середньоквадратичні значення першої фазної напруги, другої фазної напруги, а також міжфазної напруги калібратора.

Для оптимізації часу вимірювання й об'єктивності пов'язаних із ним середніх значень і невизначеностей, необхідно використовувати передавання даних вимірювання з ЗВ до персонального комп'ютера через інтерфейс зв'язку з подальшим опрацюванням отриманого масиву даних за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення (ПЗ). Калібрування міри ПЯЕ треба виконувати у характерних точках вимірювання, які слід обирати, виходячи з наявних практичних потреб постачальників і споживачів електричної енергії. Такими характерними точками для фазної напруги треба вважати 100/3, 100/√3, 100, 220 В, оскільки саме ці значення в переважній більшості розподільчих пристроїв і побути є номінальними [8]. Кут між векторами фазних напруг пропонується встановлювати 0,1; 0,5; 5; 15; 60; 120 градусів.

Встановлюючи на виході міри ПЯЕ значення фазних напруг та кутів між їхніми векторами згідно з визначеними характерними значеннями, необхідно вимірювати за допомогою прецизійного вольтметра середньоквадратичні значення першої фазної напруги U_1 , другої фазної напруги U_2 та відповідної міжфазної напруги U_3 . Вимірювання та реєстрація отриманих даних повинні відбуватися автоматично, а у сформованому ПЗ протоколі з'являтися покази прецизійного вольтметра. При цьому значення кута зсуву фаз, що відтворюється мірою ПЯЕ, треба

вводити за допомогою комп'ютера. Операції необхідно повторювати потрібну кількість разів у залежності від кількості вимірюваних значень кута зсуву фаз.

Середнє арифметичне значення результатів спостереження фазної чи міжфазної напруги за допомогою вольтметра визначається за формулою:

$$\bar{U}_{ji} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_{ji}, \quad (1)$$

де n – кількість спостережень;

$i = 1..n$;

$j = 1, 2$ чи 3 в залежності від вимірюваної напруги.

Масив даних вимірювання має оброблюватися відповідно до формули (1), а обчислені середні арифметичні значення використовуватися ПЗ для розрахунку значення кута зсуву фаз за співвідношенням:

$$\varphi_{AB} = \frac{180}{\pi} \cdot \arccos \left[\frac{\bar{U}_1 / (1 + \delta_1)}{2 \cdot \bar{U}_2 / (1 + \delta_2)} + \frac{\bar{U}_2 / (1 + \delta_2)}{2 \cdot \bar{U}_1 / (1 + \delta_1)} - \frac{[\bar{U}_3 / (1 + \delta_3)]^2}{2 \cdot \bar{U}_2 / (1 + \delta_2) \cdot \bar{U}_1 / (1 + \delta_1)} \right], \quad (2)$$

де $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ – значення поправок прецизійного вольтметра за відповідного вимірюваного середньоквадратичного значення напруги та температури оточуючого повітря.

Метою будь-якого калібрування є визначення співвідношення між показами робочого еталону й ЗВТ, що калібрується, для створення можливості розрахунку користувачем значення, максимально наближеного до умовно істинного. Можливість врахування відхилення показів ЗВТ, що піддається калібруванню, часто реалізується шляхом обчислення поправок. У випадку відтворення мірою ПЯЕ кута зсуву фаз, котрий вимірюється прецизійним вимірювачем змінної напруги описаним методом, поправки для точок калібрування повинні обчислюватись за формулою:

$$\Phi = \varphi_{AB} - \varphi_K, \quad (3)$$

де φ_K – значення кута між двома фазними напругами, котрий відтворюється мірою ПЯЕ.

Оцінювання невизначеності вимірювання кута зсуву фаз

В загальному випадку невизначеність вимірювань треба розраховувати згідно з наста-

вною з вираження невизначеності вимірювань [9]. Застосовуючи дану процедуру до процесу калібрування міри ПЯЕ при відтворенні кута зсуву фаз, слід застосовувати математичний вираз для розрахунку коефіцієнтів чутливості як частинних похідних рівняння зв'язку (2). В цьому випадку коефіцієнти чутливості для кожної вхідної величини визначатимуться наступними виразами:

$$C_1 = - \frac{\frac{1}{2 \cdot \bar{U}_2} - \frac{\bar{U}_2}{2 \cdot \bar{U}_1^2} + \frac{\bar{U}_3^2}{2 \cdot \bar{U}_1^2 \cdot \bar{U}_2}}{\sqrt{1 - \left[\frac{\bar{U}_2}{2 \cdot \bar{U}_1} + \frac{\bar{U}_1}{2 \cdot \bar{U}_2} - \frac{\bar{U}_3^2}{2 \cdot \bar{U}_1 \cdot \bar{U}_2} \right]^2}}, \quad (4)$$

$$C_2 = - \frac{\frac{1}{2 \cdot \bar{U}_1} - \frac{\bar{U}_1}{2 \cdot \bar{U}_2^2} + \frac{\bar{U}_3^2}{2 \cdot \bar{U}_2^2 \cdot \bar{U}_1}}{\sqrt{1 - \left[\frac{\bar{U}_2}{2 \cdot \bar{U}_1} + \frac{\bar{U}_1}{2 \cdot \bar{U}_2} - \frac{\bar{U}_3^2}{2 \cdot \bar{U}_1 \cdot \bar{U}_2} \right]^2}}, \quad (5)$$

$$C_3 = \frac{\frac{\bar{U}_3}{\bar{U}_1 \cdot \bar{U}_2}}{\sqrt{1 - \left[\frac{\bar{U}_2}{2 \cdot \bar{U}_1} + \frac{\bar{U}_1}{2 \cdot \bar{U}_2} - \frac{\bar{U}_3^2}{2 \cdot \bar{U}_1 \cdot \bar{U}_2} \right]^2}}. \quad (6)$$

Оскільки міра ПЯЕ конструктивно виконана як джерело трифазної напруги та має гальванічні зв'язки між електричними колами, а живлення цього джерела здійснюється за допомогою однофазної мережі, матиме місце взаємний вплив ланцюгів між собою й залежність вихідних напруг від коливань у мережі живлення. Для врахування описаних явищ до розрахунку сумарної стандартної невизначеності слід ввести коефіцієнти попарної кореляції між вхідними величинами U_1, U_2, U_3 .

Згідно з [9] коефіцієнти попарної кореляції необхідно визначати за формулами:

$$r_{12} = \frac{\sum_{i=1}^n (U_{1,i} - \bar{U}_1) \cdot (U_{2,i} - \bar{U}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (U_{1,i} - \bar{U}_1)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (U_{2,i} - \bar{U}_2)^2}}, \quad (7)$$

$$r_{23} = \frac{\sum_{i=1}^n (U_{2,i} - \bar{U}_2) \cdot (U_{3,i} - \bar{U}_3)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (U_{2,i} - \bar{U}_2)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (U_{3,i} - \bar{U}_3)^2}}, \quad (8)$$

$$r_{13} = \frac{\sum_{i=1}^n (U_{1,i} - \bar{U}_1) \cdot (U_{3,i} - \bar{U}_3)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (U_{1,i} - \bar{U}_1) \cdot \sum_{i=1}^n (U_{3,i} - \bar{U}_3)}} \quad (9)$$

Стандартну невизначеність під час вимірювання кожної складової рівняння зв'язку (2) слід розраховувати як середнє квадратичне відхилення середнього арифметичного значення результатів спостереження відповідної напруги за формулою:

$$S_{U_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U_{ji} - \bar{U}_j)^2}{n \cdot (n-1)}} \quad (10)$$

де n – кількість спостережень;
 $i = 1 \dots n$;
 $j = 1, 2$ чи 3 в залежності від вимірюваної напруги.

Бюджет невизначеності вимірювань під час калібрування міри ПЯЕ при відтворенні кута між векторами трифазної напруги наведений у табл. 1, в якій U_{B1}, U_{B2}, U_{B3} – розширені невизначеності (коефіцієнт охоплення $k=2$ з рівнем довіри 95 %) вимірюваних прецизійним вольтметром середньоквадратичних значень напруги.

Таблиця 1 – Бюджет невизначеності вимірювань кута зсуву фаз

Вхідна величина			Невизначеність вимірювання		Розподіл	Коефіцієнт чутливості	Внесок стандартної невизначеності складових u_i
i	Позначення	Оцінка	Позначення	Оцінка			
1	δ_1	тип В	U_{B1}	тип В	норм.	C_1	$C_1 \cdot \frac{U_{B1}}{2}$
2	U_1	\bar{U}_1	$S_{\bar{U}_1}$	тип А	норм.		$C_1 \cdot S_{\bar{U}_1}$
3	δ_2	тип В	U_{B2}	тип В	норм.	C_2	$C_2 \cdot \frac{U_{B2}}{2}$
4	U_2	\bar{U}_2	$S_{\bar{U}_2}$	тип А	норм.		$C_2 \cdot S_{\bar{U}_2}$
5	δ_3	тип В	U_{B3}	тип В	норм.	C_3	$C_3 \cdot \frac{U_{B3}}{2}$
6	U_3	\bar{U}_3	$S_{\bar{U}_3}$	тип А	норм.		$C_3 \cdot S_{\bar{U}_3}$

Скориставшись загальним виразом для розрахунку сумарної стандартної невизначеності за настановою [9], та, підставляючи складові згідно з (2) й таблицею 1, можна отримати відповідний вираз стосовно кута зсуву фаз без урахування попарної кореляції:

$$u_\varphi = \sqrt{\sum_{i=1}^6 u_i^2} \quad (11)$$

Оскільки кінцевим результатом калібрування міри ПЯЕ має бути значення поправки згідно з (3) та відповідна розширена невизначеність вимірювань, необхідно врахувати внесок у цю невизначеність дискретності показів міри ПЯЕ – одиниці молодшого розряду.

Згідно з [9] у випадку, коли про одну зі вхідних величин рівняння зв'язку (3) відомий лише інтервал її можливих значень, треба прийняти рівномірний закон розподілу й скористатись наступною формулою для розрахунку стандартної невизначеності:

$$u_{\text{омр}} = \frac{\delta_{\text{омр}}}{2 \cdot \sqrt{3}}, \quad (12)$$

де $\delta_{\text{омр}}$ – одиниця молодшого розряду відтворюваного мірою ПЯЕ значення кута між векторами фазних напруг.

Для того, щоб остаточно розрахувати розширену невизначеність вимірювань під час калібрування міри ПЯЕ необхідно внесок дискретності її показів додати до сумарної стандартної невизначеності вимірювань кута зсуву фаз наступним чином:

$$U_\varphi = 2 \cdot \sqrt{u_\varphi^2 + u_{\text{омр}}^2} \quad (13)$$

Оскільки вимірювання кожної середньоквадратичної напруги описаним методом відбувається в різні інтервали часу, очевидно, наявна відмінність поточного значення напруги мережі живлення, що призводить до додаткового відхилення вимірюваного значення кута зсуву фаз від реально відтворюваного значення. Щоб оцінити стандартну невизначеність з урахуванням попар-

ної кореляції необхідно скористатись наступними виразами згідно з табл. 1 та формулами (7) – (9):

$$u_{r_{12}}^2 = 2 \cdot r_{12} \cdot (u_1 + u_2) \cdot (u_3 + u_4), \quad (14)$$

$$u_{r_{13}}^2 = 2 \cdot r_{13} \cdot (u_1 + u_2) \cdot (u_5 + u_6), \quad (15)$$

$$u_{r_{23}}^2 = 2 \cdot r_{23} \cdot (u_3 + u_4) \cdot (u_5 + u_6). \quad (16)$$

Остаточну сумарну стандартну невизначеність з урахуванням попарної кореляції треба визначати за формулою:

$$u_{\phi,r} = \sqrt{u_{\phi}^2 + u_{r_{12}}^2 + u_{r_{13}}^2 + u_{r_{23}}^2}. \quad (17)$$

Практичне застосування запропонованої методики калібрування

Нижче наведений приклад калібрування міри ПЯЕ при відтворенні кута між двома напругами фази А та фази В методом вимірювання трьох середньоквадратичних значень напруги прецизійним вольтметром. У таблицях 2 й 3 представлені результати опрацьованого ПЗ масиву даних вимірювання, отриманих у описаний вище спосіб за формулами (1) – (13).

Таблиця 2 – Результати обробки масиву даних вимірювання

Вхідна величина, В			Коефіцієнт чутливості, В ⁻¹	Коефіцієнт попарної кореляції		
Назва	Оцінка	Стандартна невизначеність		r ₁₂	r ₁₃	r ₂₃
Напруга фази А	100,0495	0,00011	-0,0027	-0,075	-0,316	0,118
Напруга фази В	100,0663	0,00014	-0,0027			
Напруга між фазами А та В	51,7812	0,00026	0,0103			

Таблиця 3 – Результати калібрування міри ПЯЕ при відтворенні кута між фазами А та В, що дорівнює 30 градусів

Значення кута зсуву фаз за формулою (2)	Поправка до показів міри ПЯЕ	Сумарна стандартна невизначеність з/без урахування кореляції	Стандартна невизначеність дискретності	Розширена невизначеність з/без урахування кореляції
29,9925	-0,0075	0,00092/0,00088	0,00029	0,0019/0,0018

Висновки

Вперше запропонована методика калібрування міри ПЯЕ при відтворенні кута зсуву фаз дозволяє визначати відхилення її показів від опосередковано вимірної зазначеної фізичної величини за допомогою прецизійного вольтметра, а також оцінювати розширену невизначеність з урахуванням попарної кореляції чи без нього.

Отримані значення розширеної невизначеності вимірювань свідчать про доцільність застосування прецизійного вимірювача змінної напруги як робочого еталону, оскільки в такий спосіб досягається висока точність вимірювань.

Відображені результати оцінювання невизначеності вимірювань при калібруванні міри ПЯЕ при відтворенні кута зсуву фаз без урахування попарної кореляції фазних напруг та з її урахуванням свідчать про незначний внесок цього фактору.

Оскільки запропонована методика

калібрування міри ПЯЕ при відтворенні кута зсуву фаз реалізується з використанням прецизійного вимірювача змінної напруги, метрологічна простежуваність результатів вимірювання кінцевого ЗВТ – вимірювача ПЯЕ встановлює зв'язок з одиницею електричної напруги змінного струму.

Список використаних джерел

1. ДСТУ EN 15160:2014 Характеристики напруги електропостачання в електричних мережах загальної призначеності (EN 15160:2010, IDT). [Текст]. – К.: Мінекономрозвитку України, 2011. – 33 с.
2. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. / Л. А. Бессонов. – М.: Высшая школа, 1996. – 578 с.
3. ГОСТ 13109-97. Межгосударственный стандарт. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы

качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. [Текст]. – Минск: Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 1998. – 35 с.

4. БГТК.411649.002. РЭ Калибраторы переменного тока универсальные «Ресурс-К2». Руководство по эксплуатации. [Текст]. – Пенза: НПП «Энерготехника», 2011. – 112 с.

5. Вайсбанд М. Д. Техника выполнения метрологических работ. / М. Д. Вайсбанд, В. И. Проненко. – К.: Техніка, 1986. – 166 с.

6. Чмых М. К. Цифровая фазометрия. / М. К. Чмых. – М.: Радио и связь, 1993. – 184 с.

7. Уолт Кестер. Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов. / Уолт Кестер. – М.: Техносфера, 2010. – 328 с.

8. ДСТУ ІЕС 60044-2:2008. Трансформа-

тори вимірювальні. Частина 2. Трансформатори напруги індуктивні. (ІЕС 60044-2:2003, ІДТ). [Текст]. – К.: Держспоживстандарт України, 2010. – 42 с.

9. JCGM 100:2008// GUM 1995 with minor corrections. Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement [Електронний ресурс] – Режим доступу:

http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf – Назва з екрану.

Надійшла до редакції 01.06.2017

Рецензент: д.т.н, проф. Коломієць Л. В., Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса.

О. Н. Величко, д.т.н., В. В. Исаев

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ КАЛИБРОВКИ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫХ КАЛИБРАТОРОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В статье предложена методика калибровки меры показателей качества электрической энергии для определения поправки воспроизводимого угла между двумя фазными напряжениями. В основе методики лежит метод косвенного измерения угла сдвига фаз с использованием прецизионного вольтметра переменного напряжения. Проанализирован вклад составляющих входных величин и предложен бюджет неопределенности измерений. Представлены результаты, полученные при калибровке многофункционального калибратора переменного тока, по предложенной методике и оценен вклад попарной корреляции измеряемых фазных и межфазного напряжений в расширенную неопределенность.

Ключевые слова: переменное напряжение, прецизионный вольтметр, угол сдвига фаз, неопределенность измерения.

О. М. Velychko, DSc, V. V. Isaiev

SOME FEATURES OF THE CALIBRATION METHOD OF MULTIFUNCTIONAL CALIBRATORS

The article proposes a methodology of calibration of the measure of the power quality parameters for determining the correction of the reproducible angle between two phase voltages. The methodology based on the method of indirect measurement of the phase displacement using the precision voltmeter of the alternating voltage. The contribution of the input quantities is analyzed and the measurement uncertainty budget is proposed. The results obtained from the calibration of the multifunctional calibrator by using proposed methodology are presented and the contribution of the pairwise correlation of the measured phase and line voltages to the expanded uncertainty is estimated.

Keywords: AC voltage, precision voltmeter, phase displacement, measurement uncertainty.