

УДК 621.317.37

С. О. Тишко, В. А. Музичук, О. Ю. Шабалін, В. І. Мокреєв

АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ДВОНАПІВПЕРІОДНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ ФАЗОВОГО ЗСУВУ

У статті проведено аналіз відомих методів вимірювання фазового зсуву гармонійних сигналів, визначено їх недоліки. Отримані функціональні залежності між фазовим зсувом двох гармонійних сигналів і моментами сигналу, отриманого в результаті їх складання після проведення двонапівперіодного перетворення. Визначена математична залежність, яка описує сигнал, отриманий в результаті складання двох гармонійних сигналів після проведення їх двонапівперіодного перетворення.

К л ю ч о в і с л о в а: фазовий зсув, гармонійний сигнал, максимум функції, екстремум.

Постановка проблеми. Фазові методи і системи вимірювання, перетворення та передавання інформації займають значне місце в теорії і практиці вимірювань. Дані методи широко застосовують в системах, що стоять на озброєнні внутрішніх військ МВС України, таких як радіолокаційні, авіаційні, телекомунікаційні та системи неруйнівного контролю. Сфера їх застосування в різних технічних системах військового призначення постійно розширюється, у праці [1] це пояснюється тим, що:

- більшість явищ і процесів мають циклічну природу і тому доцільно досліджувати їх методами фазових і кутових вимірювань;
- існує можливість перетворення різнорідних фізичних величин у фазові характеристики сигналів;
- фазові характеристики періодичних сигналів – одні з найбільш інформативних параметрів, які використовуються для передавання, перетворення і представлення вимірювальної інформації;
- фазові методи вимірювання забезпечують відносно високу точність перетворення різних фізичних величин.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В основу вимірювання фазових зсувів сигналів покладено модель гармонійного сигналу, який задають без змін його параметрів на нескінченному інтервалі часу. Дана модель є ідеальною. Однак на практиці використовують модель з фінішним тимчасовим вікном, тобто вимірювання проводять на кінцевому часовому інтервалі.

Для гармонійних сигналів у вимірювальній техніці використовують такі поняття: фаза, початкова фаза, фазовий зсув і час затримки.

Сьогодні найбільший інтерес для фазометрії представляє вимірювання фазового зсуву, під яким розуміється модуль різниці початкових фаз двох гармонійних сигналів однієї частоти [2].

Найбільш повна класифікація методів вимірювання фазових зсувів гармонійних сигналів наведена у працях [1, 3, 4].

У різних технічних системах знайшли широке застосування методи вимірювання на основі перетворення фазового зсуву в інші величини. Такими проміжними величинами є напруга, сила струму, переміщення електронного променя осцилографа, часові інтервали тощо.

До недоліків розглянутих методів можна віднести достатньо велике значення похибки при вимірюванні малих кутів фазового зсуву та значний обсяг вимірювальних і обчислювальних операцій.

Мета статі – провести аналіз зміни характеристик сигналу, отриманого при складанні двох гармонійних сигналів, які попередньо піддали двонапівперіодному перетворенню, залежно від зміни їх фазового зсуву, та встановити функціональний взаємозв'язок між моментами сумарного сигналу і фазовим зсувом вхідних гармонійних сигналів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Нехай існують два гармонічних сигнали $u_1(t)$ і $u_2(t)$, які мають фазовий зсув $\Delta\varphi$ один відносно іншого на інтервалі від 0 до 2π .

Математичний запис зміни сигналів $u_1(t)$ і $u_2(t)$ можна подати у вигляді:

$$\begin{aligned}u_1(t) &= U_{m1} \cos(2\pi ft); \\ u_2(t) &= U_{m2} \cos(2\pi ft + \Delta\varphi),\end{aligned}$$

де U_{m1} , U_{m2} – амплітуди сигналів $u_1(t)$ і $u_2(t)$ відповідно; f – частота сигналу.

Сигнали $u_1(t)$ і $u_2(t)$ поступають на двонапівперіодний випрямляч, після якого отримаємо:

$$u_1'(t) = |u_1(t)| = |U_{m1} \cos(2\pi ft)|;$$

$$u_2'(t) = |u_2(t)| = |U_{m2} \cos(2\pi ft + \Delta\varphi)|.$$

Підсумувавши сигнали $u_1'(t)$ і $u_2'(t)$, отримаємо:

$$u_{\Sigma}'(t) = |U_{m1} \cos(2\pi ft)| + |U_{m2} \cos(2\pi ft + \Delta\varphi)|.$$

Аналіз зміни характеристик сигналу $u_{\Sigma}'(t)$ від значення $\Delta\varphi$ проведемо з урахуванням таких допущень:

- сигнали $u_1(t)$ і $u_2(t)$ формують ідеальними засобами, які їх не спотворюють;
- вимірювальні перетворювачі ідеальні і також не спотворюють сигнал $u_{\Sigma}'(t)$.

Залежність $u_{\Sigma}'(t)$ для деяких значень фазового зсуву $\Delta\varphi$ наведена на рис. 1.

Аналіз залежності показує, що сигнал $u_{\Sigma}'(t)$ є періодичним, з періодом $T' = \frac{1}{2f}$. Також $u_{\Sigma}'(t)$

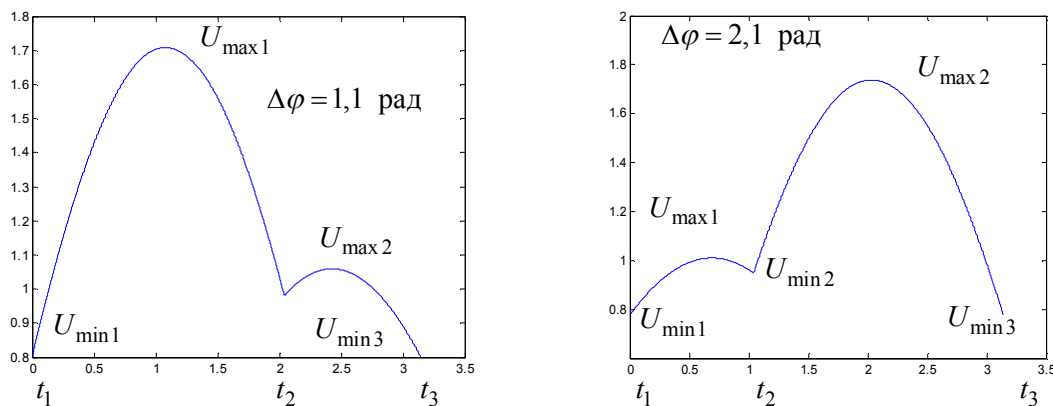


Рис. 1. Форма сигналу $u_{\Sigma}'(t)$ для деяких значень фазового зсуву

на тому самому інтервалі часу має два максимуми $U_{1\max}$ і $U_{2\max}$ та три мінімуми $U_{1\min}$, $U_{2\min}$, $U_{3\min}$, що відповідають моментам часу t_1 , t_2 і t_3 відповідно, причому $U_{1\min} = U_{3\min}$.

Також з даного графіка видно, що, залежно від зміни значення фазового зсуву $\Delta\varphi$ сигналів $u_1(t)$ і $u_2(t)$, у сигналі $u_{\Sigma}'(t)$ змінюються такі величини, як $U_{1\max}$, $U_{2\max}$, $U_{1\min}$, $U_{2\min}$, $\Delta t_{2,1}$ і $\Delta t_{3,2}$. При цьому значення $U_{1\max}$, $U_{2\max}$ існують не на всьому інтервалі від 0 до π для сигналу $u_{\Sigma}'(t)$. Так,

значення $U_{1\max}$ існує на інтервалі від 0 до $\pi - \arccos \frac{(U_{m1} - U_{m2})^2 - U_{m1}^2 - U_{m2}^2}{2U_{m1}U_{m2}}$, а $U_{2\max}$ існує на

інтервалі від $\arccos \frac{(U_{m1} - U_{m2})^2 - U_{m1}^2 - U_{m2}^2}{2U_{m1}U_{m2}}$ до π рад.

Як видно з вище викладеного, задача визначення залежності зміни $U_{1\max}$, $U_{2\max}$, $U_{1\min}$, $U_{2\min}$, $\Delta t_{2,1}$ і $\Delta t_{3,2}$ від $\Delta\varphi$ є задачею пошуку екстремуму і визначення максимуму або мінімуму функції в точках екстремуму.

Задачу пошуку екстремуму функції $u_{\Sigma}'(t)$, визначення її максимуму і мінімуму розв'язано наближеними методами з точністю до 11-го знака.

Визначимо залежності $\Delta t_{2,1} = t_2 - t_1$ і $\Delta t_{3,2} = t_3 - t_2$ від зміни фазового зсуву сигналів $u_1(t)$ і $u_2(t)$.

Значення $\Delta t_{2,1}$ для деяких значень фазового зсуву $\Delta\varphi$ наведені на рис. 2. Залежність побудована для сигналів $u_1(t)$ і $u_2(t)$ з частотами 1, 5 і 10 Гц.

Як видно з рис. 2, залежності $\Delta t_{2,1}$ від зміни $\Delta\varphi$ є лінійними функціями.

При цьому $\Delta t_{2,1}$ зменшується зі збільшенням $\Delta\varphi$ на інтервалі від 0 до π , набуваючи максимального значення $\frac{1}{2}f$ при значенні фазового зсуву, що відповідає 0 рад, і мінімального значення, що дорівнює нулю при значенні $\Delta\varphi$, рівному π рад.

Тоді можливо записати вираз, який описує зв'язок між $\Delta\varphi$ і $\Delta t_{2,1}$:

$$\Delta t_{2,1} = \frac{1}{2f} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi f}.$$

Значення $\Delta t_{3,2}$ для деяких значень фазового зсуву $\Delta\varphi$ наведені на рис. 3. Залежність побудована для сигналів $u_1(t)$ і $u_2(t)$ з частотами 1, 5 і 10 Гц.

Як видно з рис. 3, $\Delta t_{3,2}$ залежно від зміни $\Delta\varphi$, є лінійною функцією. Значення $\Delta t_{3,2}$ на інтервалі від 0 до π зростає, набуваючи максимального значення $\frac{1}{2}f$ при значенні фазового зсуву, що відповідає π рад, і мінімального значення, що дорівнює нулю при $\Delta\varphi = 0$ рад.

Співвідношення, яке описує взаємозв'язок між $\Delta\varphi$ і $\Delta t_{3,2}$, має вигляд:

$$\Delta t_{3,2} = \frac{\Delta\varphi}{2\pi f}.$$

Визначимо функціональну залежність між змінами величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$ і $U_{1\min}$, $U_{2\min}$ від фазового зсуву $\Delta\varphi$. Для цього проведемо розрахунок значень величин $U_{1\max}$, $U_{2\max}$, $U_{1\min}$, $U_{2\min}$ для деяких значень фазового зсуву $\Delta\varphi$.

Функціональні залежності між величинами $U_{1\max}$ і значеннями фазового зсуву $\Delta\varphi$ наведені на рис. 4.

З графіків на рис. 4 видно, що залежність між величинами $U_{1\max}$ і значенням фазового зсуву $\Delta\varphi$ є монотонно спадною. Вона набуває максимального значення $U_{m1} + U_{m2}$ при $\Delta\varphi = 0$ рад і мінімального значення $U_{m1} - U_{m2}$ при значенні

$$\Delta\varphi = \pi - \arccos \frac{(U_{m1} - U_{m2})^2 - U_{m1}^2 - U_{m2}^2}{2U_{m1}U_{m2}} \text{ рад.}$$

Криві, наведені на рис. 4, можливо апроксимувати з точністю до 11-го знака з використанням такого співвідношення:

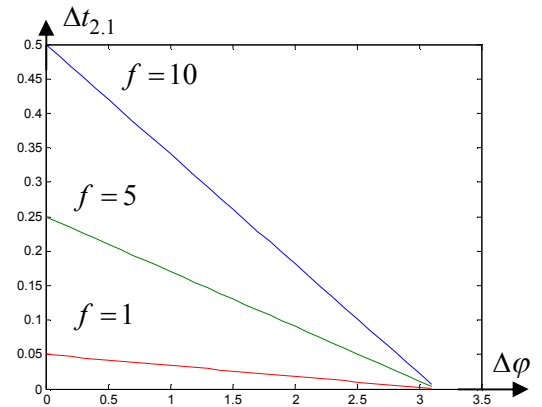


Рис. 2. Залежність зміни $\Delta t_{2,1}$ від фазового зсуву

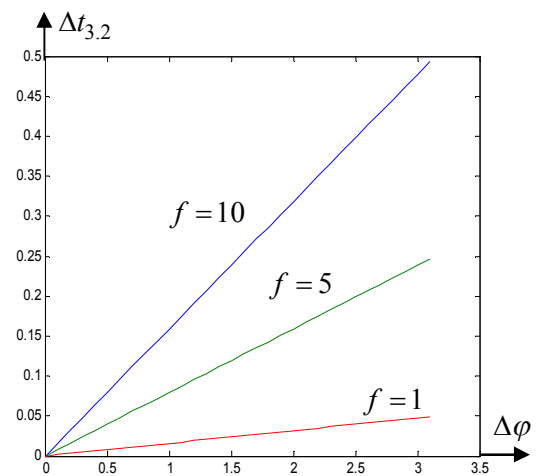


Рис. 3. Залежність зміни $\Delta t_{3,2}$ від фазового зсуву

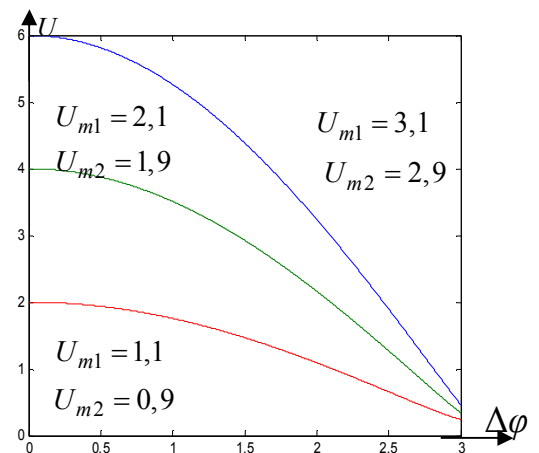


Рис. 4. Залежність зміни $U_{1\max}$ від фазового зсуву

$$U_{1\max}^2 = U_{m1}^2 + U_{m2}^2 + 2U_{m1}U_{m2} \cos \Delta\varphi.$$

Функціональні залежності між величинами $U_{2\max}$ і значеннями фазового зсуву $\Delta\varphi$ наведені на рис. 5.

З графіків видно, що залежність між величинами $U_{2\max}$ і значенням фазового зсуву $\Delta\varphi$ монотонно зростає і набуває максимального значення $U_{m1} + U_{m2}$ при значенні фазового зсуву, що відповідає π рад, і мінімального значення, що дорівнює нулю, при значенні

$$\Delta\varphi = \arccos \frac{(U_{m1} - U_{m2})^2 - U_{m1}^2 - U_{m2}^2}{2U_{m1}U_{m2}} \text{ рад.}$$

Криві, наведені на рис. 5, також можливо апроксимувати з точністю до 11-го знака з використанням такого співвідношення:

$$U_{1\max}^2 = U_{m1}^2 + U_{m2}^2 - 2U_{m1}U_{m2} \cos \Delta\varphi.$$

Функціональні залежності між величинами $U_{1\min}$, $U_{2\min}$ і значеннями фазового зсуву $\Delta\varphi$ наведені на рис. 6.

Аналіз графіків показує, що залежність між величинами $U_{1\min}$, $U_{2\min}$ і значенням фазового зсуву $\Delta\varphi$ монотонно зростає на інтервалі від 0 до $0,5\pi$ рад і набуває максимального значення U_m . На інтервалі від $0,5\pi$ до π дана функція зменшується від U_{\min} до 0.

Криві, наведені на рис. 6, можливо апроксимувати з точністю до 11-го знака з використанням таких співвідношень:

$$U_{1\min} = U_{m1} \sin \Delta\varphi;$$

$$U_{2\min} = U_{m2} \sin \Delta\varphi.$$

Виходячи з вище викладеного, для випадку нерівності амплітуд вхідних сигналів залежність $u'_{\Sigma}(t)$ матиме вигляд:

$$u'_{\Sigma}(t) = U_{1\min} + \frac{U_{1\min} - U_{2\min}}{t_{1,2}} t + (U'_{1\max} - \frac{U_{1\min} + U_{2\min}}{2}) \sin \left(\left(2f - \frac{2\pi f}{\Delta\varphi} \right) t \right), \text{ для } 0 \leq t < t_2.$$

$$u'_{\Sigma}(t) = U_{2\min} + \frac{U_{2\min} - U_{1\min}}{t_{2,3}} t + (U'_{2\max} - \frac{U_{2\min} + U_{1\min}}{2}) \sin \left(\left(\frac{2\pi f}{\Delta\varphi} \right) t \right), \text{ для } t_2 \leq t \leq t_3.$$

$$U'_{1\max} = (U_{m1} + U_{m2}) \cos \frac{\Delta\varphi}{2}; \quad U'_{2\max} = (U_{m1} + U_{m2}) \sin \frac{\Delta\varphi}{2}.$$

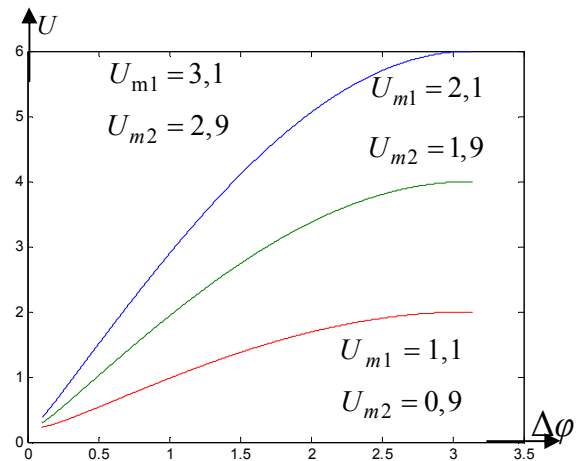


Рис. 5. Залежність зміни $U_{2\max}$ від фазового зсуву

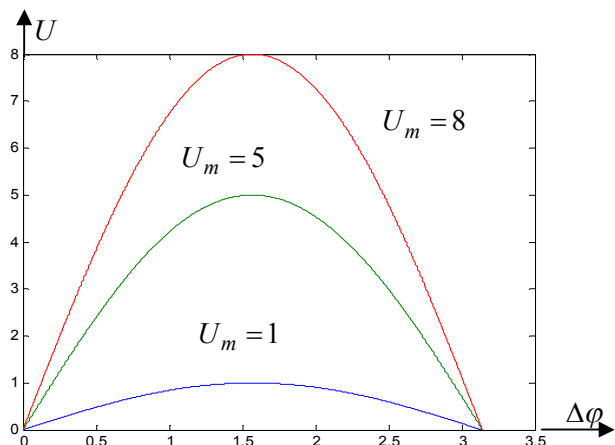


Рис. 6. Залежність зміни $U_{1\min}$, $U_{2\min}$ від фазового зсуву

Проведемо порівняльний аналіз пропонуємого підходу та методу вимірювання, заснованого на перетворенні фазового зсуву в амплітуду сумарного сигналу. Як зазначено у працях [1, 3, 4], залежність зміни фазового зсуву і амплітуди сумарного сигналу така, як і для $U_{1\max}$. Тоді, використовуючи результати, наведені на рис 4–6, можна дійти таких висновків:

– зміни значень величин $U_{2\max}$ і U_{\min} на інтервалі знаходження величини $\Delta\varphi$ від 0,001 до 0,6 рад відбувається швидше, ніж величини $U_{1\max}$;

– зміни значень величин $U_{2\max}$, U_{\min} і $U_{1\max}$ на інтервалах знаходження величини $\Delta\varphi$ від 0,6 до $0,5\pi$ і від $0,7\pi$ до π рад практично однакові;

– на інтервалі від $0,5\pi$ до $0,7\pi$ рад величина $U_{1\max}$ змінюється швидше, ніж U_{\min} і $U_{2\max}$.

Висновки

У статті проведений аналіз змін характеристик сигналу, отриманого в результаті складання двох гармонічних сигналів, що мають фазовий зсув в інтервалі від 0 до π , після їх двонапівперіодного перетворення. Визначений перелік характеристик даного сигналу, які змінюються залежно від зміни фазового зсуву. Отримані аналітичні співвідношення, які встановлюють взаємозв'язок між фазовим зсувом і характеристиками сигналу, що розглядається. Проведений порівняльний аналіз методу, заснованого на перетворенні значення фазового зсуву в амплітуду сумарного сигналу, і пропонованого підходу. Як показник, за яким здійснювалося порівняння, використана чутливість. Порівняльний аналіз показав, що чутливість даного підходу для малих значень $\Delta\varphi$ (від 0,001 до 1,6 рад) значно вища, а для решти значень – не гірше, ніж для методу, за яким проводилось порівняння.

Список використаних джерел

1. Куц, Ю. В. Статистична фазометрія [Текст] / Ю. В. Куц, Л. М. Щербак. – Тернопіль : Тернопільський держ. техн. ун-т, 2009. – 384 с.
2. ГОСТ 16465-70. Сигналы радиотехнические измерительные. Термины и определения [Текст]. – Введ. 1971-07-01. – М. : Изд-во стандартов, 1987. – 27 с.
3. Волков, В. М. Нестационарные процессы в элементах фазометрических систем [Текст] / В. М. Волков, А. А. Иванько. – К. : Техника, 1977. – 120 с.
4. Вимірювання різниці фаз у радіоелектроніці [Текст] / Н. Т. Бова, В. А. Гайжевський, С. М. Маєвський, В. В. Малєбнік. – К. : Выща шк. 1972. – 231 с.

Стаття надійшла до редакції 08.10.2013 р.