

УДК 539.3

С. А. Соколовський

## АВТОМАТИЗОВАНИЙ РОЗРАХУНОК ХАРАКТЕРИСТИК ПІДВІСКИ АВТОМОБІЛЯ У СЕРЕДОВИЩІ МОДЕЛЮВАННЯ SIMULINK

*У статті досліджується вплив параметрів підвіски на коливання автомобіля при русі по дорозі з нерівною поверхнею за допомогою комплексу MATLAB у середовищі моделювання SIMULINK.*

*К л ю ч о в і с л о в а:* підвіска автомобіля, резонансні явища, рівняння Лагранжа, програмний комплекс MATLAB.

**Постановка проблеми.** Коливання автомобіля при русі по дорогам із нерівною поверхнею негативно впливають на всі його експлуатаційно-технічні якості: середня швидкість руху зменшується на 40... 50 %, міжремонтний пробіг скорочується на 35... 40 %, витрати палива збільшуються на 50... 70 %, а собівартість перевозок зростає на 50... 60 %.

Резонансні явища, які виникають в ходовій частині автомобіля при коливаннях, обумовлюють збільшення навантаження на вали, зубчасті передачі, корпусні деталі, підшипники, а також спричиняють додаткові вібрації і підвищують рівень шуму у кузові.

При коливаннях у конструкції автомобіля виникають змінні напруження, які у разі інтенсивних коливань можуть перевищувати допустимі.

Для зменшення коливань необхідно підбирати динамічні характеристики автомобілів, насамперед, підвіски, щоб зменшувати амплітуди коливань при резонансних явищах.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій** з наведеної проблеми свідчить про наявність значної кількості робіт з питання динаміки твердого тіла.

Відомі вчені, зокрема С. П. Тимошенко, Я. Г. Пановко, І. М. Бабаков [1... 3] та інші заклали основи теорії коливань, які в подальшому їх послідовниками були трансформовані в розв'язування багатьох задач динаміки різних механізмів і машин.

Засновником вітчизняної школи в галузі автомобілебудування є академік Е. А. Чудаков [4], який разом з Р. В. Ротенбергом, М. А. Бухарінін, М. Ф. Бочаровим і П. П. Лукінін [5... 8] розробили систему автоматизованого проектування (САПР) із застосуванням ЕОМ, що дало можливість прискорити конструкторські розрахунки, здійснювати математичне моделювання складних фізичних процесів з урахуванням великої кількості діючих факторів, пов'язаних з конструюванням і експлуатацією автомобіля.

Застосування ЕОМ не виключає інших способів дослідження коливань автомобіля. Проте ЕОМ не дає можливості одержати розв'язки задач без попередньої їх підготовки (програмування), яке може бути складним і трудомістким. Проблема ускладнюється у випадку якісного дослідження системи, оскільки зміна будь-якого параметра потребує складання нової програми.

Для побудови математичних і структурних моделей коливальних систем у даній статті розглядається використання інтеративної програми MATLAB. Пакет MATLAB є сукупністю прикладних програм нижчого рівня інструментаріїв, які призначені для розв'язування окремих задач обчислення та моделювання.

Перевагою програми MATLAB є можливість моделювати системи графічно за допомогою готових структурних компонентів, що дає наочне уявлення про їхню структуру та принципи функціонування і можливість уникнути багатьох труднощів та нюансів, пов'язаних зі звичайним програмуванням, налагодженням програм, обчислюванням і аналізуванням результатів.

Для розв'язування задач, зазначених у цій статті, найзручнішим є пакет моделювання динамічних середовищ SIMULINK, що складається з готових структурних елементів, наприклад, Gain – підсилювача вхідного сигналу; Sum – суматора, що забезпечує додавання або віднімання сигналів; Integrator – інтегруючої ланки, що інтегрує вхідний сигнал за змінною “час”; Clock – генератора змінної “час”; Scope – екрана, який виводить сигнали на монітор та ін.

Щоб створити структурну динамічну модель задачі, необхідно помістити її компоненти у комп'ютерне вікно, всіх їх з'єднати необхідними зв'язками, ввести вихідні дані і запустити програму. На екрані монітора з'являється графічне зображення амплітудно-частотних характеристик моделі.

**Метою статті** є розроблення методики розрахунку динамічних характеристик підвіски автомобіля за допомогою пакета MATLAB у середовищі моделювання SIMULINK.

© С. А. Соколовський

**Виклад основного матеріалу.** Успішна експлуатація автомобілів на дорогах із нерівною поверхнею можлива лише за якісної підвіски. Її параметри вибирають за допустимою інтенсивністю і характером коливань кузова та коліс автомобіля, які виникають під час його руху. В загальному випадку підвіска складається з трьох елементів: пружинного, гасильного і напрямного пристроїв.

Наявність пружинного пристрою обумовлює коливання кузова і коліс автомобіля. Коливання повинні бути згасаючими через тертя в ресорах та шарнірах або внаслідок дії додаткового гасильного пристрою (амортизатора). На рис.1 зображена задня підвіска вантажопасажирського автомобіля. Основними елементами такої підвіски є: лонжерон рами 1, пакет ресор 2, амортизатор 3.

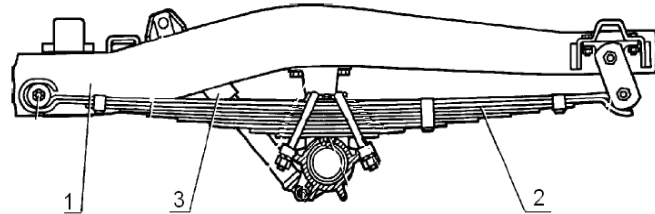


Рис. 1. Задня підвіска вантажопасажирських автомобілів

Напрямний пристрій підвіски забезпечує передавання поздовжніх і бічних зусиль та їх моментів, а також визначає характер руху (кінематику) коліс відносно рами автомобіля.

На сучасних вантажних автомобілях поширеною є залежна підвіска. Деякі спеціальні автомобілі, зокрема всюдиходи, мають незалежну підвіску всіх коліс.

Не зважаючи на різноманіття конструкцій підвісок автомобіля, всі вони у процесі дослідження основних закономірностей коливань можуть бути вивчені за допомогою єдиної розрахункової схеми.

Найбільше значення мають вимушені коливання, обумовлені нерівностями шляху. Його мікропрофіль визначається довжиною, висотою, формою (профілем) і чергуванням нерівностей. Вони можуть бути одиничними та неперервно діючими і мають, як правило, випадковий характер.

Деякі дані, що характеризують шляхові нерівності, наведені на рис. 2. Вони є результатом дослідження значної кількості доріг різної категорії [5]. На рис. 2, а зображено розподілення нерівностей по довжині, на рис. 2, б – по висоті. Криві 1 характеризують асфальтобетонну дорогу у гарному стані, криві 2 – асфальтобетонну дорогу у задовільному стані, криві 3 – шосе у незадовільному стані, криві 4 – бруковане шосе у гарному стані, криві 5 – бруковане шосе у незадовільному стані.

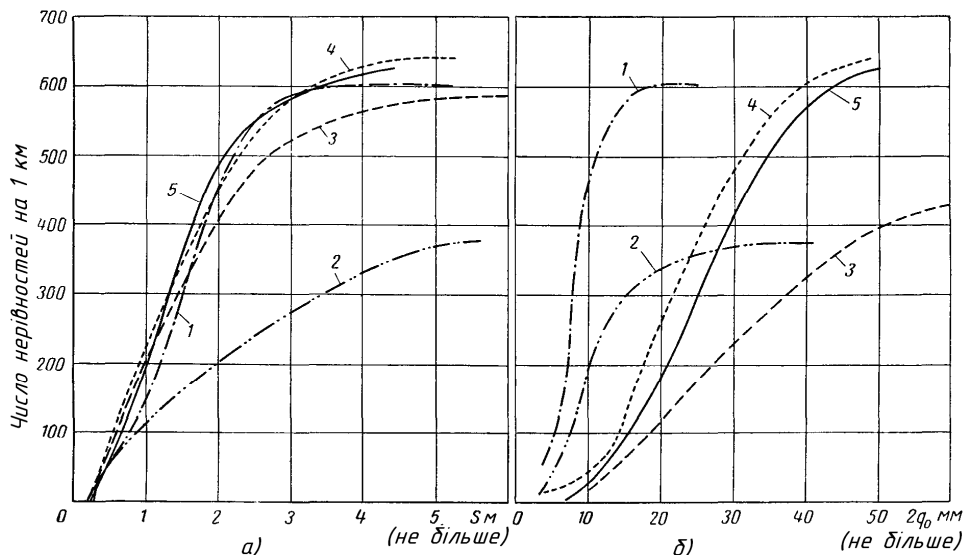


Рис. 2. Розподіл нерівностей

Аналіз кривих, зображених на рис. 2, показує, що, по-перше, характер усіх кривих однаковий, по-друге, незалежно від якості шляху, на 1 км його припадає в середньому близько 600 нерівностей, довжина більшості з яких не перевищує 4 м.

Вважаючи обриси нерівності зазвичай плавними, приймаємо її профіль синусоїдальним відносно середньої лінії нерівності. Відносно шляху крива буде зміщена на  $q_0$  (рис. 3).

Для поточного значення  $x$  рівняння профілю нерівності має такий вигляд:

$$q = q_0 \left( 1 - \cos 2\pi \frac{x}{s} \right). \quad (1)$$

При рівномірному русі  $x = vt$ , тоді:

$$q = q_0 \left( 1 - \cos \frac{2\pi v}{s} t \right) = q_0 (1 - \cos \vartheta t), \quad (2)$$

де

$$\vartheta = \frac{2\pi v}{s} = \frac{2\pi v_a}{3,6 \cdot s}. \quad (3)$$

У виразі (3):  $\vartheta$  – частота сили, що збуджує коливання при періодичному чергуванні нерівностей;  $v$  і  $v_a$  – швидкість автомобіля у м/с і км/год.

У деяких дослідженнях за профіль одиначної нерівності приймають напівхвилю синусоїди:

$$q = 2q_0 \sin \vartheta t, \quad 0 \leq \vartheta t \leq \pi. \quad (4)$$

При цьому має місце взаємозв'язок між часом проїзду нерівності  $T_\vartheta$ , частотою змушених коливань  $\vartheta$ , швидкістю автомобіля  $v_a$  та довжиною нерівності  $S$ :

$$T_\vartheta = \frac{3,6 \cdot S}{v_a} = \frac{2\pi}{\vartheta}. \quad (5)$$

Розглянемо коливання двовісного автомобіля у вертикальній площині під час руху по дорозі з нерівностями, замінивши автомобіль еквівалентною коливальною системою (рис. 4). У загальному випадку вона складається із декількох мас – підресорених і непідресорених частин, кінематично зв'язаних між собою.

Підресореною частиною автомобіля є всі його елементи, вага яких передається ресорам (пружному пристрою підвіски). Ті елементи, вага яких не передається через пружний пристрій підвіски, називають непідресореними елементами автомобіля. Таким чином, підресореними елементами автомобіля є кузов і рама з укріпленими на ній механізмами, а непідресореними – колеса з вісями (мостами).

Отже, еквівалентна коливальна система (рис. 4) складається з:  $m_{Па}$  – підресореної маси автомобіля;  $m_{На}$  – непідресореної маси автомобіля.

Маси  $m_{Па}$  і  $m_{На}$  зв'язані між собою пружними елементами (ресорами або пружинами) із жорсткістю  $2C_{Pi}$  та амортизаторами з коефіцієнтами опору  $2\delta_{Pi}$ . Непідресорені маси зв'язані з дорогою пружинами із жорсткістю  $2C_{Шi}$  і амортизаторами з коефіцієнтом опору  $2\delta_{Шi}$ , які характеризують затушення в шинах.

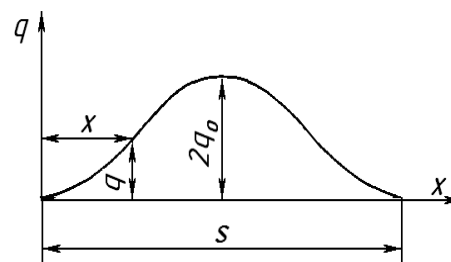


Рис. 3. Нерівність синусоїдального профілю

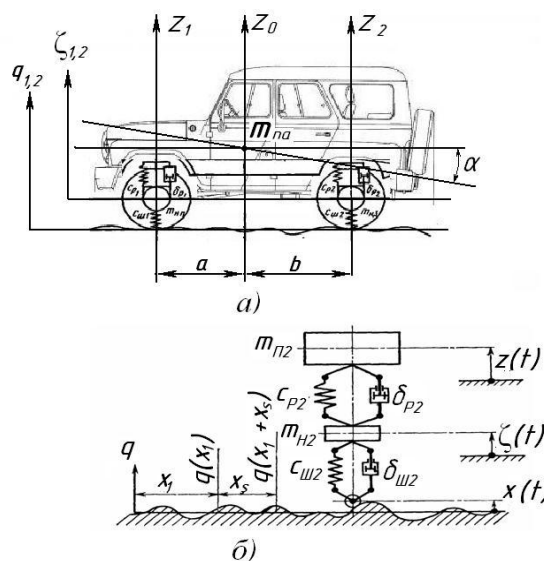


Рис. 4. Коливальна система

Складемо диференціальні рівняння руху для вихідної коливальної системи, вважаючи, що автомобіль рухається прямолінійно і рівномірно, коливання кузова і коліс є малими, а характеристики всіх елементів лінійні. Крім того припустимо, що коефіцієнти жорсткості є сталими, колеса обкатуються по нерівностям дороги, зберігаючи постійний контакт з її поверхнею.

Для виведення рівнянь руху використаємо рівняння Лагранжа 2-го роду:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial K}{\partial \xi} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \xi} - \frac{\partial R}{\partial \dot{\xi}}, \quad (6)$$

де  $K$  – кінетична енергія системи;  $\Pi$  – потенціальна енергія системи;  $R$  – дисипативна функція, що характеризує розсіяння енергії системи під впливом сил опору;  $\xi$  – узагальнена координата.

За узагальнені координати приймаємо вертикальні переміщення підресорених ( $Z_1$  і  $Z_2$ ) та непідресорених ( $\zeta_1$  і  $\zeta_2$ ) мас, де індекси 1 і 2 позначають відповідно переміщення переднього і заднього мостів.

Вважаючи, що автомобіль симетричний відносно вертикальної поздовжньої площини і коливання передньої та задньої підвісок приблизно однакові, у практичних розрахунках двовісних автомобілів можна не враховувати інерційний зв'язок між коливаннями передньої та задньої частини підресорених мас. За такого припущення можливо розглядати їх автономно.

Враховуючи вище наведене, для прикладу складемо рівняння руху задньої частини автомобіля. Для цього випадку вирази кінетичної і потенціальної енергій будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} K &= 0,5(m_{ПЗ}\dot{Z}_2^2 + m_{НЗ}\dot{\zeta}_2^2); \\ \Pi &= 0,5\left\{(Z_2 - \zeta_2)^2 + [\zeta_2 - q(t)]^2\right\} \cdot C_{Ш2}, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $m_{ПЗ}$  і  $m_{НЗ}$  підресорені і непідресорені маси, які відносяться до задньої підвіски;  $C_{B_2} = 2C_{P_2}$  і  $C_{Ш2} = 2C_{Ш_2}$  – сумарні жорсткості задніх ресор та шин.

Дисипативна функція визначається виразом:

$$R = k_3 \cdot \dot{Z}_2^2, \quad (8)$$

де  $k = 2k_{a2}$  – коефіцієнт опору амортизаторів, який характеризує згасання коливань у задній підвісці.

Підставляючи вирази (7) та (8) у (6) і враховуючи, що узагальнена координата  $\xi_i$  ідентична переміщенням  $Z_2$  і  $\zeta_2$ , після нескладних перетворень отримуємо систему двох рівнянь, які описують рух мас розглянутої системи (див. рис. 4, б):

$$\begin{aligned} m_{ПЗ} \cdot \ddot{Z}_2 &= -C_{B_2} (Z_2 - \zeta_2) - 2k_3 \dot{Z}_2; \\ m_{НЗ} \cdot \ddot{\zeta}_2 &= C_{B_2} (Z_2 - \zeta_2) - C_{Ш2} (\zeta_2 - q(t)), \end{aligned} \quad (9)$$

де  $q(t)$  – параметр зміни висоти нерівності дороги за часом.

Введемо позначення:

$$\omega_0^2 = \frac{C_{P_2}}{m_{ПЗ}}; \quad \omega_k^2 = \frac{C_{Ш2}}{m_{НЗ}}; \quad \mu = \frac{m_{НЗ}}{m_{ПЗ}}; \quad h_2 = \frac{k_3}{m_{ПЗ}}. \quad (10)$$

З урахуванням позначень (10) рівняння (9) набирають такого вигляду:

$$\begin{aligned} \ddot{Z}_2 + 2h_2 \dot{Z}_2 + \omega_0^2 Z_2 - \omega_0^2 \zeta_2 &= 0; \\ \ddot{\zeta}_2 - \frac{\omega_0^2}{\mu} Z_2 + \left( \frac{\omega_0^2}{\mu} + \omega_k^2 \right) \zeta_2 &= \omega_k^2 q(t). \end{aligned} \quad (11)$$

Пакет середовища моделювання SIMULINK програми MATLAB дає можливість розв'язувати пряму задачу, тобто переміщення  $Z_2$  і  $\zeta_2$  розглядати як інтегральні величини:

$$\begin{aligned} Z_2 &= \iint \ddot{Z}_2 dt dt = \iint \left( \omega_0^2 \zeta - \omega_0^2 Z_2 - 2h_2 \dot{Z}_2 \right) dt dt; \\ \zeta_2 &= \iint \ddot{\zeta}_2 dt dt = \iint \left[ \frac{\omega_0^2}{\mu} Z_2 - \left( \frac{\omega_0^2}{\mu} + \omega_k^2 \right) \zeta_2 - \omega_k^2 q(t) \right] dt dt. \end{aligned} \quad (12)$$

Коливальна система, що еквівалентна задній підвісці автомобіля, має широкий спектр власних частот, які позначаються через  $\Omega$ . Для конструктора важливими є граничні власні частоти: нижня  $\Omega_H$  та верхня  $\Omega_B$ , що збігаються з частотою  $\vartheta$  збурюючої сили, внаслідок чого виникають резонансні явища, за яких і визначаються амплітуди переміщень підресорених і непідресорених частин автомобіля. При цьому динамічний прогин  $f_2$  пружного елемента можна знайти за формулою:

$$f_2 = Z_2 - \zeta_2, \quad (13)$$

а динамічне навантаження на нього – за виразом:

$$G_{q2} = f_2 \cdot C_{P2}, \quad (14)$$

де  $C_{P2}$  – жорсткість пружного елемента задньої частини.

Порівнюючи динамічні величини прогину  $f_2$  і навантаження  $G_{q2}$  з відповідними допустимими їх значеннями, можливо оцінити жорсткість і міцність системи, яка розглядається.

Наведемо чисельний приклад розрахунку амплітудно-частотних характеристик автомобіля УАЗ-31512 і визначення динамічного навантаження його задньої підвіски при переїзді одиничної шляхової перешкоди (“лежачого поліцейського”) за допомогою програми MATLAB.

Вихідні дані:  $m_{П3} = 1\,220$  кг – маса підресореної задньої частини автомобіля;  $m_{Н3} = 180$  кг – маса непідресореної задньої частини автомобіля;  $C_{P2} = 39\,000$  Н/м – жорсткість ресори задньої підвіски;  $C_{Ш2} = 92\,000$  Н/м – жорсткість шини коліс автомобіля.

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= \sqrt{\frac{C_{P2}}{m_{П3}}} = 5,65 \frac{1}{\text{с}}; \quad \omega_k^2 = \sqrt{\frac{C_{Ш2}}{m_{Н3}}} = 22,6 \frac{1}{\text{с}}; \quad \mu_2 = \frac{m_{П3}}{m_{Н3}} = 0,15; \\ h_2 &= k_3 \cdot m_{П3} = 1,37. \end{aligned} \quad (15)$$

Алгоритм розв’язування.

1. Будуємо структурну схему динамічної моделі задньої підвіски автомобіля УАЗ-31512 у програмі MATLAB (див. рис. 5).

2. У структурну схему вводимо вихідні дані з урахуванням того, що:

– пружинний пристрій задньої підвіски складається із 7 ресор;

– характеристика одиничної дорожньої перешкоди за формулою (4) дорівнює 4;

– досліджуються переміщення як в області низькочастотного, так і високочастотного резонансів.

3. Запускаємо програму SIMULINK комплексу MATLAB. На моніторі висвічуються графічні зображення переміщень кузова  $Z$  і коліс  $\zeta$  при переїзді одиничної нерівності в області двох резонансів (див. рис. 6 і 7).

4. За формулами (13) і (14) знаходимо динамічний прогин пружного елемента та динамічне навантаження на нього.

При низькочастотному резонансі:

$$f_2 = Z_2 - \zeta_2 = 0,13 - 0,05 = 0,08 \text{ м};$$

$$G_{q2} = f_2 \cdot C_{P2} = 0,08 \cdot 39\,000 = 3\,120 \text{ Н}.$$

При високочастотному резонансі:

$$f_2 = Z_2 - \zeta_2 = -0,02 - 0,15 = -0,17 \text{ м};$$

$$|G_{q2}| = f_2 \cdot C_{P2} = 0,17 \cdot 39\,000 = 6\,500 \text{ Н}.$$

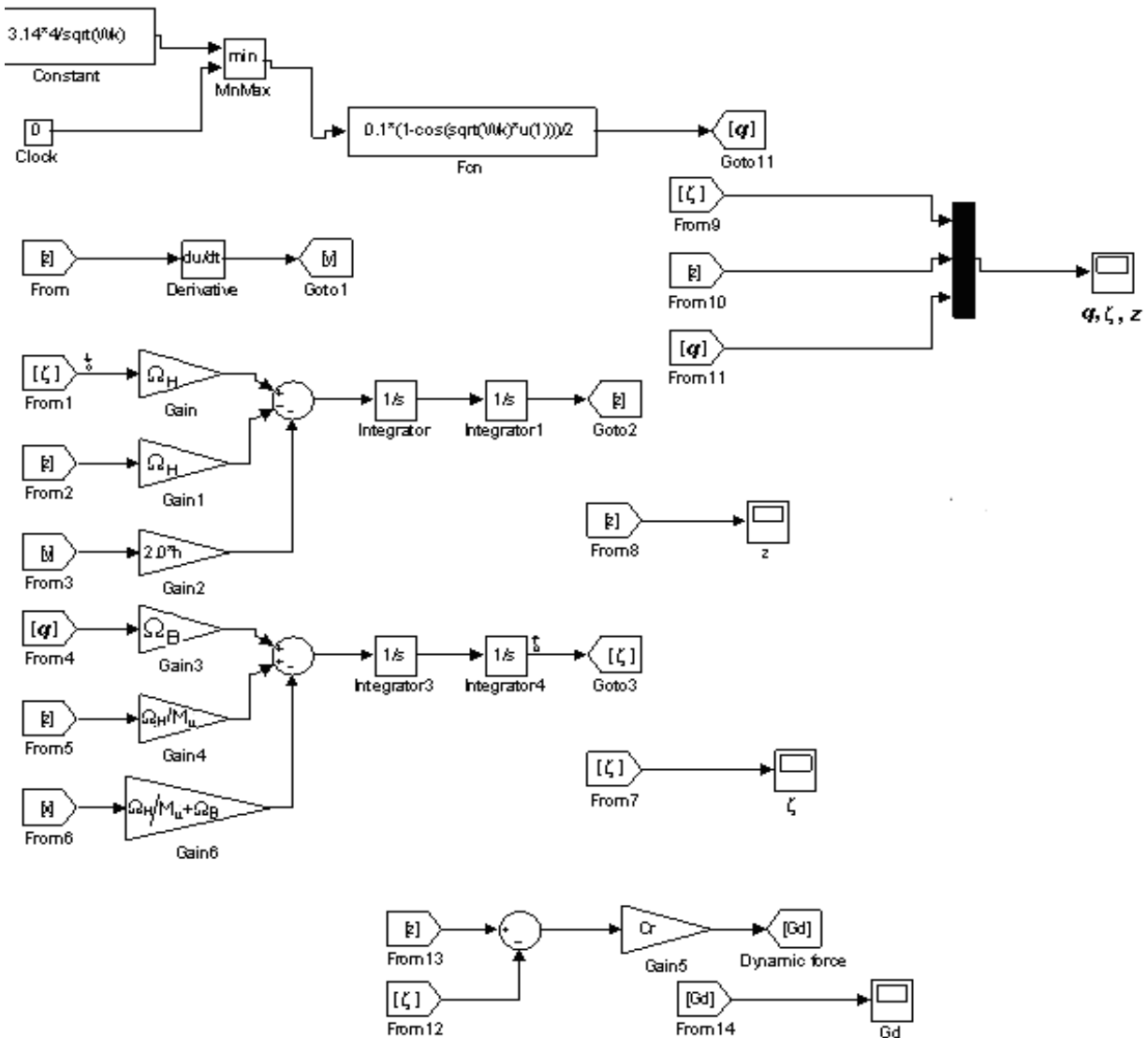


Рис. 5. Структурна схема динамічної моделі підвіски УАЗ-31512 у програмі MATLAB

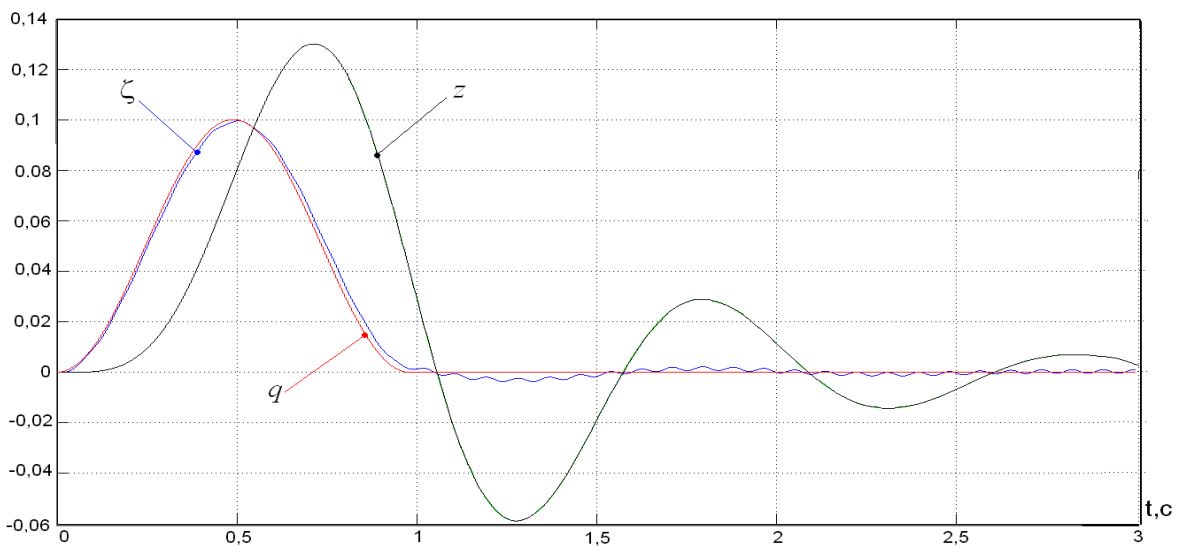


Рис. 6. Переміщення кузову і коліс в області низькочастотного резонансу при переїзді одиничної нерівності

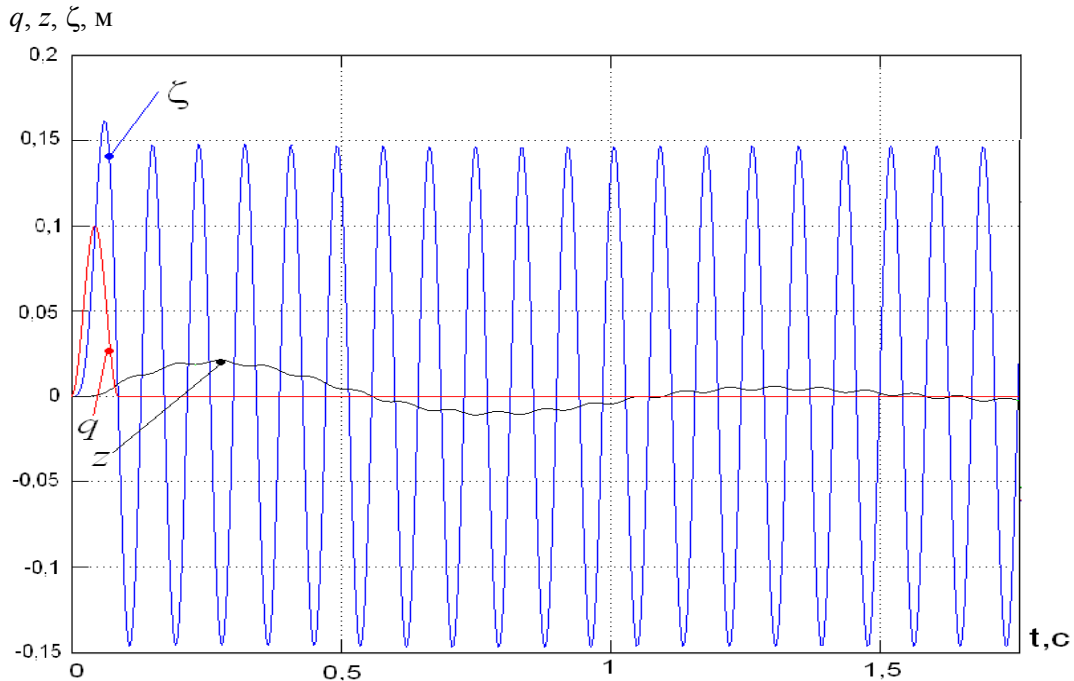


Рис. 7. Переміщення кузова і коліс в області високочастотного резонансу при переїзді одиначної нерівності

### Висновки

- Із аналізу амплітудно-частотних характеристик підвіски автомобіля (рис. 6 і 7) впливає таке:
  - динамічна навантаженість підресореної частини при переїзді одиначної нерівності суттєво залежить від жорсткості підвіски (наприклад, кількості листів у ресорі);
  - максимальні динамічні навантаження підвіски досягаються при частоті, що відповідає умовам виникнення високочастотного резонансу, коли переміщення коліс відносно автомобіля є найбільшим;
  - максимальне значення амплітуд переміщення кузова в області резонансу досягається в перші 0,25... 0,5 с після наїзду на дорожню перешкоду.
- Вибираючи значення власної частоти  $\Omega$ , параметра згасання в підвісці  $h$  і частоти збуджуючої сили  $\vartheta$ , за допомогою програмного комплексу MATLAB можливо достатньо швидко спроектувати підвіску з оптимальними параметрами, які забезпечуватимуть плавність ходу автомобіля та надійність його трансмісії під час руху по сучасним дорогам.

### Список використаних джерел

- Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле [Текст] / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер. – М. : Машиностроение, 1983. – 472 с.
- Пановко, Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем [Текст] / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М. : Машгиз, 1957. – 322 с.
- Бабаков, И. М. Теория колебаний [Текст] / И. М. Бабков. – М. : Наука, 1965. – 560 с.
- Чудаков, Е. А. Расчет автомобиля [Текст] / Е. А. Чудаков. – М. : Машгиз, 1947. – 285 с.
- Ротенберг, Е. В. Подвеска автомобиля и его колебания [Текст] / Е. В. Ротенберг. – М. : Машгиз, 1960. – 353 с.
- Бухарин, Н. И. Тормозные системы автомобилей [Текст] / Н. И. Бухарин. – М. : Машгиз, 1956. – 321 с.
- Конструирование и расчет колесных машин высокой проходимости [Текст] / Н. Ф. Бочаров и др. – М. : Машиностроение, 1983. – 299 с.
- Конструирование и расчет автомобиля [Текст] / П. П. Лукин и др. – М. : Машиностроение, 1984. – 496 с.

Стаття надійшла до редакції 15.05.2014 р.