

УДК 539.3



О. Ю. Шабалін



В. В. Глущенко

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ МЕХАНІЧНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ПОВЕРХНІ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ЇХ НЕСУЧУ ЗДАТНІСТЬ

*Пропонується методика дослідження негативного впливу механічних пошкоджень поверхні тонкостінних оболонок, які є елементами конструкції зразків озброєння і військової техніки, на їх несучу здатність при порушенні правил експлуатації та технічного обслуговування.*

*К л ю ч о в і с л о в а:* циліндрична оболонка, несуча здатність, коефіцієнт критичності напружень, енергетичний метод, рівняння Ейлера.

**Постановка проблеми.** Основними вимогами до багатьох конструкцій є достатня міцність і жорсткість з найменшими витратами матеріалу. Найбільше цим умовам задовольняють тонкостінні оболонки, тому вони широко застосовуються в авіа- і судобудуванні, є основними конструктивними елементами корпусів ракет і космічних апаратів, автомобільної техніки, багатьох зразків озброєння та військової техніки. Незважаючи на важливість досліджень несучої здатності (стійкості) тонкостінних оболонок, насамперед, циліндричних, і велику кількість наукових праць з цього питання, повного і одностайного розуміння механізму втрати стійкості оболонок довгий час не існувало. Ще з часів початку наукової діяльності видатного українського вченого С. П. Тимошенка відома формула для визначення критичних напружень циліндричної оболонки при осьовому стиску

$$\sigma_{кр} = kE\delta/R, \quad (1)$$

де  $k$  – коефіцієнт критичності напружень;  $E$ ,  $\delta$  і  $R$  – модуль Юнга, товщина і радіус оболонки відповідно.

Згідно з результатами розрахунків за класичною теорією величина коефіцієнта критичності напружень ідеальної оболонки при осьовому стиску була стабільно сталою:  $k = 0,605$ , що аж ніяк не співпадало з даними експериментальних випробувань на стійкість реальних циліндричних оболонок.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Неспівпадань теоретичних значень критичних напружень осьового стиску циліндричних оболонок з даними експериментів пристрасно дискутувалося вченими протягом всього ХХ століття. Практика вимагала наукового обґрунтування даної колізії та її вирішення, оскільки оболонкові конструкції ставали пріоритетними елементами в промисловості та військовій справі. Було очевидним, що теоретичний напружено-деформований стан оболонок суттєво відрізняється від реального. Навіть оболонки, виготовлені за ІТ-технологіями, наприклад, шляхом напилення металу у вакуумному середовищі, при втраті стійкості мали  $k < 0,605$ . Представники провідних наукових шкіл, такі, як А. С. Вольмір і Х. М. Муштарі, Т. Карман і Цянь та інші вважали, що причиною розбіжностей теоретичних і експериментальних даних є застосування необґрунтованих гіпотез у теоретичних дослідженнях, які спотворювали дійсний напружено-деформований стан циліндричних оболонок при стиску. Вони, орієнтуючись в основному на експериментальні результати, ввели поняття “верхніх  $\sigma_{кр}$ ” і “нижніх  $\sigma_{кр}$ ” напружень осьового стиску, яким відповідають значення коефіцієнтів  $k_b = 0,55$  і  $k_n = 0,18$ . Але ці рекомендації не пояснюють такі експериментальні явища, як залежність коефіцієнта критичного напруження  $k$  від відношення радіуса оболонки  $R$  до її товщини  $\delta$ , механічних характеристик матеріалу та іншого. Крім того, експериментальні значення коефіцієнта  $k_e$  можуть бути суттєво більшими або меншими за нижні критичні  $k_n = 0,18$ . І це пояснюється не тільки різноманіттям експериментальних результатів, але ще в більшій мірі тим, що існуючі теорії недостатньо точно моделюють картину втрати стійкості оболонкою.

Фізично переконливо і математично достовірно вище вказані розбіжності розв'язав відомий вітчизняний вчений С. Н. Кан [1], який довів, що на напружено-деформований стан оболонки значно впливають механічні пошкодження поверхні (дискретні або регулярні вм'ятини, глибокі подряпини), а також недоліки технології і виготовлення (овальність круглого перерізу оболонки). Все це є наслідком грубого порушення стандартів і вимог інструкцій та настанов щодо виготовлення, ремонту і експлуатації техніки. Особливо небезпечними є вм'ятини, які генерують додаткові кільцеві стискаючі напруження, що призводить до зниження несучої здатності оболонки. Ці висновки С. Н. Кана згодом були підтверджені численними експериментальними дослідженнями відомого голландського вченого В. Койтера [2].

**Мета статті** – розроблення методики оцінювання впливу механічних пошкоджень поверхонь оболонкових конструкцій елементів озброєння і військової техніки на їх несучу здатність та рекомендацій з їх запобігання.

**Виклад основного матеріалу.** Аналіз впливу механічних пошкоджень поверхні та технологічних недоліків щодо оболонкових конструкцій дає можливість оцінити рівень небезпеки зниження їх працездатності, а також запобігти порушенням нормативних вимог до дій при ремонті та експлуатації відповідних об'єктів. Отже, розглядається тонкостінна циліндрична оболонка, яка знаходиться під дією стискаючих сил і внутрішнього тиску (рис. 1, а).

Такий вид навантаження є найбільш характерним для оболонкових ємностей. Крім того, на поверхні оболонки виявлені регулярні осесиметричні вм'ятини (початкові вигини), які згідно з дослідженням [2] найбільш негативно впливають на працездатність оболонкової конструкції. Відповідно до картини напруженого стану (рис. 1, б) оболонка являє собою багаторазово статично невизначену систему. Для розкриття статичної невизначеності виразимо всі внутрішні зусилля функцією однієї невідомої змінної. За функціональні невідомі вважатимемо повні радіальні переміщення  $\omega(x)$  у вигляді

$$\omega = \psi(x) \cdot \cos(n\varphi), \quad (2)$$

де  $\psi(x) = f \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)$  – закон зміни радіальних переміщень вздовж осі оболонки;  $f$  – амплітудне значення переміщень;  $m$  – кількість напівхвиль вздовж оболонки;  $n$  – кількість хвиль у кільцевому напрямку;  $\varphi$  – кутова координата.

Застосовуючи закон Гука та визнані гіпотези відсутності зсуву і нерозтяжності товщини оболонки в кільцевому напрямку, виразимо через функцію  $\psi(x)$ :

– поздовжні переміщення 
$$u = -\frac{R}{n^2} \frac{d\psi(x)}{dx} \cos(n\varphi); \quad (3)$$

– переміщення в кільцевому напрямку 
$$v = -\frac{1}{n} \psi(x) \sin(n\varphi); \quad (4)$$

– осьову деформацію та зміну кільцевої кривизни 
$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}, \quad \chi_\varphi = \frac{\partial^2 \omega}{R^2 \partial \varphi^2} - \frac{\omega}{R^2}; \quad (5)$$

– кільцеві згинаючі моменти і додаткові осьові напруження 
$$m_\varphi = D\chi, \quad \sigma_{x \text{ дод}} = E\varepsilon_x. \quad (6)$$

У напруженому стані оболонки врахуємо вплив початкових вигинів, для чого виразимо початковий вигин поверхні оболонки в такому вигляді:

$$\omega_{\Pi} = \omega_0 \cdot \sin\left(\frac{m_0 \pi x}{L}\right), \quad (7)$$

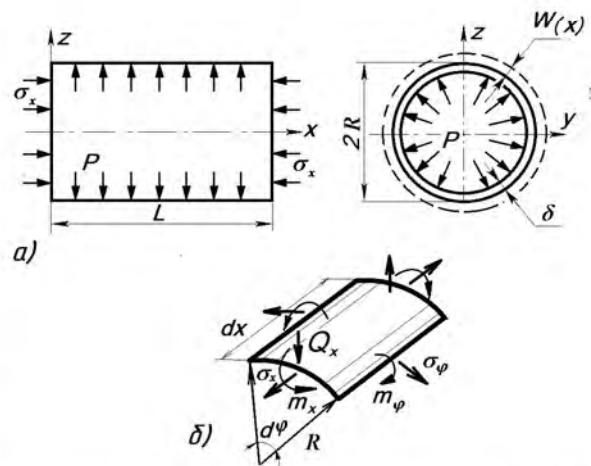


Рис. 1. Розрахункова схема задачі і напружений стан оболонки

де  $\omega_0$  – амплітудне значення початкового вигину;  $m_0$  – кількість напівхвиль при втраті стійкості оболонки за осесиметричною формою.

З урахуванням вигину пружні радіальні переміщення будуть

$$\omega_{np} = \frac{\omega_0 \cdot \bar{\sigma}_x}{1 - \bar{\sigma}_x} \cdot \sin \frac{m_0 \pi x}{L} \quad (8)$$

і відповідні їм кільцеві напруження

$$\sigma_{\varphi_0} = -\frac{\omega_{np} E}{R} = -\frac{\omega_0 \cdot \bar{\sigma}_x \cdot E}{R(1 - \bar{\sigma}_x)} \cdot \sin \frac{m_0 \pi x}{L}, \quad (9)$$

де  $\bar{\sigma}_x = \sigma_x / \sigma_{кр}$  – відношення діючого стискаючого напруження до критичного.

Для знаходження невідомої функції  $\psi(x)$  застосуємо енергетичний метод з використанням теореми про мінімум повної потенціальної енергії системи  $U$ :

$$U = \int_0^L \Gamma dx = 0. \quad (10)$$

Для виконання умови (10) складаємо вираз повної потенціальної енергії  $\Gamma$  одиниці довжини оболонки при стиску і дії внутрішнього надлишкового тиску  $p$ :

$$\Gamma = \frac{1}{2} \oint \left\{ m_\varphi \chi_\varphi + \sigma_x \text{ дод } \delta \varepsilon_x + p R \omega \chi_\varphi - \sigma_x \delta \left[ \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] - \sigma_{\varphi_0} \delta \omega \chi_\varphi \right\} R d\varphi \quad (11)$$

або, з урахуванням формул (2)...(6),

$$\Gamma = (\Gamma_1 - \Gamma_2) \cdot \pi \cdot R, \quad (12)$$

де позначено

$$\Gamma_1 = D \frac{(n^2 - 1)^2}{2R^4} \cdot \psi^2(x) + \frac{E \delta R^2}{2n^4} \left( \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} \right)^2 + P \frac{n^2 - 1}{2R} \cdot \psi^2(x);$$

$$\Gamma_2 = \sigma_x \cdot \delta \cdot \frac{n^2 + 1}{2n^2} \cdot \left( \frac{d\psi(x)}{dx} \right)^2 + \sigma_{\varphi_0} \cdot \delta \cdot \frac{n^2 - 1}{2R^2} \cdot \psi^2(x).$$

Перші два члени виразу (11), будучи найбільш вагомими, характеризують потенціальну енергію внутрішніх сил, всі інші члени – роботу зовнішніх сил, яка відбувається при переході системи із деформованого стану до початкового.

Із умови рівності робіт внутрішніх і зовнішніх сил ( $U = 0$ ), використовуючи рівняння Ейлера варіаційної задачі [3], після деяких перетворень отримаємо розрахункове рівняння, яке пов'язує відносну величину руйнуючого осьового напруження  $\bar{\sigma}_x$  з початковими вигинами  $\omega_0$  і внутрішнім надлишковим тиском:

$$p = \frac{\bar{\sigma}_x^{2,5} \left( \sqrt{1 + \frac{3}{\sigma_x^2}} - 1 \right)^{1,5}}{(1 - \bar{\sigma}_x) \left[ 1 - \sigma_x^2 \left( \sqrt{1 + \frac{3}{\sigma_x^2}} - 1 \right) + 1,65 \frac{p R^2}{E \delta^2} \sigma_x^{1,5} \left( \sqrt{1 + \frac{3}{\sigma_x^2}} - 1 \right)^{1,5} \right]} = \frac{1,9}{\sqrt{R \delta}} \cdot \left( \frac{R}{\delta} \right)^{0,5}. \quad (13)$$

У формулі (13) складова  $1,65 p R^2 / E \delta^2$  є відношенням кільцевих напружень  $\sigma_\varphi = p R / \delta$ , які пов'язані з внутрішнім тиском  $p$ , до критичних осьових напружень гладкої ідеальної оболонки  $\sigma_{кр}$  (1).

У реальних оболонкових конструкціях завжди має місце мала або незначна величина амплітуди початкового вигину  $\omega_0$ , яка практично пропорційна радіусу  $R$  і товщині стінки  $\delta$ . Виходячи з цього, можна вважати відносну величину  $\omega_0 / \sqrt{R \delta}$  константою, що характеризує культуру виготовлення, ремонту та експлуатації оболонкових конструкцій. Таким чином, у правій частині рівняння (13) змінною буде лише відношення  $R / \delta$ . На рис. 2 за формулою (13) побудовані криві стійкості

циліндричної оболонки (величини  $\bar{\sigma}_x$  і коефіцієнта  $k$  формули  $\sigma_x = kE\delta/R$ ) у функції відношення  $R/\delta$  для різних відносних значень внутрішнього тиску  $p$  і амплітуд початкових вигинів  $\omega_0/\sqrt{R\delta}$ .

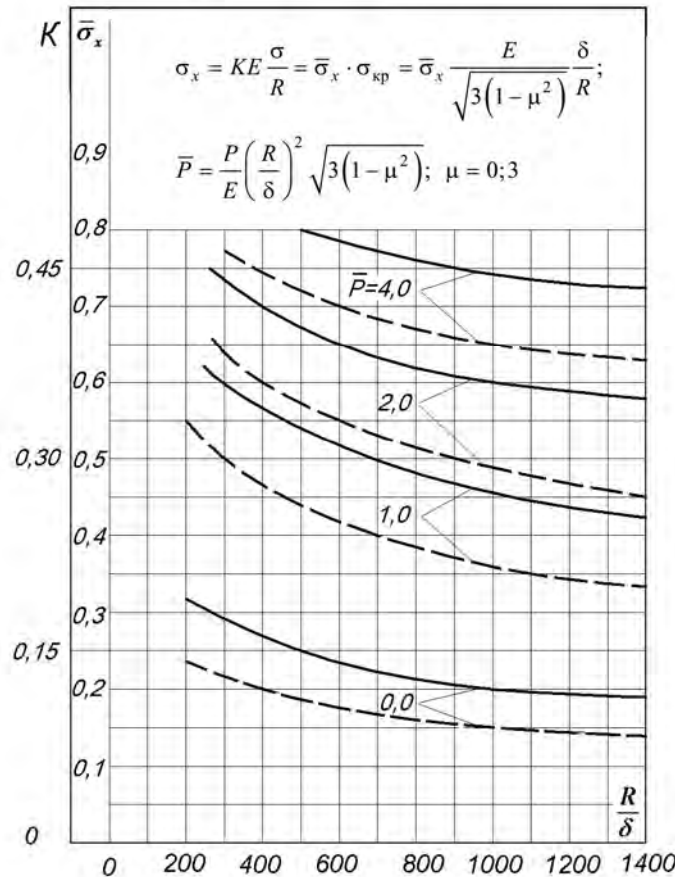


Рис. 2. Криві стійкості циліндричних оболонок

Графіки побудовані за спеціально складеною комп'ютерною програмою. На них зображені: суцільною лінією – криві при  $\omega_0/\sqrt{R\delta} = 0,085$ , що відповідає достатньо високій культурі виробництва, ремонту та експлуатації; пунктирною лінією – криві при  $\omega_0/\sqrt{R\delta} = 0,135$ , що відповідає невисокій культурі виробництва та нехтуванню вимогами ремонту і експлуатації оболонкових конструкцій.

Із аналізу рівняння (13) і графіків рис. 2 випливає, що при зростанні відносної похибки  $\omega_0/\sqrt{R\delta}$  або  $R/\delta$ , або того і іншого одночасно відбувається спадання  $\bar{\sigma}_x$  і відповідно – спадання руйнуючого осьового напруження  $\sigma_x$ .

Разом з тим збільшення внутрішнього тиску  $P$  спричиняє зростання  $\sigma_x$ , тобто внутрішній тиск (до певного значення) компенсує негативний вплив пошкоджень поверхні оболонки.

При заданому  $\omega_0/\sqrt{R\delta}$  для  $R/\delta \rightarrow \infty$  отримаємо  $\sigma_x = 0$ . Якщо  $\omega_0/\sqrt{R\delta} = 0$  (ідеальна гладка оболонка), то при будь-якому значенні  $R/\delta$  маємо  $\bar{\sigma}_x = 1$ , тобто  $\sigma_x = \sigma_{кр} = 0,605E\delta/R$ .

Проілюструємо це прикладом оцінювання несучої здатності циліндричної частини цистерни автозаправника АТЗ – 3,8-53А (див. рис. 3) у випадку її екстремального навантаження (розгін, гальмування), використовуючи вихідні дані дослідження з праці [4]:  $F_{\max} = 53$  кН (максимальна осьова стискаюча сила в момент часу  $t = 0,8$  с при розгоні);  $n_x = 1,61$  (коефіцієнт осьового перевантаження);  $f = 1,5$  та  $k = 0,8$  (коефіцієнти запасу безпеки і ослаблення конструкції зварюванням);  $R = 0,6$  м і  $\delta = 3 \cdot 10^{-3}$  м (радіус і товщина стінки корпусу цистерни);  $E = 0,7 \cdot 10^5$  МПа і  $\mu = 0,3$  (модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона сплаву АМг-6).

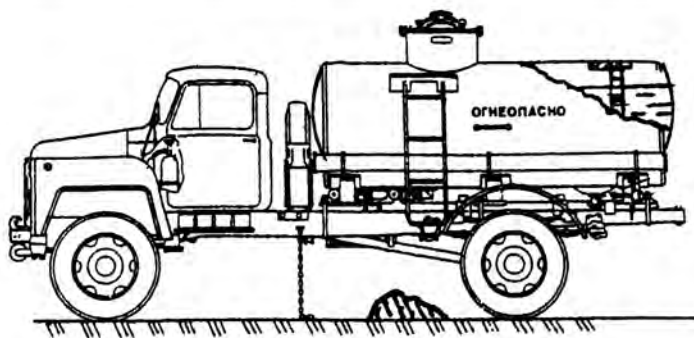


Рис. 3. Автозаправник АТЗ – 3,8-53А

З графіка рис. 2 при  $R/\delta = 600/3 = 200$ , відсутності надлишкового внутрішнього тиску ( $\bar{p} = 0$ ) та найгірших умовах обслуговування ( $\omega_0/\sqrt{R\delta} = 0,135$ ) знаходимо параметр  $\sigma_x = 0,25$  або коефіцієнт  $k = 0,15$ .

У цьому випадку допустиме критичне напруження стиску буде

$$\sigma_{кр} = \sigma_x \cdot \frac{E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \cdot \frac{\delta}{R} \cdot \frac{k}{f} = 0,25 \cdot \frac{0,7 \cdot 10^5}{\sqrt{3(1-0,3^2)}} \cdot \frac{3}{600} \cdot \frac{0,8}{1,5} = 28,2 \text{ МПа.}$$

Визначимо діючі нормальні напруження в корпусі цистерни:

$$\sigma_d = \frac{F_{\max} \cdot n_x}{A} = \frac{53 \cdot 10^3 \cdot 1,61}{11,3 \cdot 10^{-3}} = 7,65 \text{ МПа,}$$

де  $A = 2 \pi R \delta = 2 \pi \cdot 0,6 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 11,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$  – площа поперечного перерізу корпусу цистерни.

З умови стійкості  $\sigma_d \leq \sigma_{кр}$  (або  $7,65 \text{ МПа} < 28,2 \text{ МПа}$ ) випливає, що працездатність корпусу цистерни забезпечена.

### Висновки

1. Проведене дослідження підтверджує негативний вплив механічних пошкоджень поверхні на несучу здатність циліндричних оболонок, що свідчить про необхідність жорсткого дотримання вимог інструкцій та настанов з культури ремонту та експлуатації оболонкових зразків.

2. Внутрішній тиск у загальному випадку підвищує несучу здатність реальних оболонок, нейтралізуючи негативний вплив початкових вигинів. Але за певних значень величини

$\bar{p} = \frac{p}{E} \cdot \left(\frac{R}{\delta}\right)^2 \cdot \sqrt{3(1-\mu^2)}$  несуча здатність оболонки буде визначатися вже умовами міцності [1].

3. Численні експериментальні дані показують, що при високій культурі ремонту та експлуатації статистична відносна величина амплітуди вм'ятини буде в межах  $\omega_0/\sqrt{R\delta} = 0,085$ , при низькій культурі –  $\omega_0/\sqrt{R\delta} = 0,135$ . Проводячи експрес-аналіз несучої здатності оболонкової конструкції, достатньо виміряти величину амплітуди вм'ятини  $\omega_0$ , знати параметри  $R$ ,  $\delta$ ,  $\mu$  та внутрішній тиск  $p$  і за графіками рис. 2 визначити  $\sigma_{кр}$ .

### Список використаних джерел

1. Кан, С. Н. Строительная механика оболочек [Текст] / С. Н. Кан. – Москва : Машиностроение, 1966. – 508 с.
2. Koiter, W. T. The effect of axisymmetric imperfections on the buckling of cylindrical shells under axial compression. "Proc. Koninkl. Akad. Wet.", B65, № 56, 1965.
3. Зельдович, Я. Б. Элементы прикладной математики [Текст] : справочник / Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис. – Москва : Наука, 1965. – 615 с.
4. Соколовський, С. А. Динамічні характеристики рухомої цистерни з рідиною [Текст] / С. А. Соколовський // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Харків, 2011. – Вип. 1 (17). – С. 75–83.

Стаття надійшла до редакції 15.03.2018 р.

УДК 539.3

О. Ю. Шабалин, В. В. Глущенко

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ  
ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ИХ НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ**

*Предлагается методика исследования негативного влияния механических повреждений поверхности тонкостенных оболочек как элементов конструкции образцов вооружения и военной техники на их несущую способность при нарушении правил эксплуатации и технического обслуживания.*

*К л ю ч е в ы е с л о в а: цилиндрическая оболочка, несущая способность, коэффициент критичности напряжений, энергетический метод, уравнение Эйлера.*

UDC 539.3

O. Yu. Shabalin, V. V. Glushchenko

**INVESTIGATION OF THE EFFECT OF MECHANICAL DAMAGES OF THE SURFACE OF  
THIN BASKETS ON ENERGY EFFICIENCY**

*The technique of studying the negative influence of mechanical damage of the surface of thin-walled membranes as elements of construction of weapons and military equipment samples (IWT) on their bearing capacity in case of violation of the rules of operation and maintenance is offered.*

*As you know, thin-walled reservoirs (eg, tanks, fuel tanks) with external loading are sensitive to surface damage (dents, deep scratches, overstressing of the cross-section), which generate additional compressive stresses, resulting in either premature loss of stability, or plastic destruction of the object. In the article on the basis of the energy method, the stress-strain state of the shell design under the influence of the axial compression force and internal pressure, taking into account the surface damage, which are most characteristic in real conditions of repair and operation, are considered.*

*As a result of research obtained in the calculation formula, along with its graphical display mode enables rapid analysis to assess carrying capacity of shell capacity depending on load conditions and repair and maintenance. In practical terms, the article is an interesting parameter which characterizes the strength and reliability of shell capacity depending on the culture of maintenance and operation and can be included in regulatory guidelines as required respected.*

*K e y w o r d s: cylindrical shell, bearing capacity, coefficient of criticality of stresses, energy method, Euler equation.*

**Шабалин Олег Юрійович** – кандидат технічних наук, доцент, заступник начальника Національної академії Національної гвардії України з озброєння та техніки – начальник відділу технічного забезпечення.

**Глущенко Віталій Володимирович** – кандидат технічних наук, заступник начальника Національної академії Національної гвардії України з тилу – начальник відділу тилового забезпечення.