УДК 160.1:165.9

І. А. Твердохліб,
старший викладач
(НПУ імені М.П. Драгоманова)

ІСТОРИКО-ФІЛОСОФСЬКИЙ АНАЛІЗ РОЗВИТКУ НЕКЛАСИЧНИХ НАПРЯМІВ СУЧАСНОЇ ЛОГІКИ

Створення окремих компонент методичної системи навчання логічних основ інформатики студентів фізико-математичних спеціальностей педагогічних університетів вимагає, перш за все, уточнення змісту цієї навчальної дисципліни. Теоретичні основи інформатики, як відомо, – досить об’ємний розділ, фундамент інформатики як науки, що такі розділи: теорія кодування, дискретна математика, теорія ймовірностей, теорія оптимізації, математична логіка, математична інформатика тощо. Виокремлення логічних основ як окремої складової теоретичних основ інформатики, вимагає глибокого змістового аналізу тих розділів, що пов’язані й описують логічні основи функціонування ЕОМ. Для виконання цього завдання, окрім аналізу фундаментальної літератури з теоретичних основ інформатики, філософських, психолого-педагогічних та навчально-методичних джерел, важливе місце займає проведення історико-філософського аналізу становлення логіки як науки. Це дозволить більш глибоко зрозуміти передумови виникнення формальної логіки та її трансформації в логіку математичну, нині є основою функціонування всієї електронно-обчислювальної техніки. Проведення ретроспективного аналізу дозволить виділити основні закономірності, що простежувалися в ході еволюції поглядів видатних світових мислителів на логіку як спосіб мислення, ораторського мистецтва, засобу переконання, виведення нових знань та доведення теорем, перетворення її в математичну логіку, і, зрештою становлення як основи побудови перших обчислювальних машин і сучасних інформаційних технологій загалом.

Вивчення некласичних логік відіграє важливу роль у підготовці майбутніх вчителів інформатики, оскільки дозволяє ознайомитися з сучасними напрямами розвитку логічного вчення, вийти за рамки двозначності в логіці, усвідомити новаторські логіко-філософські ідеї сучасності.

Метою цієї статті є проведення історико-філософського аналізу розвитку некласичних напрямів сучасної логіки для виявлення напрямів розвитку та знайомства з науковими ідеями найбільш поширених сучасних логічних теорій.

Варто зазначити, що вагомий вклад у розвиток некласичних напрямів логічного вчення внесли Л. Брауер, Г. Рейхенбах, Р. Карнап, А. Тарський, Я. Лукасевич, К. Льюїс, Е. Пост, Д. Бочвар, С. Кліні, Б. Россер, А. Гейтінг, В. Аккерман, С. Кріпке, Я. Хінтікка А. Марков, А. Колмогоров, А. Уйомов, М.Попович, А. Конверський та інші.

Нині з’явилося багато некласичних логічних течій, проте, логіка як наука є єдиною теорією, оскільки і традиційна, і сучасна, і будь-який напрям некласичної логіки мають спільний предмет і методи. Так, традиційна логіка використовує метод формалізації, тобто поряд з символьною мовою використовуються елементи природної мови, тоді як сучасна логіка використовує метод формалізації у чистому вигляді.

У сучасній логіці умовно можна виділити такі історичні періоди:

- *Передісторія сучасної логіки.* У цей період у Т. Гобса виникає ідея розглядати процес міркування як числення, Р. Декарт вводить і обґрунтовує такі поняття, як “змінна величина”, “функція”, а Г. Лейбніц вводить символьне позначення логічних змінних.

- *Період алгебри логіки* починається з опублікування у 1847 році Дж. Булем книги “Математичний аналіз логіки”, у якій автор вводить у логіку алгебраїчну символіку для побудови логічних числень, розглядає процес умовиводу як розв’язання логічних рівностей.

▪ *Період розробки логіки як теорії обґрунтування математики,* пов'язаний з кризовими ситуаціями в математиці на межі XIX – XX століття, розробкою Г. Фреге аксіоматичної побудови числення висловлень, теорії квантифікації, основних принципів логічної семантики та теорії логічного обґрунтування математики Б. Рассела і А. Уайтхеда в праці "Принципи математики".

▪ *Період розробки металогіки, логічної семантики та некласичної логіки* пов'язаний з діяльністю Львівсько-Варшавської школи, працями Р. Карнапа, А. Тарського, Я. Лукасевича, К. Льюіса та інших [7, с. 125 – 126].

Зупинимося більш детально на передумовах виникнення та сучасних напрямах некласичної логіки. Некласичною називають один з напрямів математичної логіки, який виникає на межі XIX – XX століття, коли основоположник інтуїціоністичної логіки Л. Брауер висунув ідею про неможливість застосування закону виключення третього в теорії нескінченних множин.

Один із основоположників некласичної логіки, російський філософ і логік Н. Васильєв ще в кінці XIX століття висунув ідею про можливе існування логіки без законів протиріччя та виключення третього, під якою він розуміє металогіку, тобто уявну логіку, яка не діє в світі реальних речей, у якій правила поєднання висловлень повинні визначатися самим суб'єктом. У своїх думках Н. Васильєв виходив з того, що, окрім традиційної аристотелевої логіки, існують інші логіки, інші логічні операції [4, с. 57].

Як не дивно, проте перші зачатки багатозначної логіки можна простежити в працях логіка епохи Середньовіччя Вільяма Оккама. У праці Ф. Беннера [1] вказується на те, що англійський логік розглядає три значення істинності висловлення: істинно, хибно і невизначено, неявно описує таблицю істинності операції імплікації для трьох можливих значень істинності висловлення [11, с. 143].

Аналіз наукових праць учених і дослідників некласичної логіки [3; 5; 6; 7; 9] дозволяє нам умовно виділити в процесі становлення некласичної логіки три напрями:

1) виникнення багатозначних логік з критики принципу двозначності та аристотелевого закону виключення третього;

2) нове тлумачення змісту логічних операцій, зокрема, матеріальної імплікації та виникнення інтуїціоністичної логіки;

3) перегляд розділів традиційної логіки засобами некласичної та створення нових розділів сучасної логіки (модальна, релевантна, логіка квантової фізики тощо).

Виникнення багатозначної логіки пов’язують з іменем польського логіка Я. Лукасевича, який у 1920 році в невеликій статті розглядає трьохзначну логіку, де висловлення може приймати одне з трьох можливих значень істинності. Через рік, незалежно від Я. Лукасевича, систему багатозначної логіки побудував американський логік Е. Пост.

На думку А. Зінов’єва [5, с. 11 – 12], багатозначна логіка – це, перш за все, сукупність логічних обчислень (числення висловлень та предикатів), у якому висловлення може набувати більше двох значень істинності, а в загальному випадку будь-яку скінченну чи нескінченну множину значень. Багатозначна логіка як галузь науки не зводиться лише до числення, а охоплює собою загальні проблеми побудови та обґрунтування числення, їх взаємовідношень, відношення до двозначної логіки, тобто охоплює теоретичні дослідження, предметом яких є багатозначне числення.

Перша система тризначної логіки була розроблена Я. Лукасевичем, який, досліджуючи природу модальних висловлень, прийшов до висновку, що для оцінки модальних висловлень засобів класичної логіки недостатньо. Тому він пропонує ввести третє значення істинності висловлення як “можливо” чи “нейтрально”. У подальшому з’являються трьохзначні системи Д. Бочвара, який створює трьохзначну систему логіки з метою вирішення парадоксів математичної логіки шляхом доведення беззмістовності деяких висловлень і вводить значення істинності висловлення “беззмістовно” та С.Кліні, який в якості третього значення істинності висловлення пропонує “невідомо”, “не суттєво”, “невідомо хибне чи істинне”.

Розглядаючи багатозначні логіки з точки зору методу таблиць істинності, при їх побудові виходять з класичних означень логічних операцій у булевій логіці. Наведемо шаблони таблиць істинності для бінарних логічних операцій кон’юнкції та диз’юнкції в багатозначній логіці (*Таблиця 1*), позначивши значення істинності висловлень через 0, $\frac{1}{2}$ та 1 і заповнимо обов’язковими згідно визначень кон’юнкції та диз’юнкції значень істинності результуючого висловлення комірки таблиці. Оскільки кон’юнкція істинна тільки у випадку істинності двох складових висловлень, а диз’юнкція хибна у випадку хибності обох висловлень, то в лівій верхній комірці таблиці для операції кон’юнкції має бути 1, а в правій нижній комірці операції диз’юнкції – 0. Таким чином, залишається вісім комірок, які можуть бути заповненими іншими двома можливими значеннями істинності, а отже, існує по $2^8 = 256$ різних способів визначення операції кон’юнкції та диз’юнкції у трьохзначній логіці.

Таблиця 1

Шаблони таблиць істинності логічних операцій в трьохзначній логіці

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">$\wedge$</td><td colspan="3">A</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">$\vee$</td><td colspan="3">A</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{2}$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
</table>

При побудові таблиці істинності операції заперечення в багатозначній логіці єдине обмеження полягає в тому, що $\overline{A}$ не може бути істинним при істинності висловлення A, і $\overline{A}$ не може бути хибним в разі хибності висловлення A. Вказане обмеження однозначно визначає таблицю істинності для операції заперечення у двозначній логіці і припускає існування 12 різних визначень операції заперечення у трьохзначній. Оскільки функціонально повну систему логічних функцій утворює заперечення і кон'юнкція, а будь-яку іншу логічну функцію можна представити через них, то може існувати $256 \cdot 12 = 3072$ різних трьохзначних логік.

Так, у системі трьохзначної логіки Я. Лукасевича, Е. Поста і Б. Россера операція кон'юнкції визначається за критерієм, згідно з яким значення $1/2$ більш хибне за 1, але менш хибне за 0, а значення кон'юнкції збігається зі значенням істинності більш хибного із складових висловлень. За Д.А. Бочваром, значення істинності $1/2$ вказує на нерозв'язуваність, а кон'юнкція висловлень $A \wedge B$ є нерозв'язуваною у випадку нерозв'язуваності хоча б одного із складових висловлень [2, с. 233].

Цікавим є той факт, що всі тавтології в логіці Я. Лукасевича є тавтологіями в класичній логіці, оскільки якщо відкинути третє значення істинності, то всі логічні операції будуть збігатися, проте не всі тавтології двозначної логіки будуть тавтологіями в трьохзначній логіці, тому що там наявне третє значення істинності висловлень.

Через 34 роки після розробки трьохзначної логіки Я. Лукасевич розробляє систему чотирьохзначної логіки в праці "Аристотелева силогістика з точки зору сучасної формальної логіки" [10], а незабаром і нескінченнозначної, ідеї якої він пов'язує з численням ймовірностей, розглядаючи значення істинності висловлень як ступені ймовірності істинності висловлення. У своїй чотиризначній логіці вчений вводить два похідні значення істинності від істинного і хибного, які позначає цифрами $0, 1, 2, 3$. Нові символи, введені для позначення значень істинності функцій у чотиризначній логіці Я. Лукасевича, можна тлумачити як "ближче до істини" (2) та "ближче до хиби" (3), а значення 1 і 0 є відповідно "істина" і "хиба".

Незалежно від Я. Лукасевича і майже одночасно з ним свою систему багатозначної логіки розробляє американський логік Е. Пост, який виходив з суто формальних міркувань, допускаючи, що висловлення і логічні функції приймають значення істинності з деякої n-значної множини. Е. Пост побудував свою багатозначну логіку як узагальнення двозначної, а в своїх роздумах виходив не з того, що всі функції багатозначної логіку матимуть аналогів у двозначній, а з припущення, що при $n=2$, в якості частинного випадку ми отримаємо двозначну логічну систему.

При побудові своєї системи Е. Пост вводить два заперечення, перше з яких він називає циклічним, а друге збігається із запереченням у класичній логіці, характерною особливістю яких є те, що при $n=2$ ці заперечення збігаються між собою і з запереченням булевої алгебри. Перше заперечення визначається двома рівностями: $\overline{A}=|A|+1,\ при\ |A|\leq n-1$ і $\overline{n}=1$, а друге – однією: $\sim A=n-|A|+1$. Кон’юнкція та диз’юнкція в багатозначній логіці Е. Поста визначається відповідно як максимум і мінімум значень складових висловлень.

У 1932 році поняття багатозначної логіки узагальнюються Г. Рейхенбахом, який створює систему нескінченнозначної логіки, у якій висловлення може набувати нескінченну кількість значень істинності, і була задумана вченим як фундамент математичної теорії ймовірності. Пізніше Т. Швицький намітив шляхи застосування багатозначної логіки в квантовій фізиці, які далі були розвинуті Г. Біркгофом і Г. Рейхенбахом.

Така різноманітна інтерпретація багатозначних логік виключає можливість існування чітко визначеного ставлення до них з боку науковців та породжує сумніви в їх цінності. Багатозначні логіки знаходять застосування у вирішенні парадоксів класичної математичної логіки, в квантовій механіці, теорії релейно-контактних схем тощо. Проте прогрес розвитку цього напряму логічного вчення відбувається повільно, що спричинене неналежним сприйманням багатьох учених ідеї багатозначності в логіці, невеликій потребі сучасної техніки в багатозначній логіці та відсутності переваг багатозначної логіки при вирішенні логічних проблем.

Інтуїціоністська логіка – один з напрямів сучасної некласичної математичної логіки, яка ґрунтується на принципах інтуїціоністської математики. Засновником інтуїціоністської математики вважається голандський математик Л. Брауер, який у своїх працях звертає увагу на не універсальність дії закону виключення третього, закону подвійного заперечення та закону непрямого доведення.

На думку Л. Брауера, чиста математика представляє собою вільне творіння розуму і не має жодного відношення до дослідних фактів. В інтуїціоністів єдиним джерелом математики є інтуїція, а критерієм вірності математичних понять і доведень є “інтуїтивна зрозумілість”. Проте самому основоположнику інтуїціоністської логіки А. Гейтінгу доводиться критикувати поняття інтуїтивної зрозумілості, вважаючи його інтуїтивно незрозумілим, при цьому, схиляючись до думки, що походженням математики є відображення просторових форм і кількісних відношень навколишнього світу. Інтуїціоністи не визнають людську практику і досвід джерелом формування математичних понять, методів математичних побудов і доведень, а вважають, що математичні об’єкти є продуктом конструктивної діяльності людського розуму [3, с. 270].

Л. Брауер перший висловлює ідею створення нової логіки, яку розвинув його учень А. Гейтінг і створив у 1930 році інтуїціоністичну логіку з використанням імплікації, кон’юнкції, диз’юнкції, заперечення на основі 11 аксіом і двох правил виводу – modus ponens та правила підстановки. Характерною відмінністю інтуїціоністської від класичної логіки є різне тлумачення логічних операцій. Так, наприклад, імплікація $A \to B$ вважається істинною, якщо існує метод, використання якого дозволяє з доведення для A вивести доведення для B, диз’юнкція вважається істинною, якщо істинне хоча б одне з висловлень і при цьому існує спосіб розпізнати серед даних двох висловлень істинне і т.д.

У працях [8; 9] стверджується, що інтуїціоністи досліджують конструктивні об’єкти, тобто такі, існування яких вважається доведене тільки тоді, коли вказується спосіб їх побудови, конструювання. Відомо, що інтуїціоністична логіка ґрунтується на системі 11 аксіом:

$$A \to (B \to A)$$

$$(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A$$

$$A \to (B \to (A \wedge B))$$

$$(A \wedge B) \to A$$

$$(A \wedge B) \to B$$

$$A \to \overline{\overline{A}}.$$

$$A \to (A \vee B)$$

$$B \to (A \vee B)$$

$$(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \vee B) \to C))$$

$$(A \to B) \to ((A \to \overline{B}) \to \overline{A})$$

$$\overline{A} \to (A \to B)$$

На думку А. Маркова [8, с. 208], недоліком інтуїціоністської логіки є те, що інтуїціоністи не визнають людську практику джерелом формування математичних понять методів математичних побудов і методів доведень, стверджуючи при цьому, що єдиним джерелом математики є інтуїція, а критерієм істинності – “інтуїтивна зрозумілість”. Видатний математик-логік А. Колмогоров визначає позитивні риси розвитку інтуїціоністичної логіки, вказуючи на те, що вона впорядковує та узагальнює ті прийоми, які використовують всі математики при зведенні вирішення одних конструктивних проблем до розв’язання інших. Варто також зазначити, що в результаті переосмислення інтуїціоністичної логіки відбувається формування сучасного напряму некласичної логіки – конструктивної.

Перегляд розділів класичної логіки засобами некласичної спричиняє появу зовсім нових розділів сучасної логіки таких, як модальна, релевантна, діалектична, конструктивна логіки, логіка причинності, квантової механіки тощо. Вони знаходять широке застосування в сучасній науці, оскільки дозволяють вирішити ті завдання, що вчені не в змозі вирішити засобами класичної логіки. Модальна логіка – це один з напрямів сучасної некласичної логіки, у якій досліджуються логічні зв’язки модальних висловлень шляхом проведення їх модальної оцінки через такі поняття, як “необхідно”, “можливо”, “доведено”, “обов’язково”, “дозволено” тощо.

Перші дослідження в галузі модальної логіки здійснюють В. Аккерман, К. Льюїс, Я. Лукасевич. Характерним є те, що ні К. Льюїс, який переглядає класичне поняття логічного слідування, ні Я. Лукасевич, який звертає увагу на недостатність засобів двозначної логіки при аналізі висловлень, де висловлюється думка про неможливість чогось, про майбутні події, про неминучість чогось, не починають з безпосередніх досліджень проблем модальної логіки, а до ідеї якої приходять через аналіз проблем класичної логіки, які, на їхню думку, не можна розв'язати засобами класичної логіки [7, с. 464].

При побудові систем модальної логіки на рівні числення висловлень, де відомо про висловлення лише їх значення істинності, застосовуються, окрім всіх логічних операцій, два нові модальні оператори: □ – оператор необхідності, що читається "необхідно, щоб…" та ◊ – оператор можливості, що читається "можливо, що…". Як і в будь-якій логічній дисципліні, у модальній логіці представлення зв'язків та відношень, наявних між предметами за допомогою модальних зв'язок, виражається формулами, які визначаються індуктивно:

1) будь-яка пропозиційна змінна є формулою модальної логіки;

2) якщо $A, A_1, A_2, \ldots$ є модальними формулами, то їх комбінації з використанням логічних зв'язок – теж формули модальної логіки;

3) якщо A – формула модальної логіки, то $\Box A$ і $\Diamond A$ є теж модальними формулами;

4) інших формул модальної логіки, окрім зазначених у пп. 1 – 3, немає.

Більшість систем модальної логіки тісно пов'язані з ймовірнісною логікою, оскільки по суті є нескінченнозначними, наприклад, найпростіша модальна система є трьохзначною логікою, у якій розрізняють три значення істинності: "істинно", "хибно" та "можливо". Сучасні логіки поділяють модальності на такі класи: логічні та фізичні, абсолютні та відносні тощо [8, с. 359].

Роботи К. Льюїса та Я. Лукасевича в галузі розробки системи модальної логіки були спрямовані на семантичну побудову модальної логіки, зміст якої починає розроблятися лише в середині XX століття в роботах Р. Карнапа, С. Кріпке, Я. Хінтікки. Р. Карнап у своїх дослідженнях розробляє концепцію “опису станів”, а С. Кріпке та Я. Хінтікка формулюють метод семантики можливих світів. Виходячи із типології модальних операторів, виділяють різні види модальних логік, серед яких найбільш канонічними є: алетична логіка – розділ модальної логіки, яка досліджує модальності “необхідно”, “можливо”, “випадково”; темпоральна (часова) логіка – розділ модальної логіки, у якому досліджуються природа, ознаки, логічні зв’язки часових висловлень, а модальностями є “було”, “є”, “буде”, “раніше”, “одночасно”, “пізніше”; деонтична логіка (логіка оцінок і норм) – розділ модальної логіки, що досліджує природу, властивості, відношення деонтичних висловлювань та їх функціонування в структурі міркування, а модальностями виступають терміни “дозволено”, “заборонено”, “обов’язково”; епістемічна логіка – розділ модальної логіки, в якому досліджуються логічні зв’язки висловлювань через модальності “доведено”, “спростовано”, “не вирішено”, “переконаний”, “сумнівається”, “припускає”.

Таким чином, сучасна модельна логіка не є повністю сформованою науковою системою, а перебуває в стані систематичного дослідження та вивчення, відкритим також залишається питання про інтерпретацію модальних логік. Нині існують думки, що модальності можуть бути корисними в математиці, під час опису фізичного світу, в процесі аналізу причинності; розроблено декілька аксіоматичних систем модальної логіки К. Геделя, В. Аккермана, Я. Лукасевича, Х. Каррі, А. Тарського, К. Льюїса, Г. Генцена, Л. Брауера, Р. Карнапа та інших.

К. Льюїс, досліджуючи парадокси матеріальної імплікації, критикує класичну теорію логічного слідування і розробляє некласичну, яка покладена в основу релевантної логіки, де протиріччя виявляється природним результатом вирішення іншої задачі – формалізації умовного висловлювання; не визнається принцип, що дозволяє з протиріччя імплікувати будь-яке висловлення.

Поява квантової механіки і недостатність класичної логіки для опису її законів стимулювали розвиток спеціальної логіки для впорядкування фізичного мислення, опису логічних зв’язків між квантовими об’єктами. Класична фізика використовувала звичайну формальну логіку, яка описувала факти, а квантова механіка – квантові, ймовірнісні взаємозв’язки між об’єктами, тому для повноцінного опису цих зв’язків необхідно було звернутися до нових схем мислення. Перша спроба побудувати логіку квантової механіки простежується в працях американських математиків Д. фон Неймана та Д. Біркгофа, а повноцінна теорія логіки квантової механіки розроблена Г. Рейхенбахом.

Існують й інші більш пізні трактування квантової логіки, що відрізняються кількістю використовуваних у них законів, способами свого обґрунтування. У них найчастіше відмовляються від класичних законів асоціативності та дистрибутивності, які формалізують складні висловлювання, побудовані з використанням логічних зв'язок [9, с. 48].

Таким чином, за час свого існування некласична логіка сприяла отриманню важливих для подальшого розвитку математичної логіки результатів. Питання, що розробляються в ній, зумовлюють суттєві перебудови всієї структури логіки. Багато математиків та логіків притримуються думки, що дослідження некласичних логік можуть бути корисними з методологічних переконань, а саме: сприяють прийняттю іншої інтерпретації змісту пропозиційних зв'язок, іншу точку зору на питання істинності та хибності висловлень; метатеорія деяких некласичних формалізованих теорій пов’язана з топологією та теорією ґраток. Проте некласична логіка не скасовує законів класичної логіки, а є одним із напрямів математичної логіки, у якій розробляються нові проблеми логіки, здійснюється пошук нових засобів та методів логічних досліджень, шляхи практичного застосування сучасної математичної логіки в науці та техніці.

ЛІТЕРАТУРА

1. Boehner Ph. Occam William. – London, 1944.

2. Бондаренко М.Ф. Комп’ютерна дискретна математика : підручник / М.Ф. Бондаренко, Н.В. Білоус, А.Г. Руткас. – Х. : Компанія СМІТ, 2004. – 480 с.

3. Гетманова А.Д. Учебник по логике. 2-е изд. / Александра Денисовна Гетманова. – М. : ВЛАДОС, 1995. – 303 с.

4. Ерышев А.А. Логика : учеб. пособие. – 5-е изд., стереотип. / А.А. Ерышев, Н.П. Лукашевич, Е.В. Сластенко [под ред. Н.П. Лукашевича]. – К. : МАУП, 2004. – 216 с.: ил.

5. Зиновьев А.А. Философские проблемы многозначной логики / Александр Александрович Зиновьев / Вступ. ст. В.А. Лекторского [изд. 2-е, испр. и доп.]. – М. : Издательство ЛКИ, 2010. – 144 с. (Из наследия А.А. Зиновьева)

6. Карпенко А.С. Развитие многозначной логики / Александр Степанович Карпенко [изд. 3-е, перераб. и доп.]. – М. : Издательство ЛКИ, 2010. – 448 с.

7. Конверський А.Є. Логіка (традиційна та сучасна) : підручник для студентів вищих навчальних закладів. – 2-ге вид. / Анатолій Євгенович Конверський. – К. : Центр учбової літератури, 2008. – 536 с.

8. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник [2-е изд: исправленое и доп.] / Николай Иванович Кондаков. – М. : Наука, 1975. – 720 с.

9. Купарашвили М.Д. Некласическая логика : учебное пособие / М.Д. Купарашвили. – Омск : Изд-во ОмГУ, 2006. – 74 с.

10. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики [пер. с англ. Н.И. Стяжкина, А.Л. Субботина] / Ян Лукасевич [за ред. П.С. Попова]. – М. : Издательство иностранной литературы, 1959. – 312 с.

11. Стяжкин Н.И. Формирование математической логики / Николай Иванович Стяжкин. – М. : Наука, 1967. – 508 с.