УДК 378

О. В. Заїка,
кандидат педагогічних наук
(Глухівський національний педагогічний університет імені О.Довженка)

ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З КУРСУ "ОСНОВИ ГЕОМЕТРІЇ"

Постановка проблеми. Для вчителів математики досить важливо знати, що лежить в основі математичних дисциплін: розуміти різні підходи до обґрунтувань науки, етапи її розвитку; вибір системи аксіом; чому одне твердження є саме аксіомою, а інше – теоремою; як утворюються основи геометрії, її база.

Учителю математики необхідно знати про існування різних видів геометрії, з деякими з них він знайомиться у виші: аналітична геометрія, проективна геометрія (тут розглядається й елементи афінної геометрії), диференціальна геометрія, топологія. З іншими видами геометрії (сферичною, гіперболічною, рімановою) необхідно познайомити студентів у курсі "Основи геометрії".

Аналіз досліджень і публікацій. Основи геометрії – це наука, предметом вивчення якої є обґрунтування геометрії: перелік основних понять та аксіом, достатніх для строго логічного означення всіх інших понять геометрії і доведень усіх тверджень про ці поняття [1, с. 15].

Під час організації навчання курсу використовують один із підходів: перевага надається семінарським заняттям (посібники В. Боровика, В. Яковця, В. Трохименко та ін.); проводяться сугубо практичні заняття (С. Колеснік, О. Шиловська та ін.)

Мета нашого дослідження – з'ясувати особливості організації практичних занять курсу основи геометрії, які б сприяли досягненню мети його вивчення.

Виклад основного матеріалу. Мета курсу – вивчення основних ідей аксіоматичної побудови будь-якої формалізованої науки; з'ясування походження основних понять та аксіом у геометрії; принципів наукової побудови геометрії; аксіоматики Гілберта, Вейля; неевклідових геометрій, ідей Ф. Клейна. Формування в студентів уміння аксіоматичного (дедуктивного) методу обґрунтування наукової геометричної системи, а також уміння доводити можливості цього обґрунтування на основі різних аксіоматичних теорій.

Основні завдання вивчення курсу "Основи геометрії" – показати побудову геометрії на аксіоматичній основі; виробити вміння аксіоматичного методу обґрунтування наукової геометричної системи; ознайомити з неевклідовими геометріями (гіперболічною, сферичною, еліптичною).

У результаті вивчення цього курсу майбутній учитель математики повинен вміти: доводити еквівалентність тверджень; перевіряти несуперечливість, незалежність, повноту або категоричність системи аксіом; будувати моделі системи аксіом; доводити теореми евклідової геометрії на основі системи аксіом Гільберта, Вейля; доводити теореми про площі многокутників та властивості рівновеликих та рівноскладених многокутників; будувати моделі геометрії Лобачевського.

У зв'язку з поставленими завданнями та вимогами до вмінь студентів маємо й специфіку організації занять з курсу "Основи геометрії".

З одного боку, цей курс містить багато теоретичних запитань, а отже, для формування знань доцільно було проводити семінарські заняття, а з другого – студенти повинні вміти: досліджувати системи аксіом, створювати їх, працювати із об'єктами неевклідових геометрій, а тому тут потрібні практичні заняття. За навчальними планами під час вивчення курсу "Основи геометрії" використовують лекційні та практичні заняття, тому перед викладачем постає нелегка задача: поєднання великого об'єму теоретичного матеріалу із формуванням умінь розв'язувати задачі курсу. Крім того, багато теоретичного матеріалу припадає на самостійне опрацювання, яке необхідно правильно організувати та вміло проконтролювати.

Для отримання якісного продукту в результаті здійснення самостійної роботи, студентів слід навчити працювати за такою схемою [2]: визначення мети → постановка завдання → виявлення вихідних даних, їх аналіз → вибір способу та засобів для виконання завдання → виконання дій → аналіз отриманих результатів та підведення підсумку → проведення самоконтролю → коригування виконання дій. Така послідовність сприятиме розвитку творчих здібностей студента, цілеспрямованості, відповідальності та наполегливості.

Під час організації практичних занять можна використовувати традиційний підхід: студенти отримують перелік питань, на які мають підготувати відповіді. Але, як показує практика, студенти поступають простіше – вони ділять між собою питання, на яке й готують відповідь. Або студентам пропонуються для написання теми рефератів (самостійна робота), захист яких відбувається прилюдно, але така робота не сприяє зосередженості уваги інших слухачів. Це все приводить до формального засвоєння навчального матеріалу.

Для кращого засвоєння знань та формування вмінь розв'язувати задачі з курсу пропонуємо проводити семінарсько-практичні заняття, які будуть розкривати всі рівні самостійності студентів.

Найбільш доцільною у зв'язку із завданнями вищої школи є класифікація самостійної роботи студентів, запропонована П. Підкасистим [3], у якій розмежовуються:

1) самостійні роботи за зразками, які включають розв'язання типових завдань, виконання різноманітних вправ за зразком. Вони дозволяють засвоїти матеріал, але не розвивають творчу активність. Це перший тип розумової діяльності, що ґрунтується на розпізнанні об'єкта, предмета, явища, що вивчається;

2) реконструктивно-варіативні, які передбачають необхідність залучення відомих знань для розв'язання інших завдань, проблем, ситуацій. Це другий тип (рівень) розумової діяльності, на якому відбувається відтворення й розуміння явищ, що вивчаються;

3) евристичні (частково-пошукові), які пов'язані з розв'язанням окремих питань, проблем, окреслених на лекціях, семінарських, практичних заняттях. Це третій тип розумової діяльності, що передбачає функціонування уміння бачити проблему, самостійно її формулювати, розробляти план її розв'язання. Це рівень розумової діяльності, на якому здійснюється більш глибоке розуміння явищ, процесів і розпочинається творча діяльність;

4) творчо-дослідницькі, під час виконання яких студенти повинні відходити від зразка (творчі завдання). Пізнавальна діяльність цього типу набуває творчого, пошукового характеру, для її здійснення визначається система оптимального поєднання методів розв'язання проблемних ситуацій. Це четвертий рівень розумової діяльності, на якому проявляється інтелектуальний потенціал і творчі здібності студентів, реалізуються їх дослідницькі здібності.

Перший рівень розвитку самостійності характеризується вмінням розв'язувати навчальні задачі, що вимагають простого відтворення (репродукції) засвоєних знань, виконання вправ та завдань за вивченими правилами, переказ засвоєного матеріалу і т. п. Другий рівень пов'язаний з нестандартними завданнями, які вимагають від студентів здійснення пошукових дій, тобто розв'язання певної проблемної ситуації не за готовими схемами та зразками, а на основі самостійного пошуку, що вимагає використання здобутих знань з різних тем вивченого матеріалу, узагальнення, класифікації тощо. Третій рівень самостійності виявляється при розв'язуванні творчих задач, коли спочатку визначається мета, здійснення якої неможливе без відповідних знань та перенесення їх із однієї галузі в іншу.

Наприклад, перша тема “Начала” Евкліда, яка розглядається на двох практичних заняттях, може містити: відповіді на запитання, доведення еквівалентності тверджень, дослідження різних спроб доведення п’ятого постулату Евкліда, з’ясування структури та змісту першої книги Евкліда, дослідження книг 3-6, 11-13 “Начал” Евкліда, які відносяться до геометрії.

Студентам пропонується дати відповіді на питання (перший рівень розвитку самостійності): 1. Яка історія розвитку геометрії в різних країнах світу: Стародавній Схід, Греція? Три основні періоди розвитку математики: 1-й – Ф.Мілетський, 2-й – Піфагор та його школа, 3-й – афінський (Аристотель, Платон та інші). 2. Які поняття в геометрії називаються основними? Які твердження називаються аксіомами? Чому не можна довести всі без винятку геометричні твердження і дати означення всім геометричним поняттям? 3. Чому виникла потреба логічного обґрунтування геометрії? 4. “Начала” Евкліда: їх суть. 5. Назвіть основні недоліки системи аксіом Евкліда. 6. Сформулюйте V постулат Евкліда. Яка його особливість? Чому виникло переконання, що його можна довести на основі інших постулатів та аксіом? 7. Перелічіть твердження, еквівалентні V постулату Евкліда. Доведіть їх еквівалентність.

Ураховуючи важливість п’ятого постулату Евкліда, на такому занятті необхідно розглянути задачі, які розкривають зв'язок п’ятого постулату Евкліда та тверджень, еквівалентних до нього (другий рівень розвитку самостійності). Це дасть змогу розширити кругозір студентів, ознайомить їх з еквівалентними твердженнями та навчить їх доводити.

Відповіді на питання. Твердження, які еквівалентні V постулату Евкліда: 1. Аксіома паралельності: через кожну точку, яка не лежить на даній прямій, можна провести не більше однієї прямої, паралельної даній. 2. Якщо будь-яка пряма перетинає одну з паралельних прямих, то вона перетинає й другу (Прокл). 3. Геометричне місце точок, розміщених з одного боку від прямої на одній й тій самій відстані від неї, є пряма (Посідоній). 4. Існують трикутники із сумою кутів $2d$ (d – прямий кут) (Нассір-Еддін). 5. Існують трикутники з якою завгодно великою площею. 6. Існують подібні, але не конгруентні трикутники. 7. Навколо будь-якого трикутника можна описати коло. 8. Усі перпендикуляри до однієї сторони гострого кута перетинають його другу сторону (Через будь-яку внутрішню точку кута, меншого за розгорнутий, можна провести пряму, що перетинає обидві сторони кута).

Серед різних спроб довести п’ятий постулат Евкліда пропонуємо розглянути такі: Д. Валліса, Ф. Бойяї, Д. Саккері, І. Ламберта, А. Лежандра, М. Лобачевського. Тут необхідно виділити, коли була виконана спроба, до чого вона призвела, її основна ідея.

Далі йдуть творчі завдання, мета яких ознайомити студентів безпосередньо з книгами Евкліда, проаналізувати їх та узагальнити основні моменти книжок. Студенти мають, проаналізувавши першу книгу Евкліда, з’ясувати основні аксіоми, постулати та означення, які в ній розкриваються, а також порівняти їх із сучасними (третій та четвертий рівні розвитку самостійності).

Загальні завдання. 1. Для першої книги “Начал” Евкліда заповнити таблиці 1 і 2.

Таблиця 1

Основні поняття першої книги “Начал” Евкліда

Загальні поняття	Коло	Трикутники	Чотирикутники

Таблиця 2

Пропозиції та аксіоми першої книги “Начал” Евкліда

Пропозиції (1-3)	Аксіоми чи загальні поняття (1-12)

2. Підібрати твердження в сучасному курсі геометрії, еквівалентні пропозиціям з першої книги “Начала” Евкліда: IV, V, VI, XVI, XVII, XX, XXV, XXVI, XXVII, XXIX.

У таблиці 1 перша колонка містить 14 означень; понять, що стосуються кола, п’ять (15-19 в книжці), про трикутники йдеться мова у 8 поняттях (20, 21, 24-29), про чотирикутники – у 9 поняттях (22, 23, 30-36). Заповнивши таку таблицю, студенти мають змогу порівняти означення, які давав Евклід задовго до нашого століття, й ті означення, якими користуємося ми в геометрії. У завданні 2 пропонується знайти твердження, еквівалентні вибраним, оскільки вони сформульовані так само, як у сучасних підручниках з геометрії.

Далі академічна група поділяється на 7 підгруп. Кожній підгрупі студентів ставиться завдання проаналізувати певну книгу Евкліда, та з’ясувати ті теореми, що відповідають сучасним, а також дослідити їх ідею доведення. Це сприяє розвитку аналітичного мислення, узагальнення, аналізу. Звітування відбувається підгрупами, можна у вигляді доповіді або презентації. Таким чином, усі студенти групи стають учасниками навчального процесу та мають змогу ознайомитися зі змістом всіх книг Евкліда.

Групові завдання. 1. Проаналізувати відповідно номера підгрупи книги “Начала” Евкліда: 3-6, 11-13, склавши таблицю 3.

Таблиця 3

Характеристика … книги "Начала" Евкліда

Книга, кількість аксіом, означень, пропозицій	Означення	Пропозиції	Відповідні теореми в сучасних підручниках геометрії

2. До трьох тверджень, до яких підібрані еквівалентні твердження із сучасних підручників геометрії, вказати основну ідею доведення в книзі "Начала".

Так, наприклад, для третьої книги, яка присвячена дослідженню кола та основних понять, пов'язаних з ним (дотичним, хордам тощо), їх властивостям, необхідно розглянути 11 означень та 37 тверджень, еквіваленті твердження у підручниках геометрії є для 3-ї, 22-ї, 37-ї пропозиції.

Висновки. Організовуючи таке практичне заняття, ми досягаємо розвитку всіх рівнів самостійності студентів, засвоєння знань не є формальним, маємо можливість розглянути досить громіздкий матеріал та залучити до роботи всіх студентів академічної групи. Аналогічно можна проводити заняття з тем, де розкриваються системи аксіом Д. Гільберта, Г. Вейля, М. Лобачевського.

ЛІТЕРАТУРА

1. Боровик В. Н. Курс вищої геометрії : навч. посіб. / В. Н. Боровик, В. П. Яковець. – Суми : ВТД "Університетська книга", 2004. – 464 с.

2. Діордіященко О. В. Самостійна робота студентів у ВНЗ [Електронний ресурс] / О. В. Діордіященко. – Режим доступу : http://www.rusnauka.com/ONG_2006/Pedagogica/17894.doc.htm

3. Пидкасистый П. И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении / П. И. Пидкасистый. – М. : Педагогика, 1980. – 240 с.