УДК 656.212

А. Ю. ПАПАХОВ[1*], Н. А. ЛОГВИНОВА[2*]

[1*] Каф. «Управление эксплуатационной работой», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, г. Днепропетровск, Украина, тел + 38-067-524-43-22, эл. почта papahov0362@mail.ru, ORCID 0000-0003-2357-8158
[2*] Каф. «Управление эксплуатационной работой», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, г. Днепропетровск, Украина, тел + 38-067-524-43-22, эл. почта nata4ka@mail.ru, ORCID 0000-0002-0730-247X

ДОСТАВКА ГРУЗОВ ПО СЕТИ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ С УЧЕТОМ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ПЕРЕГОНОВ КАК ЗАДАЧА ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Целью данной работы является разработка математической модели организации вагонопотоков в грузовые поезда на основании векторной оптимизации с учетом пассажирских перевозок и ограничениях по пропускной способности перегонов. Основной **задачей исследования** является распределение грузовых и пассажирских поездопотоков на сети железных дорог с учетом ограничения пропускной способности перегонов. **Объектом исследования** выступает сеть железнодорожного полигона с вершинами на технических станциях. **Предметом исследования** есть распределение пассажирских и грузовых поездопотоков по железнодорожной сети. **Методом исследования** является теория функций множества и векторная оптимизация. **Научная новизна** заключается в предложении нового метода решения задач ранцевого типа, который может быть использован при расчете плана формирования одногруппных сквозных поездов и позволяет отказаться от булевых переменных и решать обычную задачу оптимизации по множителям Лагранжа.

Ключевые слова: поездопотоки, теория функций множества, векторная оптимизация.

Постановка проблеми

Основное назначение транспортной системы – доставка грузов и пассажиров.

Одним из основных документов, регламентирующих роботу железной дороги является порядок направления вагонопотоков по сети или план формирования грузовых поездов (ПФП).

Методика расчета ПФП постоянно изменялась и совершенствовалась начиная с 60-х годов прошлого века, когда на железнодорожном транспорте началось широкое применения вычислительной техники.

В 1970-е годы в ГВЦ МПС появляются разработки в рамках системы АСОВ (автоматизированная система организации вагонопотоков) и прежде всего программа расчета плана формирования одногруппных поездов по методике [1], основанная на методе улучшения плана.

В 1990-х гг. в ГВЦ МПС создаются программные комплексы: оперативная корректировка и контроль за нарушениями плана формирования поездов; отправительская маршрутизация; программный комплекс для инженера-разработчика плана формирования поездов (дорожный и сетевой уровни) «Ведение сетевой книги ПФП»; комплекс программ формирования электронного макета книг плана формирования (дорожный и сетевые уровни) и др.

Все рассмотренные методы, кроме метода абсолютного расчета, не содержат доказательства нахождения математического оптимума. В последующем в 1980-е годы специалистами ВНИИЖТа было установлено, что план формирования одногруппных поездов относится к классу задач, называемых в дискретной математике NP-полными или NP-трудными задачами. Для задач этого класса не найдены эффективные алгоритмы отыскания оптимального решения (кроме полного перебора всех вариантов).

Поэтому и существующие, и вновь разрабатываемые методы расчета плана формирования одногруппных поездов являются приближенными.

Развитие вычислительной техники, развитие теории постановки и решения задач математического программирования (включая линейное, нелинейное, целочисленное, динамическое программирование) привели к появлению группы новых методов расчета. Сюда относятся предложения [2] (рассмотрение плана формирования как задачи целочисленного программирования с булевыми переменными).

Отсюда следует, что с развитием вычислительной техники появляется возможность производить расчеты плана формирования грузовых поездов с использованием новых типов ЭВМ, а также необходимостью создания новой методики его расчета.

Анализ последних исследований

Наиболее совершенный из существующих методов расчета плана формирования одногруппных поездов на ЭВМ, получивший реальное практическое применение в 1970-80-е годы – метод улучшения плана [1]. Этот метод, хотя и предусматривал расчет вариантов объединения струй в поездные назначения на жестко заданных маршрутах следования потоков по сети (кружностях), по существу впервые дал практическое решение задачи для всей сети железных дорог СССР. Программа расчета находилась в промышленной эксплуатации.

Однако в методике не учитывались: ограничения по перерабатывающей способности станций; нелинейное изменение затрат по станциям с ростом объемов перерабатываемого вагонопотока; двукратная переработка вагонов углового потока на двусторонних сортировочных станциях; необходимость выделения двух или трех путей для накопления составов поездов мощных назначений, особенно на станциях без парков отправления, имеющих сортировочно-отправочные пути.

В последнее десятилетие в связи с изменением экономических условий функционирования железных дорог много внимания уделяется выбору критерия оценки оптимальности плана формирования поездов.

Основным критерием в расчетах по оценке оптимальности вариантов плана формирования одногруппных поездов приняты расходы, связанные с накоплением составов по назначениям и переработкой вагонов на станциях, выраженные в приведенных вагоно-часах.

К последним работам в данной области относятся исследования ПГУПС – предложения [3] по оценке вариантов плана формирования поездов по нескольким натуральным критериям.

Распространенный критерий оптимизации плана формирования поездов – минимум затрат на накопление вагонов и их переработку – отражает лишь небольшую часть фактических затрат, связанных с перевозочным процессом. Критерий оптимизации плана должен быть тесно связан, прежде всего, с работой локомотивов, использованием путевого развития станций и участков.

Современные принципы транспортного обслуживания диктуют повышенные требования практически ко всем элементам технологии организации вагонопотоков в поезда – информационному обеспечению, нормативной базе и методикам расчетов, функциям управления и контроля, но прежде всего – к критериям оценки плана формирования поездов.

Целью данной работы является разработка математической модели организации вагонопотоков в грузовые поезда на основании векторной оптимизации с учетом пассажирских перевозок и ограничениях по пропускной способности перегонов.

Основной **задачей исследования** является распределение грузовых и пассажирских поездопотоков на сети железных дорог с учетом ограничения пропускной способности перегонов..

Изложение основного материала

Известна и хорошо изучена транспортная задача по доставке грузов от поставщиков $A_1, A_2, ...A_m$ к потребителям $B_1, B_2, ...B_n$.

Математическая постановка данной задачи имеет вид:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1,m}; \qquad \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1,n}; \tag{1}$$

где x_{ij} – количество груза, которое доставляется от A_i к B_j,

a_i – количество груза имеющегося в A_i; $i = \overline{1,m}$,

b_j – количество груза потребного B_j, $j = \overline{1,n}$.

В классической постановке [4] оценка рациональности доставки выполняется с помощью соотношения

$$F_1 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \max(\min) \tag{2}$$

В векторной постановке задача доставки грузов принимает вид

$$\begin{pmatrix} -F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \to \min \tag{3}$$

при условиях (3.1).

В силу того, что F_1 и F_2 выпуклые функции, то можно воспользоваться леммой Карлина [5].

Последнее означает, что существует $t \geq 0$ такое, что минимум

$$F = F_1 + tF_2 \tag{4}$$

достигается на решении задачи векторной оптимизации (3) при условиях (1).

Очевидно, что решение задачи (4) будет зависеть от t, т.е. $x(t)$ будет эффективным и при различных t несравнимых между собой.

Отметим некоторые свойства решения задачи (4).

Утверждение 1. Функционал F как функция t с ростом t также возрастает.

Доказательство. Пусть y удовлетворяет ограничениям (1), тогда имеет место

$$F_1(y) + t_1 F_2(y) \geq F_1(x(t_1)) + t_1 F_2(x(t_1))$$
$$F_1(y) + t_2 F_2(y) \geq F_1(x(t_2)) + t_2 F_2(x(t_2))$$

откуда

$$(t_1 - t_2) F_2(y) \geq F(t_1) - F(t_2)$$

или

$$-(t_1 - t_2) F_2(y) \leq F(t_2) - F_1(t_1)$$

и так как $t_1 < t_2$, а $F_2(y) \geq 0$, получаем

$$0 \leq F(t_2) - F(t_1)$$

или

$$F(t_1) \leq F(t_2),$$

что и доказывает утверждение.

Введем вектор $x = (x_1, x_2, ..., x_{n\,m})$, где $x_1 = x_{11};\ x_2 = x_{12}\ ...\ x_{n \cdot m} = x_{n \cdot m}$, аналогично вводим вектор c и вектор u и будем рассматривать задачу

$$\begin{pmatrix} -\langle c, x\rangle \\ \langle u, x\rangle \end{pmatrix} \to \min, \tag{5}$$

при условии $Ax \leq B$, $x \geq 0$.

В этих обозначениях имеем

$$F_1(x) = \langle c, x\rangle;$$
$$F_2(x) = \langle u, x\rangle.$$

Утверждение 2. Если $x(t)$ решение задачи $-F_1(x) + tF_2(x) \to \min$, то $F_1(x(t))$ и $F_2(x(t))$ кусочно постоянные функции $t \geq 0$ и с ростом t они убывают.

Доказательство. Очевидно, что рассматриваемая задача сводится к задаче линейного программирования

$$-F_1(x) + tF_2(x) = \langle -c + tu, x\rangle - \min.$$

при условии $Ax \leq B,\ x \geq 0.$

Справедливость утверждения можно пояснить на рис. 1.

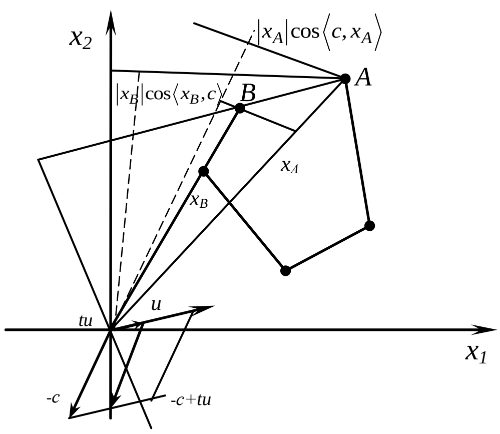

Рис. 1. Геометрическая интерпретация утверждения 2

Ясно, что $F_1(x) = \langle c, x_A\rangle$ при $0 \leq t < t_1$, а так как $\langle c, x_A\rangle = |c| \cdot |x_A| \cos\langle c, x_{\hat{A}}\rangle$, то как следует из рис.1 $\langle c, x_B\rangle = |c| \cdot |x_B| \cos\langle c, x_{\hat{A}}\rangle < \langle c, x_A\rangle$ аналогично убеждаемся в том, что $F_2(x) = \langle u, x\rangle$ при $0 \leq t < t$, удовлетворяет неравенству $\langle u, x_A\rangle > \langle u, x_B\rangle$.

Заметим, что t_1 такое минимальное значение t, когда решением задачи является точка B.

Моделью сети железных дорог является граф $G(V, E)$, где V – перечень вершин графа (станции), E – перечень ребер графа (перегоны меду станциями).

Так как пассажирские поезда и грузовые поезда перемещаются по одной и той же сети железных дорог, то распределение грузовых поездов существенно зависит от того, как распределены пассажирские поезда.

В качестве исходной информации будем использовать поездопотоки от пункта A_i до A_j в виде матрицы P, элементами которой являются P_{ij} – поездопоток от A_i до A_j.

Аналогично рассмотрим матрицу Q, элементы которой Q_{ij} – поездопоток грузовых поездов от A_i до A_j.

Пусть W_{ij} – перечень простых путей из A_i в A_j [6].

Если X_{ijw} – число пассажирских поездов из A_i в A_j по пути w, Y_{ijw} – число грузовых поездов из A_i в A_j по пути w, то с необходимостью должны выполняться условия

$$\sum_{w \in W_{ij}} X_{ijw} = P_{ij}; \qquad \sum_{w \in W_{ij}} Y_{ijw} = Q_{ij}; \tag{5}$$

при $i = \overline{1, n-1}; i+1 \le j \le n$, т.е. рассматривается движение поездов туда.

Каждый перегон имеет определенную пропускную способность, поэтому к ограничениям (5) необходимо присовокупить ограничения связанные с ограниченностью пропускной способности по перегонам.

Обозначим через $N(e)$ пропускную способность ребра $e \in E$ т огда,

$$\sum_{i,j \in V} \sum_{w \in W_{ij}} I_w(e)\left((1+\alpha) X_{ijw} + Y_{ijw}\right) \le N(e), \quad e \in E, \tag{6}$$

где $I_w(e)$ – индикатор ребра e т.е.

$$I_w(e) = \begin{cases} 1, \text{ если } e \in w; \\ 0, \text{ если } e \notin w. \end{cases}$$

α – доля грузовых поездов, которые снимаются одним пассажирским поездом, следующим по пути w.

Другими словами ограничения (6) в аналитической форме не записывались, так как строились только кратчайшие пути всех простых путей от A_i до A_j.

Каждое ребро $e \in E$ характеризуется пятью числами:

– $d(e)$ – длина ребра e;

– $tp(e)$ – время движения пассажирского поезда по ребру e;

– $tQ(e)$ – время движения грузового поезда по ребру e;

– $m_p(e)$ –механическая работа при движении пассажирского поезда по ребру e;

– $m_Q(e)$ – механическая работа при движении грузового поезда по ребру e.

Показатели рациональности вычисляются по формулам:

– поездо-км

$$P_1 = \sum_{ij \in V} \sum_{w \in W_{ij}} d(w)\left(X_{ijw} + Y_{ijw}\right);$$

– время движения

$$P_2 = \sum_{ij \in V} \sum_{w \in W_{ij}} \left(t_p(w) X_{ijw} + t_Q(w) Y_{ijw}\right);$$

– механическая работа

$$P_3 = \sum_{ij \in V} \sum_{w \in W_{ij}} \left(m_p(w) X_{ijw} + m_Q(w) Y_{ijw}\right);$$

где $d(w) = \sum_{e \in w} d(e)$;

$$t_p(w) = \sum_{e \in w} t_p(e);$$

$$t_Q(w) = \sum_{e \in w} t_Q(e);$$

$$m_p(w) = \sum_{e \in w} m_p(e);$$

$$m_Q(w) = \sum_{e \in w} m_Q(e).$$

Некоторые задачи:

Задача 1. $P_1 \to \min$, $P_2 \le \bar{P}_2$; $P_3 \le \bar{P}_3$;

Задача 2. $P_2 \to \min$, $P_1 \le \bar{P}_1$; $P_3 \le \bar{P}_3$;

Задача 3. $P_3 \to \min$, $P_1 \le \bar{P}_1$; $P_2 \le \bar{P}_2$;

где $\bar{P}_i$ – максимально допустимые значения i-го показателя.

Задача 4. $\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \to \min$, $P_3 \le \bar{P}_3$;

Задача 5. $\begin{pmatrix} P_1 \\ P_3 \end{pmatrix} \to \min$, $P_2 \le \bar{P}_2$;

Задача 6. $\begin{pmatrix} P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \to \min$, $P_1 \le \bar{P}_1$;

Задача 7. $\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \to \min$.

Все сформулированные задачи решаются при ограничениях (5).

Задачи 1-3 – это обычные задачи линейного программирования, а задачи 4-7 являются задачами векторной оптимизации в линейной постановке.

В качестве примера рассмотрим задачу 4.

В пространстве функционалов [7] (P_1, P_2) вводим единичный вектор u с координатами:

$$u_1 = \cos\varphi;$$

$$u_2 = \sin\varphi;$$

и рассматриваем задачу

$$L = t \to \min$$

при условиях

$$P_1 = u_1 t;$$

$$P_2 = u_2 t;$$

$$P_3 \le \bar{P}_3$$

и плюс ограничения (1).

Перебирая угол φ с шагом $\Delta\varphi$ в пределах от 0 до $\pi/2$ получаем решения $X_{ijw}(\varphi)$, $Y_{ijw}(\varphi)$ и значения $P_1(\varphi), P_2(\varphi), P_3(\varphi)$, т.е. получаем Парето решение в параметрической форме.

При решении данной задачи существенным моментом является построение всех простых путей из A_i в A_j на заданном графе сети дорог.

В программной реализации данный процесс оформляем как процедура $P_{r\_}way(Z_1, Z_2, G)$ где Z_1 – начальная, Z_2 – конечная вершины графа G.

Данная процедура определяет список всех простых путей в виде списка ребер для каждого пути из Z_1 в Z_2.

В качестве примера решена задача на графе G с 5 вершинами и 7 ребрами. Поток пассажирских поездов задается в виде матрицы

$$P_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 23 & 21 \\ 10 & 0 & 8 & 0 & 17 \\ 20 & 8 & 0 & 5 & 40 \\ 7 & 16 & 5 & 0 & 11 \\ 0 & 17 & 40 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Поток грузовых поездов

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 & 22 & 20 \\ 10 & 0 & 8 & 0 & 13 \\ 20 & 8 & 0 & 5 & 40 \\ 7 & 16 & 5 & 0 & 11 \\ 3 & 15 & 40 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Пропускные способности перегонов (ребер) представляют собой

$$N_{\text{max-туда}} := \begin{bmatrix} 120, & 220, & 220 & \\ 150, & 121, & 220, & 220 \end{bmatrix}$$

В результате решения получаем:

$$XP := \{X_{1,4,1} = 23; \quad y_{2,5,1} = 13,\ x_{2,3,3} = 8,$$
$$x_{3,4,1} = 5,\ x_{4,5,2} = 11,\ y_{1,2,1} = 10,$$
$$x_{1,5,1} = 21,\ y_{1,4,1} = 22,\ y_{3,4,1} = 5,$$
$$x_{2,5,1} = 17,\ y_{1,5,4} = 8.08,\ x_{3,5,1} = 36.63,$$
$$y_{3,5,1} = 40,\ y_{2,3,3} = 8,\ y_{1,5,1} = 11.92,$$
$$y_{4,5,2} = 11,\ x_{3,5,4} = 3.37\}.$$

Непосредственной проверкой легко убедиться что ограничения (5) выполнимы.

Заметим, что решения не всегда в целых числах, так например, для грузовых поездов имеем

$$y_{1,5,4} = 8.08, \quad y_{1,5,1} = 1.92,$$

т.е. поток в $P_{15} = 20$ разбивается на два по пути 4 и по пути 1 из всех путей из 1 в 5.

Значения показателей $P_1 = 932.125$, $P_2 = 1200$.

Основной недостаток изложенного метода состоит в том, что задаются потоки поездов, которые должны формироваться в соответствии с планом формирования поездов.

Из приведенного выше следует, что решение задачи программой в среде Maple позволяет найти оптимальное решение [8].

Вывод

1. Классическая задача доставки грузов, рассмотрена как задача векторной оптимизации.

2. Рассмотрены два подхода решения задачи: на основании леммы Карлина и достаточного условия оптимальности по Парето.

3. Предложена методика рациональной доставки грузов с учетом пропускных способностей перегонов и движения пассажирских поездов.

Из приведенного выше следует, что предложен новый метод решения задач ранцевого типа может быть использован при расчете плана формирования одногруппных сквозных поездов и позволяет отказаться от булевых переменных и решать обычную задачу оптимизации по множителям Лагранжа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дувалян, С. В. Разработка алгоритмов и программ расчета сетевого плана формирования поездов : отчет по научно-исследовательской работе. – Москва: ВНГИЦ. – 1978. –120 с.
2. Папахов, О. Ю. Елементи вдосконалення методики розрахунків плану формування поїздів/ О.Ю. Папахов, О.М. Логвінов //Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені В. Лазаряна. – 2006. – № 12. – С. 91-93.
3. Осминин, А. Т. Рациональная организация вагонопотоков на основе методов многокритериальной оптимизации : дис. … докт. техн. наук : 05.22.08 / Осьминин Александр Трофимович. – Самара, 2000. – 261 с.
4. Босов А. А. Функции множества и их применение / А. А. Босов – Днепродзержинск, Изд. дом «Андрей», 2007. – 182 с.
5. Киселева, Е. М. Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств. Теория, алгоритм, приложения / Е. М. Киселева, Н. З. Шар. – Киев : Наукова Думка, 2005. – 564 с.
6. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 240 с.
7. Васильев, Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач / Ф. П. Васильев. – Москва: Наука, 1980. – 518 с.
8. Прохоров, Г. В. Пакет символьных вычислений Maple /Г. В. Прохоров, М. А. Леденев, В. В. Колбеев. – Москва : Компания «Пежит», 1997. – 200 с.

Поступила в редколлегию 10.05.2016.
Принята к печати 12.05.2016.

О. Ю. ПАПАХОВ, Н. О. ЛОГВІНОВА

ДОСТАВКА ВАНТАЖІВ ЗАЛІЗНИЦЕЮ З УРАХУВАННЯМ ПРОПУСКНОЇ СПРОМОЖНОСТІ ПЕРЕГОНІВ ЯК ЗАДАЧА ВЕКТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Метою даної роботи є розробка математичної моделі організації вагонопотоків в вантажні поїзда на підставі векторної оптимізації з урахуванням пасажирських перевезень і обмеження щодо пропускної спроможності перегонів. Основною **задачею** дослідження є розподіл вантажних та пасажирських поїздопотоків на мережі залізниць з урахуванням обмеження пропускної спроможності перегонів. **Об'єктом** дослідження виступає мережа залізничного полігону з вершинами на технічних станціях. **Предметом** дослідження є розподіл пасажирських та вантажних поїздопотоків по залізничній мережі. **Методом** дослідження є теорія функцій безлічі і векторна оптимізація. **Наукова новизна** полягає в пропозиції нового методу вирішення задачі ранцевого типу, який може бути використаний при розрахунку плану формування одногрупних наскрізних поїздів і дозволяє відмовитися від булевих змінних і вирішувати звичайну задачу оптимізації по множників Лагранжа.

Ключові слова: поїздопотоки, теорія функцій безлічі, векторна оптимізація.

O. PAPAKHOV, N. LOGVINOVA

DELIVERY OF GOODS TO THE RAILWAY NETWORK WITH REGARD TO CAPACITY AS DISTILLERIES VECTOR OPTIMIZATION PROBLEMS

The aim of this work is to develop a mathematical model of the organization of the vagonopotokov in freight trains based vector optimization-based passenger transportation services and restrictions on capacity spans. The main objective of the study is the distribution of freight and passenger poezdopotokov on the railway network, taking into account capacity constraints spans. The object of research is the railway network polygon with vertices at the service station. The subject of study is the distribution of passenger and freight poezdopotokov on the rail network. The method of research is the theory of multiple functions and vector optimization-tion. Scientific novelty is to provide a new method for solving problems such as backpack, which can be used in the calculation of the plan of forming single-group of through trains and eliminates the Boolean variables and solve for ordinary cottage-optimization Lagrange multipliers.

Keywords: poezdopotoki, the theory of multiple functions, vector optimization.