

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ В МЕРЕЖАХ ВИСОКОВОЛЬТНИХ ЛІНІЙ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ

Abstract. A software application to calculate the power transfer distribution factors in the networks of high-voltage transmission lines was designed. Features of using application shown on test examples. Matrix factor of network IEEE 30-bus-41-line used to model the optimal flow distribution of electricity in the power system.

Математичні моделі електроенергетичних систем (ЕС) є основою розв'язку задач планування розвитку таких систем. В загальному випадку задачі планування відносяться до класу багатокритеріальних оптимізаційних задач великої розмірності, що відображають загальносистемні вимоги, режимні особливості функціонування окремих електроенергетичних об'єктів, ресурсні обмеження, цілі діяльності основних учасників енергоринку [1-5].

Магістральна електрична мережа має визначальний вплив на процеси перерозподілу та балансування потоків електроенергії у всій множині вузлів її виробництва та споживання. Для адекватного відтворення в моделях основних властивостей високовольтної електричної мережі приймають до уваги її топологію, а також величини провідностей та граничні значення потоків потужності, що можна передавати за різних теплових умов експлуатації окремих ліній [6-13].

Математична модель обміну потужностями в електроенергетичній системі відображає зв'язок між перетоками електроенергії в високовольтних лініях електропередачі $k \in K$ та незбалансованими обсягами її генерації-споживання у вузлах мережі $i \in I$. За певних припущень стосовно періодичності та гладкості напруг і струмів в мережі електропередачі така модель представляється матрично-векторним співвідношенням виду

$$\mathbf{Y} = \Omega \mathbf{y}, \quad (1)$$

де \mathbf{Y} – вектор розмірності K потоків потужностей в лініях; \mathbf{y} – вектор розмірності I незбалансованих вузлових потоків потужностей; Ω – PTDF (Power Transfer Distribution Factors) – матриця розмірності $K \times I$, що обрховується за формулами

$$\Omega = \{\Omega_h, \mathbf{0}\}, \quad (2)$$

$$\Omega_h = \Psi \bar{A}_h (\bar{A}_h^T \Psi \bar{A}_h)^{-1} \quad (3)$$

відповідно до методу потоку навантажень, розробленого на основі представлення високовольтної мережі у вигляді аналогічного кола постійного струму та застосування законів Ома і Кірхгофа для розрахунку останнього [1-

6]. У співвідношеннях (2)-(3) використано наступні позначення: $\bar{A}_h - K \times (I-1)$ матриця, яку утворено з $K \times I$ матриці інцидентності A шляхом видалення в ній довільно обраного стовпця h , що відповідає вибору номера h вузла-хаба мережі; Ψ – діагональна $K \times K$ матриця, ненульові елементи якої обраховано за формулою $\Psi_k = \frac{X_k}{R_k^2 + X_k^2}$, де R_k та X_k є активний та реактивний опори лінії $k \in K$; $\{ \}$ – оператор об'єднання $K \times (I-1)$ матриці Ω_h та нульового вектор-стовпця $\mathbf{0}$, результатом якого є утворення $K \times I$ матриці Ω , нульовий стовпець якої $\mathbf{0}$ розташовується на місці стовпця h , а решта $(I-1)$ стовпців є стовпцями матриці Ω_h .

Експлуатація високовольтної мережі електроенергетичної системи здійснюється в умовах дотримання обмежень на перетоки потужностей по лініям електропередачі, тобто

$$\left| \sum_{i \in I} \Omega_{ki} y_i \right| \leq Y_k^{\max}, \quad (4)$$

де Y_k^{\max} – максимально допустиме навантаження лінії $k \in K$, МВт.

Звертаючись до співвідношень (2)-(3), зазначимо, що складність обчислення PTDF-матриці Ω полягає в знаходженні $(I-1) \times (I-1)$ матриці B^{-1} оберненої до матриці виду

$$B = \bar{A}^T \Psi \bar{A}. \quad (5)$$

Для обчислення оберненої матриці B^{-1} застосуємо метод CR-факторизації матриці B , тобто представимо останню у вигляді добутку

$$B = C R \quad (6)$$

матричних множників C и R [14]. Таке представлення матриці B дозволяє суттєво спростити пошук розв'язків систем рівнянь виду

$$C \mathbf{a}_i = \mathbf{1}_i \quad (7)$$

та

$$R \mathbf{b}_i = \mathbf{a}_i \quad (8)$$

для всіх $i \in I-1$, де вектори \mathbf{a}_i та \mathbf{b}_i – це невідомі, причому вектор $\mathbf{b}_i \in i$ – м стовпцем матриці B^{-1} , а вектор $\mathbf{1}_i$ – є відомим, причому всі елементи його приймають нульові значення, крім i – го, який дорівнює одиниці.

Для обчислення PTDF-матриці Ω в середовищі GUI Linux розроблено спеціальний програмний додаток «МОДЕЛЮВАННЯ МЕРЕЖІ ЛІНІЙ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ (розрахунок PTDF-матриці)» з лаконічною назвою SET. Додаток написано мовою C++ з використанням інструментів середовища програмування Qt версії 4 та оформлено у вигляді проекту з файлом

завантаження «Set.exe». Для зручності роботи користувача в додатку реалізовано три віконних інтерфейси: інформаційного, вводу початкових числових даних з конструюванням та графічною візуалізацією мережі; виконання обчислювальних процедур, необхідних для знаходження PTDF-матриці Ω , огляду та збереження результатів обчислення.

Керування роботою графічного інтерфейсу здійснюється шляхом застосування спеціальних технологічних механізмів організації роботи з віджетами (widgets), сигналами та слотами бібліотеки Qt. Для розширення можливостей роботи користувача в додаток інтегровано додаткові інтерфейси по завантаженню графічних файлів з розширенням *.png та текстових файлів з розширенням *.txt.

Зручність роботи користувача додатку досягається шляхом використання таблиць-закладок QtabWidget, що мають заголовки «КОНСТРУКТОР» та «ОБЧИСЛЮВАЧ PTDF-МАТРИЦЬ». Кожна з таблиць-закладок має своє функціональне призначення.

Особливості використання наведеного додатку проілюструємо двома прикладами побудови PTDF-матриць Ω високовольтних мереж ліній електропередачі різної складності.

Приклад 1 високовольтної мережі (рис. 1), що складається з 5-и вузлів та 6-и ліній електропередачі. В таблиці 1 наведено перелік ліній та відповідні номери вузлів, до яких вони під'єднані, а також значення активного та реактивного опорів кожної лінії разом з відповідними значеннями величин Ψ_k .

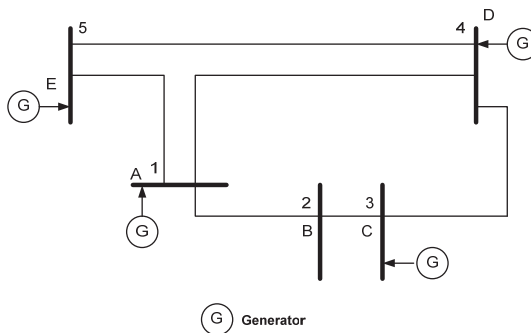


Рис. 1. Схема високовольтної мережі з 6-и ліній та 5-и вузлів

Перейдемо до закладки «КОНСТРУКТОР» (рис. 3), де розміщено два вікна вводу даних та вікно відображення схеми високовольтної мережі ліній електропередачі. Дві кнопки, що розташовані в рядку з написом «кількість вузлів» надають можливість, після натискання на кнопку «Initialize», ініціалізувати початкові значення обраної кількості вузлів та їх просторових координат в полі графічного вікна. Користувач має можливість безпосередньо корегувати дані, що розташовані у вікнах з заголовками «введіть кількість

вузлів, їх номери та координати або натисніть кнопку Initialize» і «введіть кількість ліній, їх номери та вузли під'єднання і електропровідності». На рис. 3 можна бачити результат вводу даних, які стосуються високовольтної мережі з 6-и ліній та 5-и вузлів, що розглядається.

Таблиця 1

Параметри високовольтної мережі з 6-и ліній та 5-и вузлів

Номер лінії k	Вузли підключення	R_k	X_k	Ψ_k
1	A—B	0	0,0281	35,587
2	B—C	0	0,0108	92,593
3	C—D	0	0,0297	33,670
4	D—E	0	0,0297	33,670
5	E—A	0	0,0064	156,250
6	A—D	0	0,0304	32,895

Для обчислення PTDF-матриці такої мережі звернемось до розробленого додатку та завантажемо його файл «Set.exe». Після завантаження додатку з'явиться інформаційне вікно, вигляд якого представлено на рис. 2.

Після вводу числової інформації користувач має можливість візуалізувати схему мережі, натиснувши кнопку «Visualize Network», або зберегти введені дані в файлі temp.txt, натиснувши кнопку «Save Input Data».

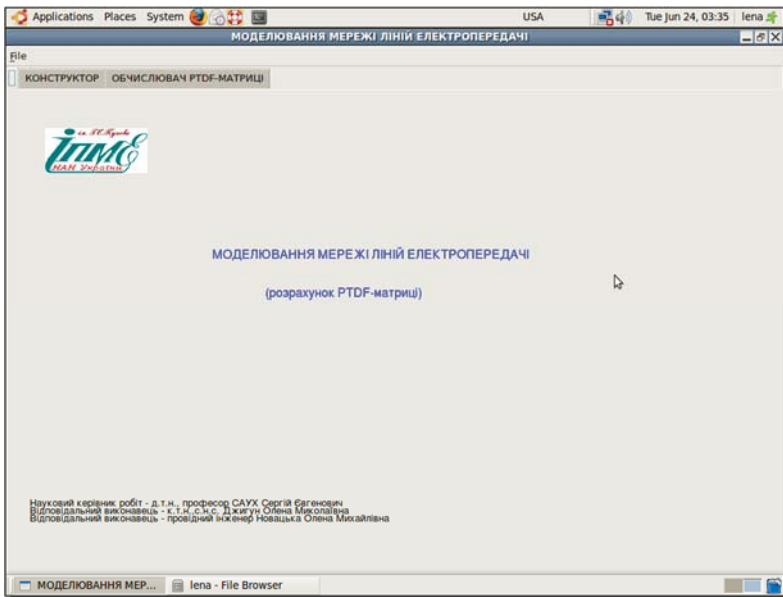


Рис. 2. Інформаційне вікно додатку SET.

Нарешті переходимо до закладки «ОБЧИСЛЮВАЧ РТДФ-МАТРИЦІ» (рис. 4). Тут користувачу пропонується завершити роботу з раніше введеними даними, що в зведеному вигляді відображаються у вікні ліворуч, та доповнити їх значенням вузла-хаба. Для цього перший рядок чисел з даними про кількість вузлів та ліній в мережі доповнюється номером вузла-хаба. Для високовольтної мережі з 6-и ліній та 5-и вузлів таким було обрано вузол 5. Після завершення процедури вводу даних їх необхідно зберегти в файлі з унікальною назвою. Для цього користувач натискає на кнопку «Save Input Data» та в традиційному діалоговому форматі виконує процедуру збереження даних в файлі.

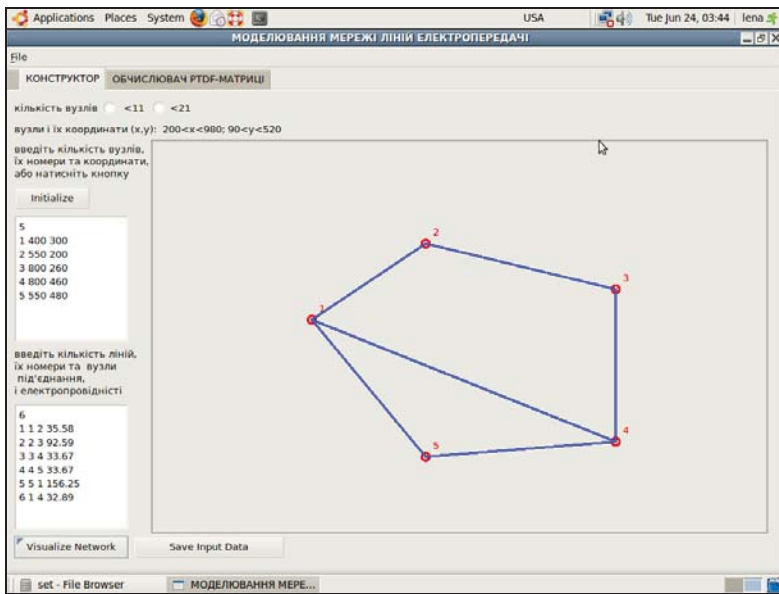


Рис. 3. Вікно «КОНСТРУКТОР» додатку SET

Користувач має можливість завантажувати дані інших високовольтних мереж, раніше введених та збережених в текстових файлах з розширенням *.txt. Для цього необхідно натиснути кнопку «open file» та здійснити пошук потрібного файлу в каталогах папок та файлів, системно організованих на дисках комп'ютера.

Дані, розміщені у вікні ліворуч, можна візуалізувати у вікні праворуч натиснувши кнопку «Visualize Network».

Для обчислення РТДФ-матриці мережі ліній електропередачі необхідно натиснути на кнопку «Calculate the РТДФ-matrix». Стан діалогового вікна додатку SET в цьому випадку можна бачити на рис. 4.

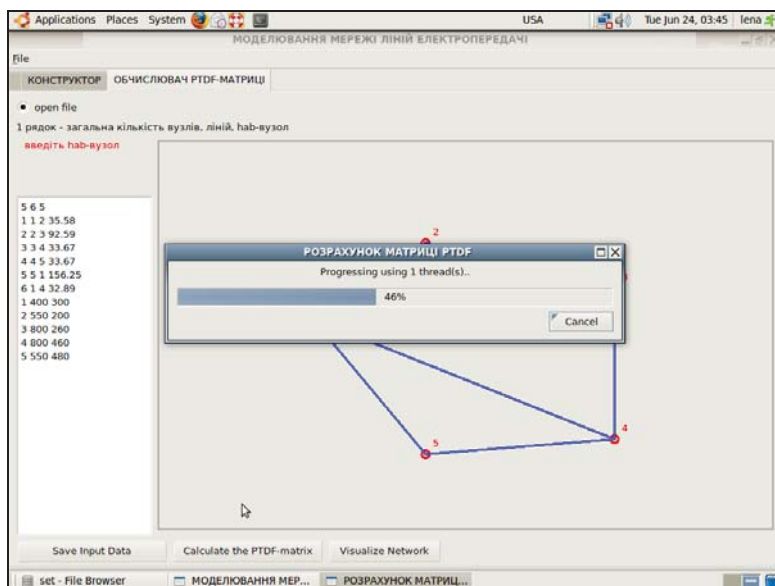


Рис.4. Вікно «ОБЧИСЛЮВАЧ PTDF-МАТРИЦІ» додатку SET

Результати обчислень можна зберегти в файлі текстового формату *.txt, унікальну назву якого користувач вносить в традиційному діалоговому вікні, що з'являється після звернення до опції «File->Save» головного меню додатку SET. Отримана за допомогою додатку SET PTDF-матриця високовольтної мережі з 6-и ліній та 5-и вузлів має вигляд

$$\Omega = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0.0343783 & -0.635395 & -0.508497 & -0.159537 & 0 \\ \hline 0.0343783 & 0.364605 & -0.508497 & -0.159537 & 0 \\ \hline 0.0343783 & 0.364605 & 0.491503 & -0.159537 & 0 \\ \hline 0.1119510 & 0.262924 & 0.320939 & 0.480476 & 0 \\ \hline -0.8880490 & -0.737076 & -0.679061 & -0.519524 & 0 \\ \hline 0.0775729 & -0.101681 & -0.170564 & -0.359987 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Приклад 2 високовольтної мережі (рисунок 6), що складається з 30-и вузлів та 41-ї лінії електропередачі. В табл. 2 наведено перелік ліній та відповідні номери вузлів, до яких вони під'єднані, а також значення активного та реактивного опорів кожної лінії разом з відповідними значеннями параметру Ψ_k та максимально допустимого навантаження Y_k^{\max} .

Таблиця 2

Параметри ліній високовольтної мережі з 41-ї лінії та 30-и вузлів

Номер лінії k	Вузли під'єднання	R_k	X_k	Ψ_k	Y_k^{\max}
1	1 — 2	0.0192	0.0575	15.6467	130.0
2	1 — 3	0.0452	0.1852	5.0960	130.0
3	2 — 4	0.0570	0.1737	5.1974	65.0
4	3 — 4	0.0132	0.0379	23.5309	130.0
5	2 — 5	0.0472	0.1983	4.7725	130.0
6	2 — 6	0.0581	0.1763	5.1165	65.0
7	4 — 6	0.0119	0.0414	22.3112	90.0
8	5 — 7	0.0460	0.1160	7.4493	70.0
9	6 — 7	0.0267	0.0820	11.0261	130.0
10	6 — 8	0.0120	0.0420	22.0126	32.0
11	6 — 9	0.0000	0.2080	4.8077	65.0
12	6 — 10	0.0000	0.5560	1.7986	32.0
13	9 — 11	0.0000	0.2080	4.8077	65.0
14	9 — 10	0.0000	0.1100	9.0909	65.0
15	4 — 12	0.0000	0.2560	3.9063	65.0
16	12 — 13	0.0000	0.1400	7.1429	65.0
17	12 — 14	0.1231	0.2559	3.1734	32.0
18	12 — 15	0.0662	0.1304	6.0973	32.0
19	12 — 16	0.0945	0.1987	4.1044	32.0
20	14 — 15	0.2210	0.1997	2.2509	16.0
21	16 — 17	0.0824	0.1932	4.3794	16.0
22	15 — 18	0.1070	0.2185	3.6914	16.0
23	18 — 19	0.0639	0.1292	6.2188	16.0
24	19 — 20	0.0340	0.0680	11.7647	32.0
25	10 — 20	0.0936	0.2090	3.9854	32.0
26	10 — 17	0.0324	0.0845	10.3174	32.0
27	10 — 21	0.0348	0.0749	10.9807	32.0
28	10 — 22	0.0727	0.1499	5.4008	32.0
29	21 — 22	0.0116	0.0236	34.1277	32.0
30	15 — 23	0.1000	0.2020	3.9761	16.0
31	22 — 24	0.1150	0.1790	3.9544	16.0
32	23 — 24	0.1320	0.2700	2.9892	16.0
33	24 — 25	0.1885	0.3292	2.2876	16.0
34	25 — 26	0.2544	0.3800	1.8171	16.0
35	25 — 27	0.1093	0.2087	3.7602	16.0
36	28 — 27	0.0000	0.3960	2.5253	65.0
37	27 — 29	0.2198	0.4153	1.8810	16.0
38	27 — 30	0.3202	0.6027	1.2940	16.0
39	29 — 30	0.2399	0.4533	1.7234	16.0
40	8 — 28	0.0636	0.2000	4.5408	32.0
41	6 — 28	0.0169	0.0599	15.4636	32.0

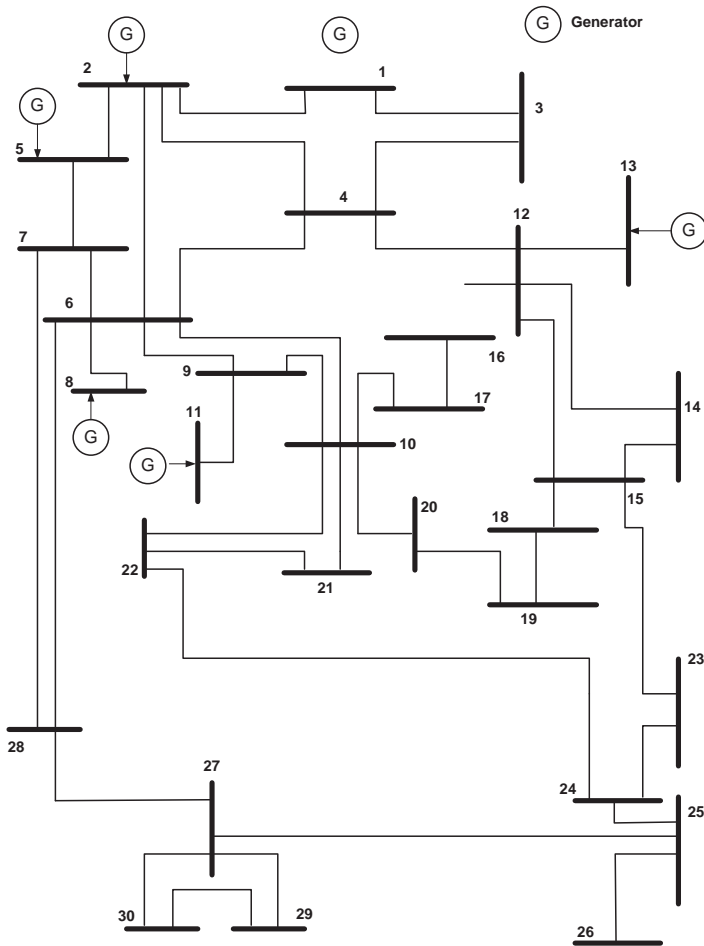


Рис.5 Схема високовольтної мережі з 41-ї лінії та 30-и вузлів

Для обчислення PTDF-матриці високовольтної мережі з 41-ї лінії та 30-и вузлів було також застосовано програмний додаток SET. Зокрема, на рис. 6 представлено вид закладки «КОНСТРУКТОР» з відповідними даними.

Через велику розмірність обчисленої PTDF-матриці представити її тут неможливо. Проте нижче наведено результати її застосування в формулюванні та розв'язку задачі оптимізації потоків електроенергії в електроенергетичній системі [15].

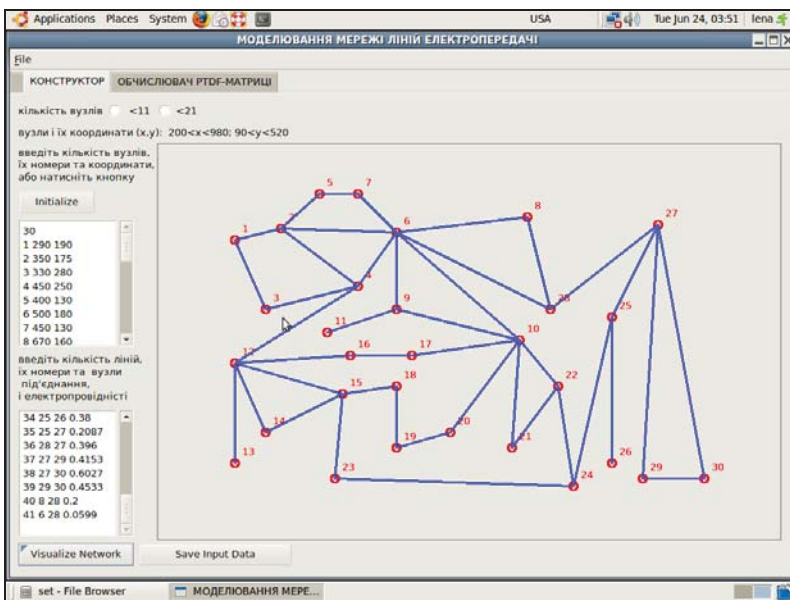


Рис. 6. Відображення даних високовольтної мережі з 41-ї лінії та 30-и вузлів у вікні «КОНСТРУКТОР» додатку SET

Проілюструємо особливості використання математичної моделі високовольтної мережі в формулюванні такої задачі. Для цього попит на електроенергію та її пропозицію у вузлах мережі C та P представимо відповідними лінійними функціями цін

$$p_c = a_c + b_c q_c, \quad \forall c \in C, \quad (9)$$

$$p_p = a_p + b_p q_p, \quad \forall p \in P. \quad (10)$$

В загальному випадку $C \in I$ та $P \in I$, тобто обидві множини є підмножинами множини вузлів I . Перелік елементів множин C та P разом з відповідними значеннями параметрів a_c , b_c , a_p , b_p наведено в таблицях 3-4.

Оптимізація потоків електроенергії в електроенергетичній системі передбачає максимізацію соціального добробуту, що означає досягнення максимуму валового перевищення вигоди споживачів над витратами виробників електроенергії, тобто

$$\begin{aligned} & \sum_{c \in C} \int_0^{q_c} p_c dq - \sum_{p \in P} \int_0^{q_p} p_p dq = \\ & = \sum_{c \in C} \left(a_c q_c + \frac{b_c}{2} q_c^2 \right) - \sum_{p \in P} \left(a_p q_p + \frac{b_p}{2} q_p^2 \right) \xrightarrow{\{q_c\}, \{q_p\}} \max \end{aligned} \quad (11)$$

за умов

$$q_c \geq 0, \forall c \in C; 0 \leq q_p \leq q_p^{\max}, \forall p \in P; \quad (12)$$

$$\left| \sum_{c \in C} \Omega_{kc} q_c - \sum_{p \in P} \Omega_{kp} q_p \right| \leq Y_k^{\max}, \quad \forall k \in K; \quad (13)$$

$$\sum_{c \in C} q_c - \sum_{p \in P} q_p = 0, \quad (14)$$

де q_c та q_p – невідомі обсяги споживання та виробництва електроенергії; q_p^{\max} – граничний обсяг виробництва електроенергії генеруючим устаткуванням розташованим у вузлі p .

Таблиця 3

Параметри a_c та b_c цінових функцій p_c , що характеризують споживачів в окремих вузлах $c \in C$ високовольтної мережі з 41-ї лінії та 30-и вузлів

$c \in C$	a_c	b_c	q_c^{opt}
2	40.0	-0.2304	8.8548
3	40.0	-2.0833	0.9793
4	40.0	-0.6579	3.1010
5	40.0	-0.0531	38.4207
7	40.0	-0.2193	9.3030
8	40.0	-0.1667	12.2384
10	40.0	-0.8621	2.3665
12	40.0	-0.4464	4.5702
14	40.0	-0.8065	2.5296
15	40.0	-0.6098	3.3456
16	40.0	-1.4286	1.4281
17	40.0	-0.5556	3.6720
18	40.0	-1.5625	1.3057
19	40.0	-0.5263	3.8764
20	40.0	-2.2727	0.8977
21	40.0	-0.2857	7.1408
23	40.0	-1.5625	1.3057
24	40.0	-0.5747	3.5499
26	40.0	-1.4286	1.4281
29	40.0	-2.0833	0.9793
30	40.0	-0.4717	4.3251

Таблиця 4

Параметри a_p та b_p цінових функцій p_p , що характеризують виробників в окремих вузлах $p \in \mathcal{P}$ високовольтної мережі з 41-ї лінії та 30-и вузлів

$p \in \mathcal{P}$	a_p	b_p	q_p^{\max}	q_p^{opt}
1	0.0	2.0000	200.0	18.9799
2	0.0	1.7500	80.0	21.6913
5	0.0	1.0000	50.0	37.9599
8	0.0	3.2500	35.0	11.6800
11	0.0	3.0000	30.0	12.6533
13	0.0	3.0000	40.0	12.6533

Розв'язок задачі квадратичного програмування виду (11)-(14) представлено в таблицях 3-4 значеннями q_c^{opt} та q_p^{opt} оптимальних обсягів споживання та виробництва електроенергії у вузлах C та \mathcal{P} , відповідно. Крім того, на рисунку 7 наведено рівні завантаження кожної з 41-ї лінії високовольтної мережі, обраховані за формулою

$$\frac{\left| \sum_{c \in C} \Omega_k c q_c - \sum_{p \in \mathcal{P}} \Omega_k p q_p \right|}{Y_k^{\max}} 100\%, \quad \forall k \in K.$$

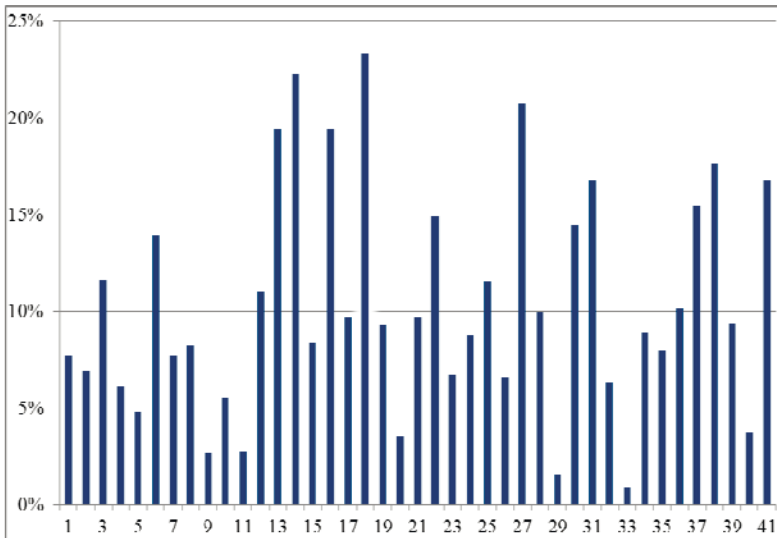


Рис. 7. Рівні завантаження ліній електропередачі високовольтної мережі

Таким чином розроблена комп'ютерна модель розподілу електроенергії в мережах високовольтних ліній електропередачі забезпечує користувача зручним та потужним інструментом адекватного відображення топологічних та електрофізичних властивостей мереж в задачах планування розвитку електроенергетичних систем.

1. *Веселов Ф.В., Курилов А.Е., Хоршев А.А.* Построение и использование моделей линейного программирования в задачах исследования энергетики // Сборник трудов конференции «Моделирование-2006». – Киев: ИПМЭ им. Г.Е. Пухова НАН Украины. – 2006. – С.147-152.
2. *Воропай Н.И., Труфанов В.В.* Математическое моделирование электроэнергетических систем в современных условиях // Электричество. – 2002, №10. – С. 6-12.
3. *Борисенко А.В., Саух С.С.* Рівноважна модель вводу генеруючих потужностей в умовах недосконалої конкуренції // Новини енергетики. – 2009. – №11. – С. 36-39, №12. – С. 23-39.
4. *Костюковський Б.А., Шульженко С.В., Гольденберг І.Я., Власов С.В.* Методи та засоби дослідження перспектив розвитку електроенергетики в умовах впровадження ринкових відносин // Проблеми загальної енергетики. – Київ: 2002, № 2. – С. 6-13.
5. *Hobbs B.F., Metzler C.B., Pang J.S.* Strategic gaming analysis for electric power system: an MPEC approach // IEEE Transactions on Power Systems. – 2000. – Vol. 15, № 2. – P. 638-645.
6. *Poletti C.* The economics of electricity markets: theory and policy. – Edward Elgar Publishing. – 2013. – 240 p.
7. *Bigger D.* The economic theory of electricity transmission. –2003. – http://www.ergo.ee.unsw.edu.au/EgyMktWkshp/accc_bigger_paper.pdf
8. *Purchala K., Meeus L., Van Dommelen D., Belmans R.* Usefulness of DC power flow for active power flow analysis // IEEE Power Engineering Society General Meeting. – 2005, Vol. 1. – 6 p. <http://www.esat.kuleuven.be/electa/publications/fulltexts/pub1456.pdf>
9. *Cheng Xu.* PTDF-based power system equivalents // IEEE Transactions on Power Systems. – Vol. 20. – №4. – 2005. – P. 1868-1876.
10. *Duthaler C., Kurzidem M., Emery M., Andersson G.* Analysis of the Use of PTDF in the UCTE Transmission Grid // 16th Power Systems Computation Conference. – Glasgow, 2008. 6 p. http://infoscience.epfl.ch/record/153995/files/0807_PSCC_PTDF-Duthaler.pdf
11. *Chong Suk Song, Chang Hyun Park, Minhan Yoon, Gilsoo Jang* Implementation of PTDFs and LODFs for Power System Security // Journal of International Council on Electrical Engineering Vol. 1, №1, 2011, P. 49-53.
12. Джигун О.М., Новацька О.М. Розрахунок матриці чутливості змін потоків навантаження ліній електропередачі до змін ін'єктивних потоків потужностей // 36. наук. праць Ін-ту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України.— Київ:ІПМЕ ім.Г.Є. Пухова НАН України. —2012. –Вип. 62.—С.24—32.
13. *Саух С.Е., Борисенко А.В., Джигун О.М.* Модель сети магистральных линий электропередачи в задачах планирования развития электроэнергетических систем // Электронное моделирование. – 2014. –**36**, №4. – С. 3-18.
14. *Саух С.Е.* Метод CR-факторизации матриц большой размерности // Электронное моделирование. – 2007. – №6. – С. 3-22.
15. *Wang L. Mazumdar M.* Contingency Selection in Security Constrained Optimal Power Flow Problem: A Multi-Objective Approach. –2006. – http://www.ergo.ee.unsw.edu.au/EgyMktWkshp/accc_bigger_paper.pdf

Поступила 3.02.2014р.