14.01.1998 № 15/98-ВР.
8. Закон України «Про охорону навколишнього природного середовища» від 25.07.1991 р. №1264-XII.
9. Норми радіаційної безпеки України НРБУ-97, затверджені постановою МОЗ України від 01 грудня 1997 г. № 62.
10. НП 306.2.141-2008. Общие положения безопасности атомных станций / ГКЯРУ. – 2008. – 36 с.
11. Офіційний веб-сайт ВП Хмельницька АЕС www.xaec.org.ua.
12. Офіційний веб-сайт Запорізької АЕС www.npp.zp.ua
13. Офіційний веб-сайт Рівненської АЕС www.rnpp.rv.ua
14. *Попов О.О.* Концептуально-методологічні аспекти моделювання впливу об'єктів атомної енергетики на довкілля / О.О. Попов // Моделювання та інформаційні технології. – 2013. – Вип. 70. – С. 10-19.
15. *Попов О.О.* Методи аналізу ризиків в екології / О.О. Попов // Збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – 2013. – Вип. 69. – С. 19-28.
16. *Попов О.О.* Підходи до організації та ведення комплексного радіоекологічного моніторингу наземних екосистем у районах розташування АЕС / О.О. Попов // Збірник наукових праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – К. – 2013. – Вип. 68. – С. 11-18.
17. *Турбаевский В.В.* Системы поддержки принятия решения при радиационных авариях на АЭС: состояние и пути совершенствования / В.В. Турбаевский // Ядерна та радіаційна безпека. – 2011. – Вип. 2(50). – С. 24-28.
18. Украина. СанПи Н. ОСП 6.177.-2005-09-02. Основные санитарные правила обеспечения радиационной безопасности Украины (ОСПУ).
19. Украина. СанПи Н. Санитарные правила проектирования и эксплуатации атомных станций (СП АС-88).
20. *Яцишин А.В.* Використання інформаційних технологій в задачах управління екологічною безпекою / А.В. Яцишин, О.О. Попов, В.О. Артемчук // Праці Одеського політехнічного університету. – 2013. – Вип. 2(41). – С. 289-294.
21. GS-R-2. Готовность и реагирование в случае ядерной и радиационной аварийной ситуации. – Вена: МАГАТЭ, 2004. – 104 с.

Поступила 12.02.2014р.

УДК 681.142 + 519.4

О. Д. Глухов, м.Київ

ОДНЕ УЗАГАЛЬНЕННЯ ВІДСТАНІ НА ГРАФАХ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

В статье предложено одно обобщение расстояния на графах и рассмотрен пример его применения для квазислучайных графов.

The paper proposed a generalization of the distance on graphs and consider an example of its application for quasi-random graphs.

Нехай G - звичайний неорієнтований граф з множиною G^0 вершин і множиною G^1 ребер, $|G^0|=n$ $|G^1|=m$, $a,b\in G^0, a\neq b,$ - дві довільні його вершини, k –натуральне число. Вершини a,b будемо називати *k*-з'єднаними, якщо існують k незалежних (тобто таких, що не мають спільних ребер) шляхів, які з'єднують дані дві вершини; в подальшому це буде позначатись так: $con(a,b)\geq k$. При цьому можна вважати, що $\forall k\geq 1: con(a,a)\geq k$.

Для кожної пари вершин $a,b\in G^0, a\neq b,$ для якої $con(a,b)\geq k$ позначимо через $d_k(a,b)$ найменше сумарне число ребер у k незалежних шляхах, які з'єднують вершини a і b. Якщо $con(a,b)<k$, то покладемо $d_k(a,b)=\infty$. Крім того, вважатимемо, що $\forall k\geq 1: d_k(a,a)=0$.

Лема1. Якщо $con(a,b)\geq k$ і $con(b,c)\geq k$, то $con(a,c)\geq k$.

Доведення випливає з відомої теореми Форда-Фалкерсона [1,2].

Лема 2. Для кожного натурального k $d_k(a,b)$ є відстань на графі.

Доведення. Дійсно, справедливість аксіом Фреше не важко превірити.

k-діаметром графа G назвемо число $d_k(G)=\max\{d_k(a,b): a,b\in G^0\}$.

Зауважимо, що при *k*=1 ми отримуємо звичайну відстань на графі, а $d_1(G)=d(G)$ є звичайний діаметр графа G . В подальшому в цій статті буде розглянута відстань $d_2(G)$.

Теорема 1. Якщо G - 2-реберно зв'язний граф, то $2d_1(G)\leq d_2(G)\leq 2(d_1(G))^2$.

Доведення. Зауважимо спочатку, що нижня оцінка є тривіальною.

Далі, з результатів роботи [3] випливає, що будь-яке ребро 2-реберно зв'язного графа діаметра $d_1(G)=d(G)=d$ належить простому циклу довжини не більше, ніж $2d+1$. Нехай $L=\{u_j\}_{j=1}^{d}$ є простий ланцюг довжини d , що з'єднує дві дані вершини $a,b\in G^0, a\neq b.$ Замінивши кожне ребро цього ланцюга на відповідний простий цикл і взявши об'єднання таких циклів, отримаємо 2-реберно зв'язний підграф H даного графа G . Зауважимо, що $a,b\in H^0$ і що $|H^0|\leq 2d^2$, а отже $d_2(a,b)\leq 2d^2$, звідки й випливає твердження теореми.

З певних міркувань особливий інтерес викликають графи, для яких величина $d_2(G)$ близька до нижньої оцінки.

Нехай a_0 - деяка фіксована вершина графа G , задамо рангову функцію на графі наступним способом: $\forall x\in G^0: rg(x)=d(a_0,x)$. Таким чином має місце наступне розбиття множини вершин графа G з фіксованою вершиною, яке будемо називати ранжуванням графа від вершини a_0 :

$G^0 = A_0 + A_1 + ... + A_t$, де $A_k = \{a : a \in G^0, rg(a) = k\}$.

Розглянемо також наступні функції, визначені на підмножинах G^0:

$\Gamma(A) = \{b : \exists a \in A(\ (a,b) \in G^1, rg(b) = rg(a) + 1)\}$

$\Gamma^{-1}(A) = \{b : \exists a \in A(\ (b,a) \in G^1, rg(b) = rg(a) - 1)\}$.

Очевидно, що

$A_0 = \{a_0\}, \Gamma^{-1}(A_k) = A_{k-1}, \Gamma(A_{k-1}) = A_k, \Gamma(A_t) = \varnothing, k = 1,...,t.$

Ранжування графа від вершини a_0 назвемо 2-стабільним, якщо виконана умова: $A \subseteq A_k, |A| = 2 \Rightarrow |\Gamma^{-1}(A)| \geq 2, k = 1,...,t.$.

Граф назвемо 2-стабільним, якщо від будь-якої фіксованої вершини a_0 він має 2-стабільне ранжування.

Зауважимо, що перевірку 2-стабільності ранжування легко зробити за поліноміальний час.

Вірна наступна теорема.

Теорема 2. Якщо G 2-зв'язний граф діаметра $d(G)$ має 2-стабільне ранжування від вершини a_0, то для кожної вершини a цього графа існує простий цикл довжини не більше $2d(G)+1$, який містить вершини a_0 і a.

Доведення. Нехай граф G задовольняє умовам теореми, $G^0 = A_0 + A_1 + ... + A_t$ - його ранжування від фіксованої вершини a_0, і нехай a - довільна його вершина. Шляхи в даному графі будемо задавати послідовністю вершин, наприклад $L = (x_0, x_1...., x_p)$ - шлях довжини p, причому шлях назвемо геодезичним, якщо $rg(x_i) = rg(x_{i-1}) + 1$. Очевидно, що будь-який геодезичний шлях має довжину не більше $d = d(G)$. Розглянемо максимальний геодезичний шлях $L = (a_0, a_1...., a_p)$, що проходить через вершину a, і нехай $a = a_k \in A_k$, $1 \leq k \leq p$, $\Gamma(a_p) = \varnothing.$ Оскільки граф G 2-зв'язний, то $\rho(a_p) \geq 2$ і отже або 1) $|\Gamma^{-1}(a_p)| \geq 2$ або 2) існує вершина $b_p \in A_p, (a_p, b_p) \in G^1$. В першому випадку існує вершина $a^*_{p-1} \in A_{p-1}, a^*_{p-1} \neq a_{p-1}, (a^*_{p-1}, a_p) \in G^1$ і, користуючись 2-стабільністю графа G можна побудувати геодезичний шлях $L^* = (a_0, a^*_1...., a^*_{p-1}, a_p)$, який має зі шляхом L точно дві спільні вершини a_0 і a_p. При цьому $L \cup L^* = Z$ є простий цикл довжини не більше $2d$. В другому випадку також 2-

стабільністі графа G існує така вершина $b_{p-1} \in A_{p-1}, b_{p-1} \neq a_{p-1}, (b_{p-1}, b_p) \in G^1$ і отже можна побудувати геодезичний шлях $L^* = (a_0, b_1 ...., b_{p-1}, b_p)$. При цьому $L \cup L^* \cup (b_p, a_p) = Z$ є потрібний цикл довжини не більше $2d+1$. Таким чином теорема повністю доведена.

Наслідок 1. Якщо G 2-зв'язний граф має 2-стабільне ранжування від деякої вершини a_0, то $2d_1(G) \le d_2(G) \le 4(d_1(G)) + 2$.

Доведення одразу випливає з теореми 1 та лем 1 і 2.

Наслідок 2. Якщо G 2-зв'язний граф є 2-стабільним, то $2d_1(G) \le d_2(G) \le 2(d_1(G)) + 1$.

Розглянемо застосування відстані $d_2(G)$ до оцінки зв'язності квазівипадкових графів. Нехай $G(p)$ - квазівипадковий граф [4], $q = 1 - p, q = \lambda / m$, a і b - дві його задані вершини і нехай $d_2(G) = l$.

Розглянемо $P[a,b]$ ймовірність зв'язності вершин a і b в графі $G(p)$. Для цього оцінимо величину $Q = 1 - P[a,b]$. Оскільки $con(a,b) \ge 2$, то будемо вважати, що існує 2 незалежних шляхи L_1, L_2 між вершинами a і b: $|L_1| = k, |L_2| = l - k$. Легко бачити, що $Q \le (1 - p^k)(1 - p^{l-k})$. Враховуючи, що $p^t = (1 - \lambda / m)^t \ge 1 - \lambda t / m$, отримуємо нерівність:

$Q \le (\lambda k / m)(\lambda(l-k) / m) = \lambda^2 l^2 / (4m^2)$.

Таким чином, якщо квазівипадковий граф $G(p)$ має декремент $\lambda = \omega\sqrt{m} / l$, де $\omega = o(1)$, то $P[a,b] = 1 - o(1)$. Очевидно, що така оцінка доцільна, якщо величина $d_2(G) = l$ є достатньо малою.

1. *Ford L.R., Fulkerson D.R.* Maximal flow through a network.- Canad. J. Math., v. 8, 1956, p. 399-404.
2. *Diestel R.* Graph Theory.- Springer-Verlag, NewYork , 2000. -322p.
3. *Chung F.R.K., Garey M.R.* Diametr Bounds for Altered Graphs. - Journal of Graph Theory, v. 8, 1984, p. 511-534.
4. *Глухов О.Д., Коростіль Ю.М.* Структурна безпека складних дискретних систем при випадкових відмовах. - Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. пр. ІПМЕ НАНУ, вип. 27, Київ, 2004, с. 91-95.

Поступила 26.02.2014р.