УДК 621.9.06

І.І. Павленко, проф., д-р техн. наук, І.А. Валявський, асист.
Кіровоградський національний технічний університет

Оцінка рухових можливостей гексаподу в напрямку, перпендикулярному до осі його симетрії

В статті досліджується вплив конструктивних параметрів механізму паралельної структури на функціональні можливості верстата з паралельною кінематикою.
верстат, гексапод, механіз паралельної структури, ВПК, верстат з паралельною кінематикою

Проектування верстатів-гексаподів, враховуючи їх специфічні властивості, є досить складною системною задачею. Один з важливих етапів створення подібних верстатів є визначення найбільш раціональних конструктивних параметрів його основних елементів, які забезпечують ефективність функціонування верстатів. Однією з умов ефективного функціонування верстата є здійснення ними необхідних технологічних рухів, які є дуже важливими в роботі верстатів з паралельною кінематикою. Це особливо необхідно для виконання фрезерування поверхонь оброблюваних деталей або установчих рухів для свердлування та інші операції.

Розглядати переміщення рухомої платформи в напрямку, перпендикулярному до осі симетрії гексаподу (в подальшому для простоти буде вживатись вираз – в поперечному напрямку) можна виконувати за різних умов. В цих дослідженнях взято найбільш доцільний варіант, коли не тільки рух, а й положення рухомої платформи є перпендикулярними до осі симетрії гексапода. За такої умови на розрахунковій схемі (рис. 1) пунктиром показані граничні та інші положення платформи. Величина переміщення платформи визначається по руху центру O або крайніх її точок A і B. Фактичне значення величини переміщення є величиною змінною починаючи від нульового у максимально витягнутому положенні гексапода. Поступове опускання платформи веде до збільшення величини переміщення платформи в перпендикулярному напрямку. При максимальному опусканні платформи безперервна величина поперечного її переміщення також буде максимальна. Для спрощення вирішення поставленої задачі розглянемо положення платформи по висоті в різних інтервалах (зонах). Такий розподіл на інтервали дозволяє визначати величину поперечного руху по найбільш спрощенним розрахункам. Для дослідження рухів у першому інтервалі складаємо розрахункову схему (рис. 1).

На даній схемі прийняті наступні позначення: a, b – розміри (діаметри) платформ; L – максимальна довжина штанги; H – величина вертикального положення рухомої платформи; l_1 – поточна довжина штанги.

Перший інтервал відповідає положенню платформи від максимально піднятого (H) і до опущеного на висоту h_1. При нижньому положенні платформи в цьому інтервалі величина поперечного переміщення дорівнює розміру b платформи. Тобто, кожна точка платформи O_1, A_1, B_1 переміщується на величину

$$l_1' = b .$$

Індекс "1" вказує на приналежність визначення першому інтервалу.

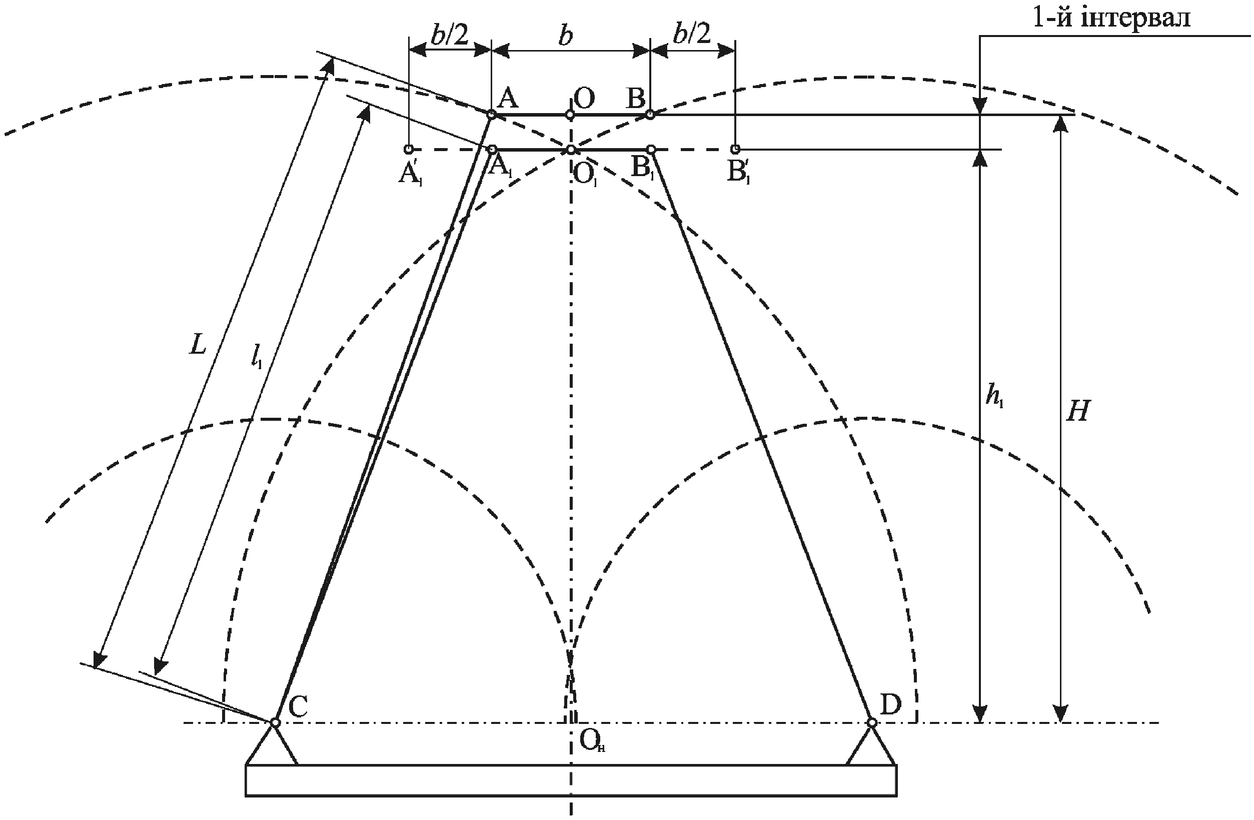

Рисунок 1 – Розрахункова схема переміщень платформи в першому інтервалі

Висота верхнього положення 1-го інтервалу:

$$H = L\sqrt{1 - m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2}\ .$$

Нижнє положення цього інтервалу відповідає положенню центру платформи O_1, коли рух максимально витягнутих штанг перетинається в одній точці (O_1). Тоді, з трикутника $O_1O_нD$ можна записати

$$O_1O_н = h_1; \qquad O_1D = L; \qquad O_нD = \frac{a}{2}; \qquad h_1^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = L^2.$$

Звідки нижнє положення платформи першого інтервалу

$$h_1 = \sqrt{L^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}\ .$$

Введемо заміну $m = \dfrac{a}{L}$. Тоді $a = mL$.

Підставивши в попереднє рівняння, отримаємо:

$$h_1 = \sqrt{L^2 - \left(\frac{mL}{2}\right)^2} = L\sqrt{1 - \left(\frac{m}{2}\right)^2}\ .$$

Максимальну величину переміщення штанг в цьому інтервалі визначаємо з рівняння через передавальне відношення руху штанги:

$$h_1 = L\sqrt{i_1^2 - m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2},$$

де $i_1 = \dfrac{l_1}{L}$ – передавальне відношення руху штанг від максимального (L), що відповідає висоті H до мінімального (l_1) для першого інтервалу, що відповідає висоті h_1. Таким чином, знаючи висоту h_1, рівняння можна переписати:

$$h_1^2 = L^2\left[i_1^2 - m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2\right].$$

Після перетворень отримаємо:

$$l_1 = \sqrt{h_1^2 + L^2 m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2}.$$

Переміщення платформи в поперечному напрямку в першому інтервалі, тобто в межах від H до h_1, як відзначалось вище, є величиною змінною від 0 (при положенні платформи на висоті H) і до $l_1' = b$ (при положенні h_1).

Для встановлення залежності величини поперечного переміщення (l_{1i}') від ($h_i = h_1 ... H$) представимо дану схему на рис. 2. Із схеми видно, що рух платформи в поперечному напрямку відбувається переміщенням крайніх точок A і B по дугам, описаними своїми максимальними радіусами (L). Так, при руху платформи вліво точка B рухається по своїй дузі, а розміщення точки A при цьому визначається довжиною платформи (b) та її горизонтальним положенням. За цієї умови точка B в поперечному напрямку зміщується на величину $l_{1i}'/2$. Таке ж зміщення має місце і при руху платформи вправо, а тому загальне переміщення буде дорівнювати l_{1i}'.

Подібним чином можна розглянути переміщення центру платформи O, яке згідно рис. 2 буде:

$$l_{1i}' = O_1'O_1'' = A_1A_1'''' + B_1''''B_1.$$

Величину цього переміщення знаходимо:

$$\left[\frac{l_{1i}'}{2} + L\frac{m(1-n)}{2}\right]^2 = L^2 - h_{1i}^2.$$

Так як визначаємо i-те значення переміщення платформи при i-му значенні положення платформи по висоті в першому інтервалі, то це положення буде:

$$h_{1i} = L\sqrt{i_{1i}^2 - m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2}.$$

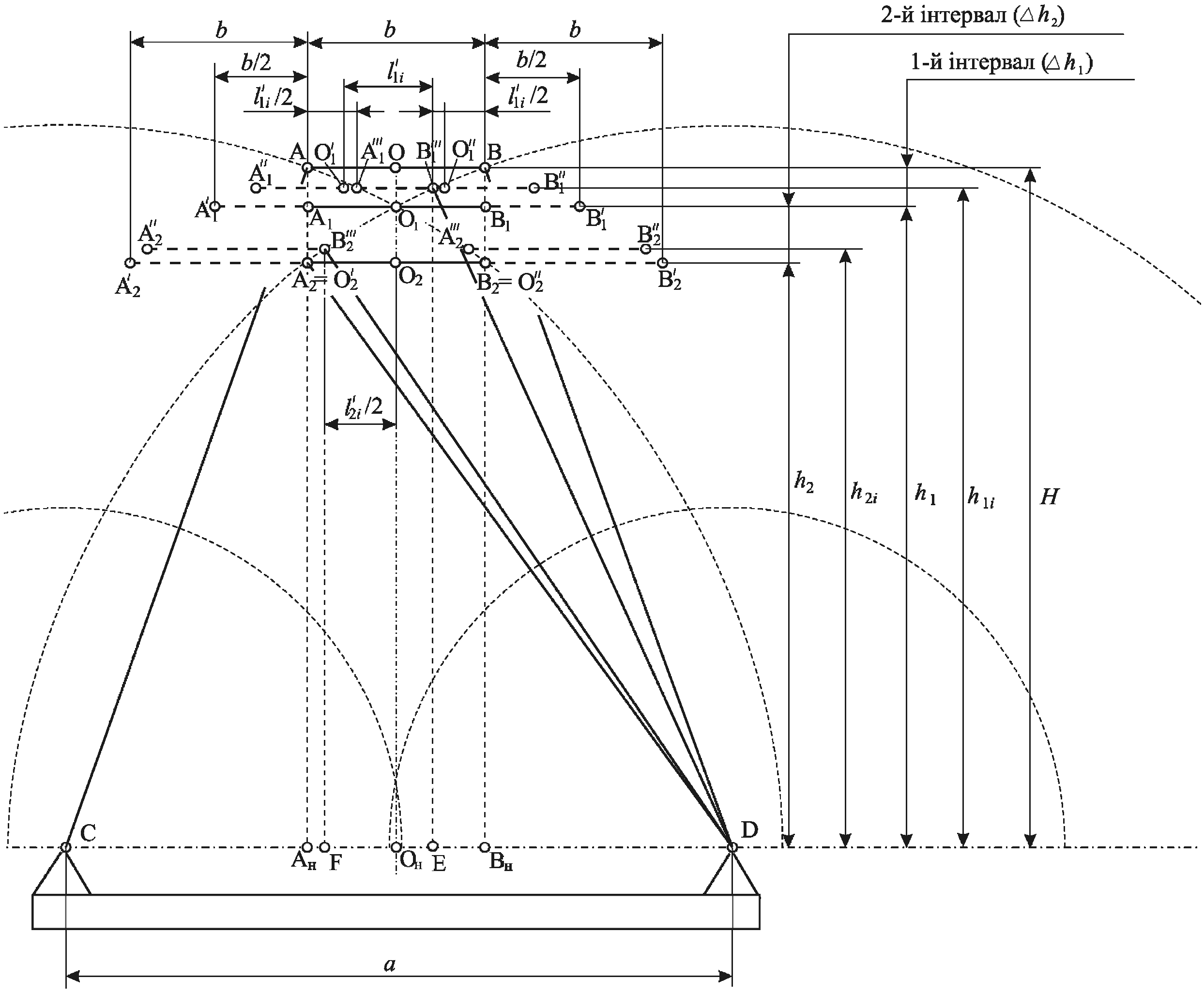

Рисунок 2 – Розрахункова схема переміщень платформи в другому інтервалі

Підставивши в попереднє рівняння, отримаємо:

$$l'_{1i} = \frac{-Lm\dfrac{1-n}{2} \pm \sqrt{L^2 m^2 \left(\dfrac{1-n}{2}\right)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot L^2 \left(i_{1i}^2 - 1\right)}}{2 \cdot 0{,}25} = \frac{-Lm\dfrac{1-n}{2} \pm L\sqrt{1 - i_{1i}^2 + m^2 \left(\dfrac{1-n}{2}\right)^2}}{0{,}5}.$$

За дослідженим першим інтервалом іде другий інтервал, який розміщується в межах від h_1 до h_2 (див. рис. 2). При верхньому положенні платформи даного інтервалу (h_1) величина поперечного руху дорівнює ширині (діаметру) рухомої платформи $i' = b$.

Висота верхнього положення платформи в другому інтервалі, як відзначалось вище, дорівнює висоті нижнього положення платформи в першому інтервалі:

$$h_1 = L\sqrt{1 - \left(\frac{m}{2}\right)^2}.$$

За нижнє положення платформи приймаємо таке, коли можливе її перпендикулярне переміщення з урахуванням переміщення в першому інтервалі $l'_{1,2} = 2b$.

Переміщення платформи в другому інтервалі $l'_2 = b$.

За таку умови прийнято ту обставину, що платформа, починаючи, з верхнього положення має можливість здійснювати додаткове (по відношенню до отриманного в першому інтервалі) горизонтальне переміщення. Тобто, якщо продовжити розгляд питання по відношенню до руху точки B, то у верхньому положенні вона, рухаючись вліво дійшла до точки O_1, яка співпадає з віссю симетрії гексаподу, а, відповідно, вона вже перемістилась на величину $l_1' = b/2$. Після чого ця точка ввійшла в зону другого інтервалу. Тому подальше опускання платформи від рівня h_1 дозволяє точці B здійснити подальший рух вліво на величину $l_{2i}'/2$. Для цього інтервалу також приймемо за максимальне переміщення платформи в одну з сторін $l_2' = b/2$. Цій умові буде відповідати висота платформи h_2:

$$h_2 = \sqrt{L^2 - L^2 m^2 \left(\frac{1+n}{2}\right)^2} = L\sqrt{1 - m^2\left(\frac{1+n}{2}\right)^2}.$$

Максимальна величина переміщення штанг у цьому інтервалі по відношенню до нижнього положення платформи 1-го інтервалу визначається з рівняння (рис. 3):

$$h_2 = l_1\sqrt{i_2^2 - m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2},$$

де $i_2 = l_2/l_1$ – передавальне відношення руху штанг від максимального (l_1), що відповідає висоті положення платформи (h_1) до мінімального (l_2), що відповідає нижній висоті положення платформи (h_2) другого інтервалу. Таким чином, знаючи висоту (h_2) рівняння можна записати:

$$h_2^2 = l_1^2\left[i_2^2 - m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2\right].$$

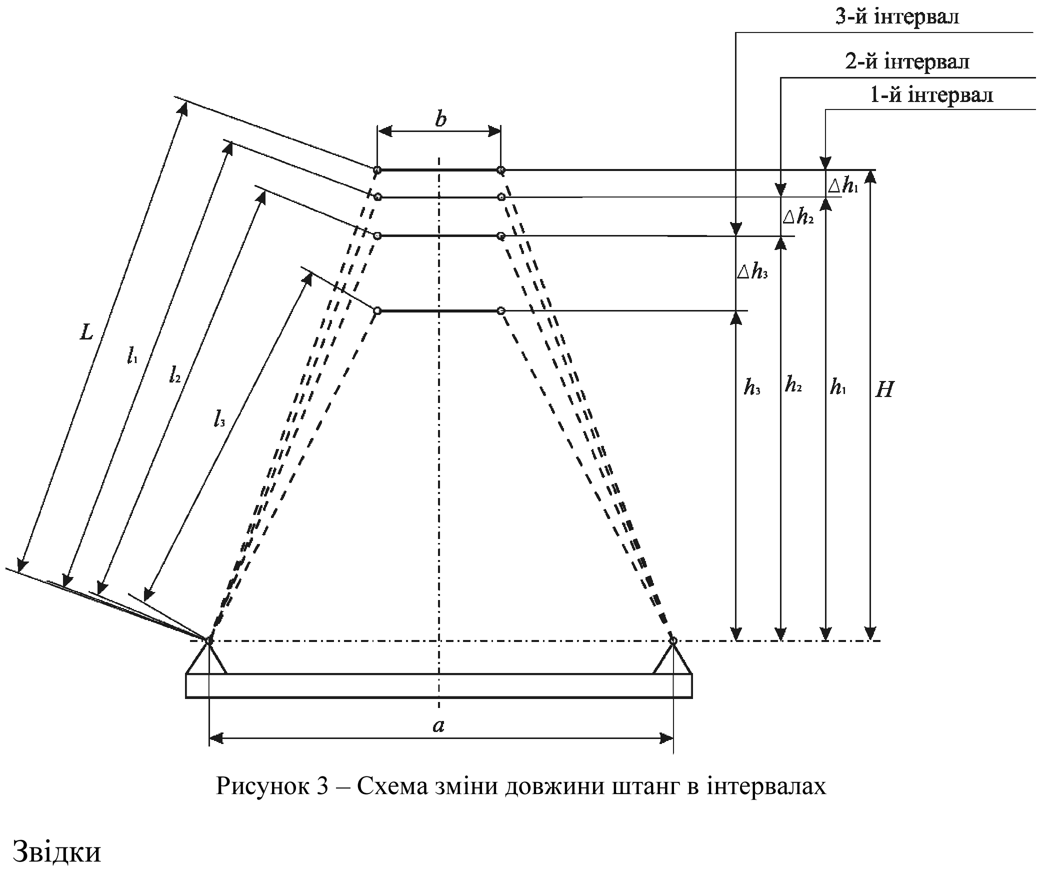

Рисунок 3 – Схема зміни довжини штанг в інтервалах

Звідки

$$l_2 = \sqrt{h_2^2 + l_1^2 m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2}.$$

Переміщення платформи в поперечному напрямку в другому інтервалі в межах від h_1 до h_2 є також величиною змінною. Для визначення цієї залежності розглянемо проміжне положення платформи між h_1 та h_2, де має місце поточне зміщення платформи вліво на величину $l'_{2i}/2$. Таке ж зміщення має місце і при руху платформи вправо, а тому загальне переміщення буде дорівнювати l'_{2i}.

Величину цього переміщення (додаткового до отриманого в 1-му інтервалі) знаходимо з рівняння

$$0{,}25\left(l'_{2i}\right)^2 + l'_{2i}L\frac{m}{2} + \left[L^2\frac{m^2}{4} - L^2 + l_1^2 i_{2i}^2 - l_1^2 m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2\right] = 0.$$

Зробимо заміну

$$k_2 = 0{,}25; \qquad p_2 = L\frac{m}{2}; \qquad q_2 = L^2\frac{m^2}{4} - L^2 + l_1^2 i_{2i}^2 - l_1^2 m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2.$$

Отримаємо квадратне рівняння:

$$k_2\left(l'_{2i}\right)^2 + p_2 l'_{2i} + q_2 = 0.$$

Звідки

$$l'_{2i} = \frac{-p_2 \pm \sqrt{p_2^2 - 4k_2 q_2}}{2\cdot 0{,}25}.$$

Слідуючим етапом досліджень є визначення параметрів руху платформи та штанг в третьому інтервалі. За даний інтервал прийнято положення платформи між нижньою висотою другого інтервалу (h_2) і нижньою висотою третього інтервалу h_3. Ця висота відповідає точці перетину траєкторії руху однієї максимально випрямленої штанги з траєкторією руху другої максимально втягнутої штанги, коли ще має місце неперервний рух платформи в поперечному напрямку (рис. 4). Такою "лівою" точкою є B_3. Вона отримана як подальший рух точки A_2 від нижнього положення другого інтервалу по дузі максимального радіусу (L) до перетину з дугою мінімального радіусу (l_3). При цьому відбувається переміщення платформи вліво на величину $l'_3/2$, так як має місце таке ж переміщення платформи вправо в третьому інтервалі. Відповідно загальне переміщення в цьому інтервалі складає l'_3. З урахуванням переміщень в першому та другому інтервалах сумарний поперечний рух платформи буде $2b + l'_3$.

Висота верхнього положення платформи в третьому інтервалі дорівнює висоті нижнього положення платформи в другому інтервалі

$$h_2 = L\sqrt{1 - m^2\left(\frac{1+n}{2}\right)^2}.$$

Висоту нижнього положення платформи (h_3) визначаємо з рівняння

$$h_3 = \frac{0{,}5L\sqrt{(1+i+m)(i+m-1)(1-i+m)(1+i-m)}}{m},$$

де $m = \dfrac{a}{L}$; $i = \dfrac{l_3}{L}$.

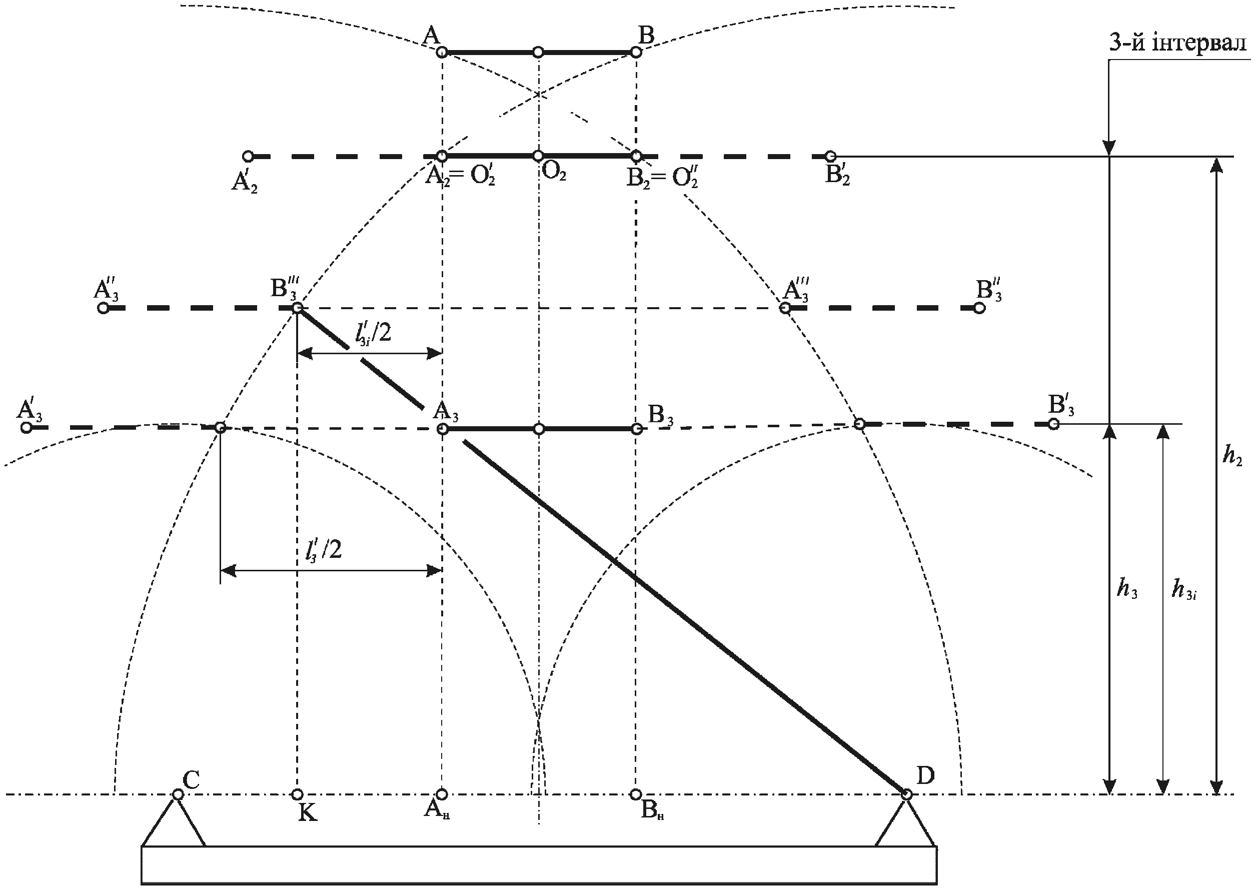

Рисунок 4 – Розрахункова схема переміщень платформи в третьому інтервалі

Переміщення плафторми в поперечному напрямку в третьому інтервалі в межах від h_2 до h_3 як змінна величина в проміжному положенні визначається величиною $l_{3i}'/2$.

Величину цього переміщення знаходимо з рівняння

$$0{,}25\left(l_{3i}'\right)^2 + l_{3i}'Lm\frac{1+n}{2} + \left[L^2m^2\left(\frac{1+n}{2}\right)^2 - L^2 - l_2^2 i_{3i}^2 + l_2^2 m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2\right] = 0 \cdot$$

Використовуючи заміну

$$k_3 = 0{,}25\,; \qquad p_3 = Lm\frac{1+n}{2}; \qquad q_3 = L^2m^2\left(\frac{1+n}{2}\right)^2 - L^2 - l_2^2 i_{3i}^2 + l_2^2 m^2\left(\frac{1-n}{2}\right)^2$$

отримаємо квадратне рівняння

$$k_3\left(l_{3i}'\right)^2 + p_3 l_{3i}' + q_3 = 0\,,$$

з якого визначаємо величину переміщення платформи в поперечному напрямку в третьому інтервалі:

$$l_{3i}' = \frac{-p_3 \pm \sqrt{p_3^2 - 4k_3q_3}}{2 \cdot k_3}\,.$$

Таким чином, на основі виконаних досліджень визначені аналітичні залежності переміщень рухомої платформи в поперечному напрямку від основних конструктивних параметрів гексапода. Відповідно по цим залежностям можна визначати найбільш доцільні конструктивні виконання ВПК в залежності від їх функціонального призначення.

Список літератури

1. Павленко И.И. Основные показатели двигательных возможностей роботов. /И.И.Павленко// Вестник машиностроения. – 1986. – №4. – С. 9-11.
2. Павленко І.І. Промислові роботи: основи розрахунку та проектування./І.І.Павленко. – Кіровоград: КНТУ, 2007. – 420 с.
3. Павленко І.І., Валявський І.А. Рухові характеристики верстатів з паралельною кінематикою. / І.І.Павленко, І.А.Валявський //Збірник наукових праць КНТУ . Техніка в сільськогосподарському машинобудуванні, галузеве машинобудування, автоматизація. – Кіровоград, КНТУ, 2008. – №21. – С. 304-310.
4. Крижанівський В.А., Кузнєцов Ю.М., Валявський І.А., Скляров Р.А. Технологічне обладнання з паралельною кінематикою: Навчальний посібник для ВНЗ. Під ред. Ю.М. Кузнєцова. – Кіровоград, 2004. – 449 с.

В статье рассматривается влияние конструктивных параметров механизма параллельной структуры на функциональные возможности станка з параллельной кинематикой.

Influence of structural parameters of parallel structure mechanism on hexapod functional possibilities in the article.