

Визначення головного вектора і моменту аеродинамічних сил, діючих на обертову крильчатку вентилятора

Обчислюються головний вектор і момент аеродинамічних сил, що діють на обертову крильчатку при її невеликих рухах у початково нерухомому повітрі. Припускається малість лінійних і кутових переміщень повздовжньої осі крильчатки і невелика дозвукова швидкість набігання повітря на її лопаті.
осьовий вентилятор, гвинт, крильчатка, аеродинамічні сили, крило, лопать

Вступ. При розв'язанні низки задач з динаміки осьових вентиляторів треба враховувати аеродинамічні сили, що діють на крильчатку [1,2]. Огляд літератури з динаміки вентиляторів [3-5], гвинтів, зокрема – несучих [6-10] показує, що врахування аеродинамічних сил у вигляді сили тяги і крутильного моменту гвинта недостатнє для складання диференціальних рівнянь руху вентилятора, бо інші аеродинамічні сили, що істотно впливають на рух крильчатки, в цих роботах не обчислюються. Тому у цій роботі обчислюються головний вектор і момент аеродинамічних сил, що діють на обертову крильчатку при її невеликих рухах у початково нерухомому повітрі.

1. Основні припущення, необхідні для визначення аеродинамічних сил.

Виходячи з реальних умов роботи промислових і побутових вентиляторів [3-5] вважаємо, що крильчатка обертається із сталою кутовою швидкістю і її повздовжня вісь здійснює невеликі рухи у просторі. Будемо приймати до уваги малість лінійних і кутових переміщень повздовжньої осі вентилятора, та невелику дозвукову швидкість набігання повітря на лопаті крильчатки. Тому будемо вважати, що повітря поводить себе як ідеальна, нестислива рідина, яка обтікає безвідривно лопаті. Також лопаті вважатимемо тонкими.

Для розрахунку аеродинамічних сил, діючих на лопаті гвинтів будемо приймати такі припущення [8].

1. Кожна лопать крильчатки розглядається як крило кінцевого розмаху, що обтікається власним прямолінійним повітряним потоком.

2. Рівнодійні сили від елементарних аеродинамічних сил, що діють на елементи лопаті прикладені в перерізі крила, віддаленому від осі обертання на відстань r , що приблизно дорівнює 70% радіуса гвинта R :

$$r = kR, \quad k \approx 0,7. \quad (1)$$

3. Коефіцієнти аеродинамічних сил C_x, C_y (C_y - підйомної сили профілю, C_x - профільного опору) замінюються їх величинами у перерізі r - c_x, c_y .

4. Величина тяги і сила опору однієї лопаті розраховуються за формулою для підйомної сили, сили опору крила кінцевого розмаху, причому (рис. 1):

$$X_{\text{л}} = \frac{B}{r} V_r^2, \quad Y_{\text{л}} = B V_r^2, \quad (2)$$

де $F_{\text{л}}$ – площа лопаті, V_r - швидкість набігання чого на лопать повітря у перерізі r , і

$$B = c_y \frac{\rho}{2} F_{\text{л}}, \quad B = c_x \frac{\rho}{2} F_{\text{л}} r. \quad (3)$$

5. В дійсності аеродинамічні сили прикладені у центрі тиску профілю, причому для тонких симетричних профілів центр тиску заходиться на хорді на відстані $b/4$ від передньої кромки профілю. У розрахунках будемо вважати, що рівнодійні аеродинамічних сил прикладені посередині профілю і тому замість лопаті у вигляді пластини будемо розглядати лопать у вигляді прямого відрізка (рис. 1, б).

За вказаними вище силами і моментами, знайденими для кожної лопаті окремо обчислюватиме головні вектори і головні моменти аеродинамічних сил.

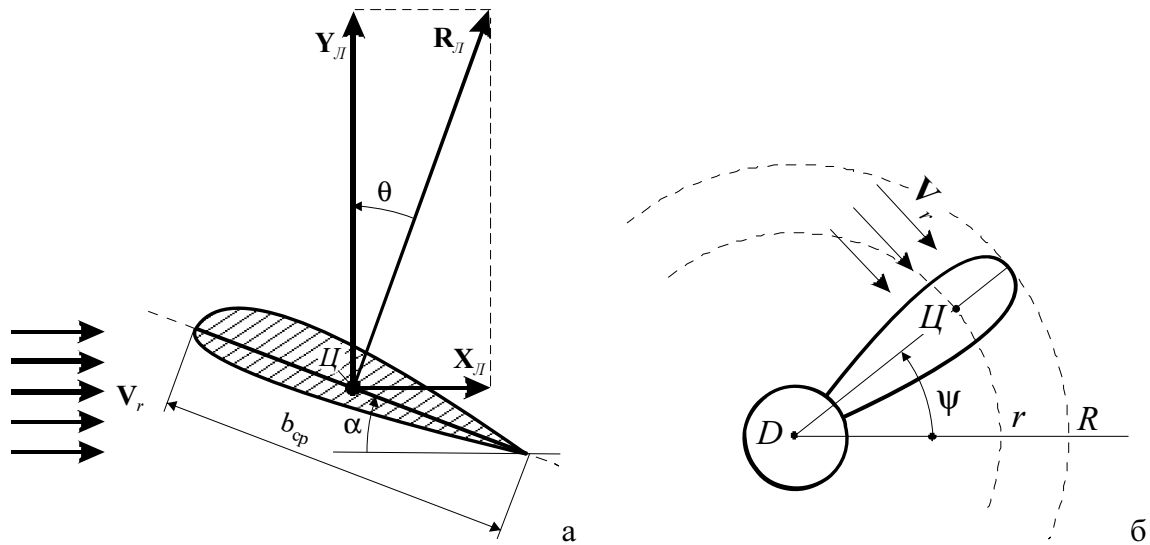


Рисунок 1 - Аеродинамічні сили, що діють на лопать, та точка їх прикладання

В зв'язку із припущеннями аеродинамічні коефіцієнти c_x, c_y будемо обчислювати за відомими формулами [11,12]:

$$c_y = 2m_u(\alpha - \alpha_0) = 2m_u\alpha_A, \quad c_x = \frac{1+\delta}{\pi\lambda} c_y^2 \quad (4)$$

де α - кут атаки, α_0 - кут нульової підйомної сили, $m_u \approx \pi$ - деякий коефіцієнт, що залежить від форми профілю, $\alpha_A = \alpha - \alpha_0$ - аеродинамічний кут атаки, $\delta \approx 0$ характеризує нееліптичність лопаті (тим менший, чим ближче лопать до еліптичного), λ - коефіцієнт подовження лопаті. Він дорівнює

$$\lambda = l/b_{cp} = l^2/F_{\text{л}}, \quad (5)$$

де l - розмах, b_{cp} - середня хорда лопаті, $F_{\text{л}}$ - площа лопаті.

Оскільки швидкості руху лопатей побутових і промислових осьових вентиляторів невеликі і значно менші за швидкість звука, то відповідно до результатів роботи [11] якість профілю

$$K = c_y/c_x = 10 \div 45, \quad c_y \gg c_x. \quad (6)$$

2. Зміна аеродинамічних коефіцієнтів і сил, що діють на лопать від зміни швидкості набігаю чого повітря і кута атаки. Домовимося величини, що відповідають чистому обертанню крильчатки у початково нерухомому повітрі навколо власної повздовжньої осі із кутовою швидкістю ω позначати із індексом „0”. Ці величини будуть вихідними. Для вихідних аеродинамічних коефіцієнтів матимемо

$$c_{y0} = 2m_u \alpha_{A0}, \quad 2m_u = \frac{c_{y0}}{\alpha_{A0}}, \quad c_{x0} = \frac{1+\delta}{\pi\lambda} c_{y0}^2. \quad (7)$$

При невеликих рухах повздовжньої осі крильчатки у повітрі вихідні величини будуть змінюватися також на невеликі величини.

Нехай ефективний кут атаки одержав невелику зміну $\Delta\alpha_A$, тоді

$$\alpha_A = \alpha_{A0} + \Delta\alpha_A. \quad (8)$$

З формул (1), з врахуванням (7), знаходимо що аеродинамічні коефіцієнти c_x, c_y зміняться таким чином

$$c_y = c_{y0} \left(1 + \frac{\Delta\alpha_A}{\alpha_{A0}} \right), \quad c_y^2 \approx c_{y0}^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta\alpha_A}{\alpha_{A0}} \right), \quad c_x \approx c_{x0} \left(1 + 2 \frac{\Delta\alpha_A}{\alpha_{A0}} \right). \quad (9)$$

З формул (3), з врахуванням (9), знаходимо зміну коефіцієнтів B, B :

$$B = B_0 \left(1 + \frac{\Delta\alpha_A}{\alpha_{A0}} \right), \quad B \approx B_0 \left(1 + 2 \frac{\Delta\alpha_A}{\alpha_{A0}} \right). \quad (10)$$

Нехай швидкість набігаючого на лопать потоку V_{r0} також змінилася на малу величину ΔV_r , тоді

$$V_r = V_{r0} + \Delta V_r, \quad V_r^2 \approx V_{r0}^2 + 2V_{r0}\Delta V_r = V_{r0}^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta V_r}{V_{r0}} \right). \quad (11)$$

Тоді з формул (2) знаходимо, що величини сил тяги і опору однієї лопаті при одночасній невеликій зміні ефективного кута атаки і швидкості набігаючого на лопать повітря зміняться наступним чином:

$$X_{Li} = \frac{B}{r} V_r^2 \approx X_{Li0} \left[1 + 2 \left(\frac{\Delta\alpha_A}{\alpha_{A0}} + \frac{\Delta V_r}{V_{r0}} \right) \right], \quad Y_{Li} = B V_r^2 \approx Y_{Li0} \left(1 + \frac{\Delta\alpha_A}{\alpha_{A0}} + 2 \frac{\Delta V_r}{V_{r0}} \right). \quad (12)$$

3. Визначення вихідного головного вектора і моменту аеродинамічних сил, що діють на крильчатку. Розглядаємо гвинт складений з n однакових лопатей довжиною R , площею F_{Li} , симетрично розташованих по колу (рис. 2 – для $n=4$). Тоді кут між двома сусідніми лопатями

$$\Delta\psi = 2\pi/n. \quad (13)$$

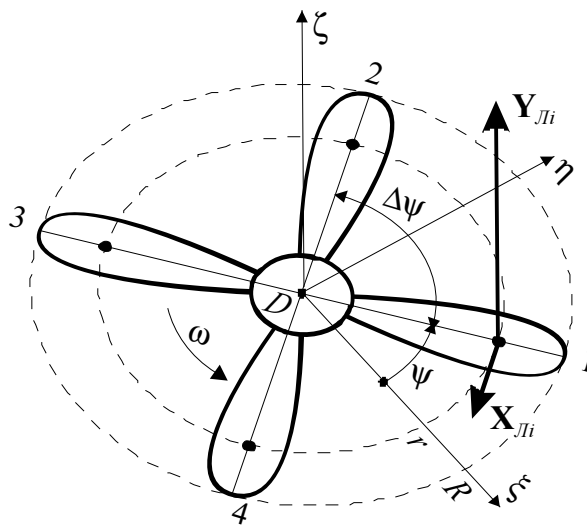


Рисунок 2 - Система координат $D\xi\eta\zeta$, відносно якої визначаються аеродинамічні сили і моменти

Надалі розглядаємо гвинти, у яких більше трьох лопатей $n \geq 3$. Такі гвинти найчастіше використовуються на практиці, бо мають кращі аеродинамічні властивості.

Для опису руху крильчатки у просторі, та для визначення аеродинамічних сил, введемо у розглядання рухому систему координат $D\xi\eta\zeta$, причому вісь ζ спрямуємо по повздовжній осі крильчатки. Під час руху осі $D\xi\eta\zeta$ будуть рухатися як поступально із швидкістю v_D разом з центром крильчатки – точкою D , так і обертально – навколо точки D . Залишимо осям $D\xi\eta\zeta$ тільки ті повороти, що забезпечують збіжність осі ζ із повздовжньою віссю крильчатки. Тоді крильчатка відносно осей $D\xi\eta\zeta$ буде тільки повертатися навколо осі ζ із сталою кутовою швидкістю ω .

Положення лопаті i у площині $D\xi\eta$ (рис. 2) задає кут

$$\psi_i = \psi + (i-1)\Delta\psi = \omega t + 2\pi(i-1)/n, \quad /i = \overline{1, n}/. \quad (14)$$

Тут без обмеження загальності прийнято, що кут повороту першої лопаті дорівнює ωt .

Нехай крильчатка тільки обертається у просторі навколо власної повздовжньої осі ζ (рис. 2). Швидкість набігання повітря на характерний переріз лопаті i , розташований на відстані r від осі крильчатки дорівнює

$$V_{r0i} = \omega r, \quad /i = \overline{1, n}/. \quad (15)$$

Сили тяги і лобового опору, що діють на лопать i , $/i = \overline{1, n}/$ дорівнюють

$$Y_{Л0i} = B_0 V_{0i}^2 = B_0 \omega^2 r^2, \quad X_{Л0i} = \frac{B_0}{r} V_{0i}^2 = B_0 \omega^2 r. \quad (16)$$

Крутильний момент однієї лопаті

$$M_{кр0i} = X_{0i} r = B_0 \omega^2 r^2. \quad (17)$$

Вихідні сила тяги і крутильний момент для n лопатей дорівнюють

$$T_0 = R_\zeta = \sum_{i=1}^n Y_{Л0i} = n B_0 \omega^2 r^2, \quad M_{кр0} = -M_\zeta = \sum_{i=1}^n M_{кр0i} = n r X_{0i} = n B_0 \omega^2 r^2. \quad (18)$$

R_ζ, M_ζ - це проекції головного вектора \mathbf{R} і головного моменту \mathbf{M} аеродинамічних сил, що діють на крильчатку, на вісь ζ , причому модулі цих векторів відповідно дорівнюють $T_0, M_{кр0}$. Вектор вихідної сили тяги спрямований вздовж осі обертання крильчатки і є головним вектором аеродинамічних сил. Вектор вихідного крутильного моменту перешкоджає обертанню крильчатки навколо повздовжньої осі ζ , спрямований у протилежний бік і є головним моментом аеродинамічних сил.

4. Визначення зміненого головного вектора і моменту аеродинамічних сил, що діють на крильчатку в залежності від зміни кутів атаки і швидкості набігаючого повітря. Головний вектор і момент аеродинамічних сил визначаємо в проекціях на осі ξ, η, ζ (рис. 2):

$$R_\xi = \sum_{i=1}^n X_{Лi} \sin \psi_i \approx \frac{2M_{кр0}}{nr} \left(\frac{1}{\alpha_{A0}} \sum_{i=1}^n \Delta\alpha_{Ai} \sin \psi_i + \frac{1}{\omega r} \sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} \sin \psi_i \right),$$

$$R_\eta = -\sum_{i=1}^n X_{Лi} \cos \psi_i \approx -\frac{2M_{кр0}}{nr} \left(\frac{1}{\alpha_{A0}} \sum_{i=1}^n \Delta\alpha_{Ai} \cos \psi_i + \frac{1}{\omega r} \sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} \cos \psi_i \right),$$

$$R_\zeta = T = \sum_{i=1}^n Y_{Лi} \approx T_0 \left(1 + \frac{1}{n\alpha_{A0}} \sum_{i=1}^n \Delta\alpha_{Ai} + \frac{2}{n\omega r} \sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} \right);$$

$$M_\xi = \sum_{i=1}^n Y_{Лi} r \sin \psi_i \approx \frac{T_0 r}{n} \left[\frac{1}{\alpha_{A0}} \sum_{i=1}^n \Delta\alpha_{Ai} \sin \psi_i + \frac{2}{\omega r} \sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} \sin \psi_i \right],$$

$$M_{\eta} = -\sum_{i=1}^n Y_{\mathcal{M}i} r \cos \psi_i \approx -\frac{T_0 r}{n} \left[\frac{1}{\alpha_{A0}} \sum_{i=1}^n \Delta \alpha_{Ai} \cos \psi_i + \frac{2}{\omega r} \sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} \cos \psi_i \right],$$

$$M_{\zeta} = -M_{kp} = -\sum_{i=1}^n r X_{\mathcal{M}i} \approx -M_{kp0} \left(1 + \frac{2}{n \alpha_{A0}} \sum_{i=1}^n \Delta \alpha_{Ai} + \frac{2}{n \omega r} \sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} \right). \quad (19)$$

4. Визначення зміненого головного вектора і моменту аеродинамічних сил, що діють на крильчатку в залежності від параметрів руху крильчатки.

Виразимо зміну кута атаки $\Delta \alpha_{Ai}$ і зміну швидкості набігаючого повітря ΔV_{ri} через параметри руху крильчатки.

Нехай центр крильчатки рухається із лінійною швидкістю \mathbf{v}_D і крильчатка обертається навколо точки D із кутовою швидкістю $\mathbf{\Omega}$. Нехай в проекціях на осі ξ, η, ζ ці вектори мають такі складові

$$\mathbf{v}_D = (v_{D\xi}, v_{D\eta}, v_{D\zeta})^T, \quad \mathbf{\Omega} = (\omega_{\xi}, \omega_{\eta}, \omega)^T. \quad (20)$$

В проекціях на ці осі радіуси-вектори характерних точок лопатей мають такі складові

$$\mathbf{r}_i = r(\cos \psi_i, \sin \psi_i, 0)^T, \quad /i = \overline{1, n}/. \quad (21)$$

В результаті руху крильчатки поступально разом з центром (точкою D) і обертально навколо центра, характерна точка лопаті i одержить таку швидкість

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_D + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} v_{D\xi} - r\omega \sin \psi_i \\ v_{D\eta} + r\omega \cos \psi_i \\ v_{D\zeta} + r(\omega_{\xi} \sin \psi_i - \omega_{\eta} \cos \psi_i) \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Складова цієї швидкості, що лежить у площині крильчатки

$$\mathbf{v}_{\xi\eta i} = (v_{D\xi} - r\omega \sin \psi_i, v_{D\eta} + r\omega \cos \psi_i, 0)^T. \quad (23)$$

Одиничний вектор, що лежить у площині крильчатки $\xi D \eta$ і спрямований у бік характерного профілю лопаті i (як вектор $\mathbf{X}_{\mathcal{M}i}$) має такі складові:

$$\mathbf{e}_i = (\sin \psi_i, -\cos \psi_i, 0)^T. \quad (24)$$

Складова V_{ri} швидкості $\mathbf{v}_{\xi\eta i}$, що набігає на лопать (перпендикулярна радіусу характерної точки i), за принципом обернення швидкостей, дорівнює:

$$V_{ri} = \mathbf{e}_i \cdot (-\mathbf{V}_{\xi\eta i}) = v_{D\eta} \cos \psi_i - v_{D\xi} \sin \psi_i + \omega r, \quad (25)$$

звідки знаходимо, що

$$\Delta V_{ri} = v_{D\eta} \cos \psi_i - v_{D\xi} \sin \psi_i. \quad (26)$$

Складова швидкості точки i , що спрямована по осі вентилятора ζ дорівнює

$$V_{\zeta i} = v_{D\zeta} + r(\omega_{\xi} \sin \psi_i - \omega_{\eta} \cos \psi_i). \quad (27)$$

Ця складова швидкості змінює ефективний кут атаки (рис. 3) на

$$\Delta \alpha_{Ai} = \frac{-V_{\zeta i}}{\omega r} = -\left(\frac{v_{D\zeta}}{\omega r} + \frac{\omega_{\xi} \sin \psi_i - \omega_{\eta} \cos \psi_i}{\omega} \right). \quad (28)$$

При обчисленні сум, що входять у аеродинамічні сили і моменти прийемо до уваги, що для $n \geq 3$:

$$\sum_{i=1}^n \sin \psi_i = \sum_{i=1}^n \cos \psi_i = \sum_{i=1}^n \sin \psi_i \cos \psi_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n \sin^2 \psi_i = \sum_{i=1}^n \cos^2 \psi_i = \frac{n}{2}. \quad (29)$$

Тоді

$$\sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} = 0, \quad \sum_{i=1}^n \Delta \alpha_{Ai} = -\frac{nv_{D\zeta}}{\omega r}, \quad \sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} \sin \psi_i = -\frac{n}{2} v_{D\xi}, \quad \sum_{i=1}^n \Delta V_{ri} \cos \psi_i = \frac{n}{2} v_{D\eta},$$

$$\sum_{i=1}^n \Delta\alpha_{Ai} \sin \psi_i = -\frac{n\omega_{\xi}}{2\omega}, \quad \sum_{i=1}^n \Delta\alpha_{Ai} \cos \psi_i = \frac{n\omega_{\eta}}{2\omega}. \quad (30)$$

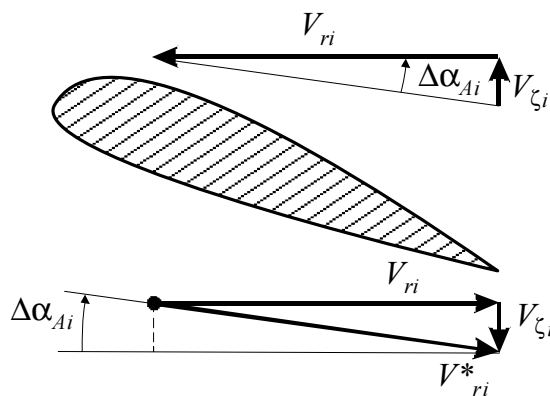


Рис. 3. Зміна ефективного кута атаки при русі характерного профілю вздовж осі ζ

Підставляючи суми із (27) в (15) одержимо такі вирази для головного вектора і головного моменту аеродинамічних сил, що діють на крильчатку

$$R_{\xi} = -\frac{M_{kp0}}{\omega r} \left(\frac{\omega_{\xi}}{\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\xi}}{r} \right), \quad R_{\eta} = -\frac{M_{kp0}}{\omega r} \left(\frac{\omega_{\eta}}{\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\eta}}{r} \right), \quad R_{\zeta} = T_0 \left(1 - \frac{v_{D\zeta}}{\alpha_{A0} \omega r} \right);$$

$$M_{\xi} = -\frac{T_0 r}{\omega} \left(\frac{\omega_{\xi}}{2\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\xi}}{r} \right), \quad M_{\eta} = -\frac{T_0 r}{\omega} \left(\frac{\omega_{\eta}}{2\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\eta}}{r} \right), \quad M_{\zeta} = -M_{kp0} \left(1 - \frac{2v_{D\zeta}}{\alpha_{A0} \omega r} \right). \quad (31)$$

Якщо підставити у ці рівності T_0 , M_{kp0} , то одержимо

$$R_{\xi} = -nB_0 \omega r \left(\frac{\omega_{\xi}}{\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\xi}}{r} \right), \quad R_{\eta} = -nB_0 \omega r \left(\frac{\omega_{\eta}}{\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\eta}}{r} \right), \quad R_{\zeta} = nB_0 \omega^2 r^2 \left(1 - \frac{v_{D\zeta}}{\alpha_{A0} \omega r} \right);$$

$$M_{\xi} = -nB_0 \omega r^3 \left(\frac{\omega_{\xi}}{2\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\xi}}{r} \right), \quad M_{\eta} = -nB_0 \omega r^3 \left(\frac{\omega_{\eta}}{2\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\eta}}{r} \right),$$

$$M_{\zeta} = -nB_0 \omega^2 r^2 \left(1 - \frac{2v_{D\zeta}}{\alpha_{A0} \omega r} \right). \quad (32)$$

С фізичної точки зору аеродинамічні сили відносяться як до рушійних – сила тяги гвинта

$$R_{\zeta}^{(p)} = nB_0 \omega^2 r^2, \quad (33)$$

так і сил опору середовища, складові

$$R_{\xi} = -nB_0 \omega r \left(\frac{\omega_{\xi}}{\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\xi}}{r} \right), \quad R_{\eta} = -nB_0 \omega r \left(\frac{\omega_{\eta}}{\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\eta}}{r} \right), \quad R_{\zeta}^{(o)} = -nB_0 \omega r \frac{v_{D\zeta}}{\alpha_{A0}};$$

$$M_{\xi} = -nB_0 \omega r^3 \left(\frac{\omega_{\xi}}{2\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\xi}}{r} \right), \quad M_{\eta} = -nB_0 \omega r^3 \left(\frac{\omega_{\eta}}{2\alpha_{A0}} + \frac{v_{D\eta}}{r} \right),$$

$$M_{\zeta} = -nB_0 \omega^2 r^2 \left(1 - \frac{2v_{D\zeta}}{\alpha_{A0} \omega r} \right). \quad (34)$$

Але математично ці сили мають істотну особливість – пропорційні певному ступеню кутової швидкості обертання крильчатки ω навколо повздовжньої осі. По перше це призводить до зростання цих сил із зростанням кутової швидкості обертання. По друге – це буде впливати на їх місце у характеристичному рівнянні, призначеному для

визначення критичних швидкостей обертання системи, а саме – буде пересувати ці складові до більш високих степенів ω .

Зауважимо, що сили опору у ідеальній нестисливій рідині утворюються за рахунок так званих індукованих швидкостей повітря, тобто за рахунок того, що крильчатка рухаючись у повітрі змінює напрям його руху [11,12].

Висновки. При невеликому русі обертової крильчатки у початково нерухомому повітрі на її діють аеродинамічна рушійна сила тяги гвинта і аеродинамічні сили опору середовища. Ці сили порційні першому чи другому степеню кутової швидкості обертання крильчатки, завдяки чому швидко зростають із зростанням цієї швидкості і можуть істотно впливати на критичні швидкості обертання ротора, що несе крильчатку.

Список літератури

1. Філімоніхін Г.Б. Зрівноваження крильчаток осьових вентиляторів пасивними автобалансирами / Філімоніхін Г.Б. Яцун В.В. // Збірник наукових праць КНТУ, 2007. Вип. №18. – С. 34-36.
2. Філімоніхін Г.Б. Числове моделювання процесу зрівноваження кульовими автобалансирами крильчатки осьового вентилятора / Філімоніхін Г.Б., Яцун В.В. // Вісник гірничого університету. – 2008. №9 (56), – С. 45-51.
3. Брусиловский И.В. Аэродинамический расчёт осевых вентиляторов. – М.: Машиностроение, 1986. – 283 с.
4. Поляков В. В. Насосы и вентиляторы / В. В. Поляков, Л. С. Скворцов. – М.: Стройиздат, 1990. – 336 с.
5. Черкасский В.М. Насосы, вентиляторы, компрессоры. –М.: Энергоатомиздат, 1984.- 416 с.
6. Александров В.Л. Воздушные винты. –М., Оборонгиз, 1951, -493 с.
7. А. Гессоу, Г. Мейерс. Аэродинамика вертолёта. Перевод с англ. инж. В.И. Бирюлина. Под ред. И.П. Братухина. –М., Изд. ОборонПром. 1954, -255 с.
8. Загордан А.М. Элементарная теория вертолета. Учебное пособие для летного и технического состава ВВС. –М.: Военное издательство Министерства обороны Союза ССР, 1955. -216 с.
9. Пейн П.Р. Динамика и аэродинамика вертолёта. - М., Оборонгиз, 1963, -437 с.
10. Юрьев Б. Н. Избранные труды. Т1, Воздушные винты, вертолеты. М., изд. АН СССР, 1961, -548 с.
11. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 2: Учеб. руководство: Для втузов. - 5-е изд., перераб. и доп.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. -304 с.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: «Наука», 1973. – 848 с.

Вычисляются главный вектор и момент аэродинамических сил, действующих на вращающуюся крильчатку при ее небольших движениях в изначально неподвижном воздухе. Допускается малость линейных и угловых перемещений продольной оси крильчатки и небольшая дозвуковая скорость набегания воздуха на ее лопадки.

A main vector and moment of aerodynamic forces operating on revolved screw at its small motions in initially immobile air are calculated. The trifle of the linear and angular moving of longitudinal axis of screw and small subsonic speed of appearing suddenly of air on its shoulder-blades is assumed.