

УДК 515.2

Р.В. Гогаладзе, проф., д-р техн. наук, Р.Г. Кириа, проф., д-р техн. наук
Грузинский технический университет, Тбилиси, Грузия

Методика определения контактной линии сопряженных поверхностей пространственной передачи зубчатых зацеплений

Разработана методика исследования геометрий пространственных зубчатых зацеплений и их взаимосвязей с общими методами преобразования прикосновения и геометрические вопросы образования сопряженных (взаимоогibaющих) поверхностей
метод огibaющих, свойство конгруэнций, математический аппарат контактной линии закрепления

В основе методов отображения пространства лежат различные группы геометрических преобразований, характеризующиеся своими инвариантами. Исследование преобразований прикосновения как многообразия элементов касания позволяет лаконично и рационально решать ряд инженерно-геометрических задач. Конкретно это относится также и к вопросам геометрии пространственных зацеплений. На основе теории преобразования прикосновений разработаны специальные геометрические методы определения сопряженных поверхностей зубьев, линий и поверхностей зацепления, а также контактных линий на поверхностях зубьев.

Рассмотрим общий случай передачи вращения между скрещивающимися осями I и II (рис.1).

Выберем неподвижную и подвижные системы координат. В неподвижной системе $O_{xyz}(\Sigma)$ ось O_z совместим с осью вращения I ведущего звена, а оси O_x и O_y расположим в плоскости $\Pi \perp O_z$ и проходящей через линию кратчайшего расстояния O_1O_2 между осями I и II.

С вращающимся ведущим звеном передачи, имеющим поверхность зуба S_1 , свяжем подвижную систему координат $O_{1x_1y_1z_1}(\Sigma_1)$, оси которой в начальный момент $t = 0$ полностью совпадают с одноименными осями неподвижной системы.

Подвижную систему координат $O_{2x_2y_2z_2}(\Sigma_2)$, свяжем с ведомым звеном передачи, имеющим поверхность зуба S_2 . Ось O_{2z_2} совместим с осью вращения II.

Углы поворота ведущего и ведомого звеньев обозначим $\varphi_1 = \omega_1 t$ и $\varphi_2 = \omega_2 t$, где t параметр времени (рис.1 и 2).

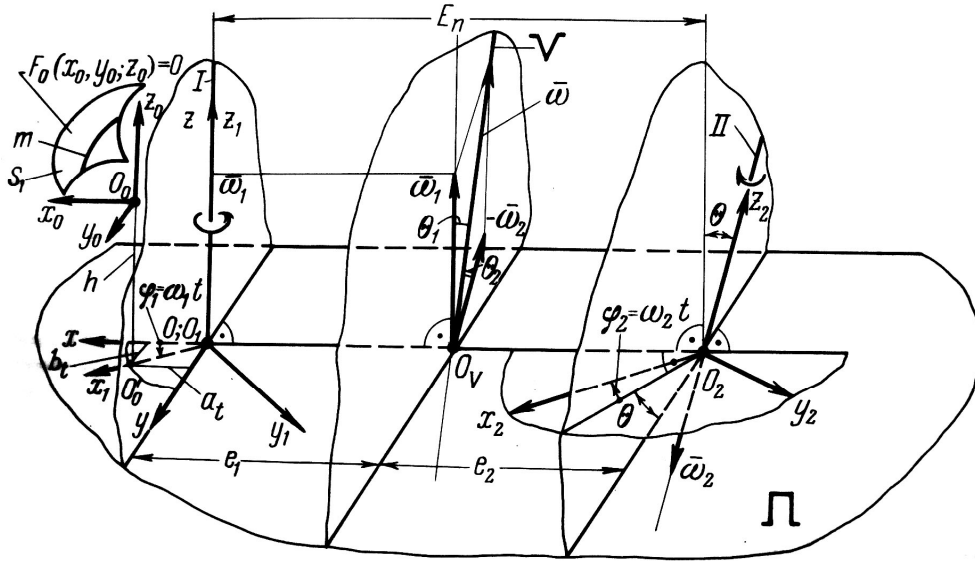


Рисунок 1 – Общий случай передачи вращения между скрещивающимися осями I и II

Введем вспомогательную координатную систему $O_{0x_0y_0z_0} (\Sigma_0)$, в которой уравнение поверхности S_1 имеет канонический вид. Пусть эта система имеет оси, соответственно параллельные осям системы (Σ) , а начало O_0 отстоит от плоскости Π на расстоянии h .

Движущаяся в пространстве поверхность S_1 образует семейство поверхностей, зависящее от одного параметра t . Огибающая такого семейства запишется системой уравнений:

$$F(x, y, z, t) = 0; \tag{1}$$

$$F_t(x, y, z, t) = 0. \tag{2}$$

Продифференцировав уравнение (1) и учитывая (2) получим

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = 0. \tag{3}$$

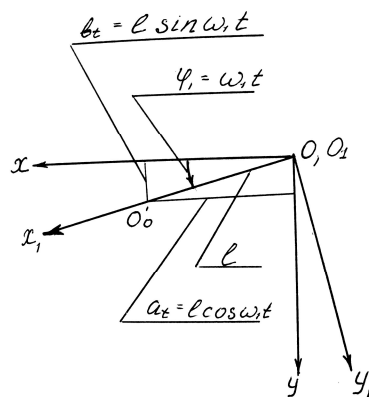


Рисунок 2 – Углы поворота ведущего и ведомого звеньев

Уравнение (1) могут быть заменены системой

$$\left. \begin{aligned} F(x, y, z, t) &= 0 \\ F_x dx + F_y dy + F_z dz &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

которая при фиксированном параметре t дает характеристику (линию контакта), а при переменном t – множество характеристик в неподвижном пространстве, т.е. поверхность зацепления (поверхность рассматривается в координатной O_{xyz}).

Поверхность зуба ведомого звена S_2 может быть получена как множество характеристик в пространстве, связанном с движением этого звена.

Уравнение (3) отражает тот факт, что касательные к нормали в точках поверхности взаимно перпендикулярны, и может быть преобразовано на основании следующих соображений.

Направление винтового перемещения точки P совпадает с касательной t к винтовой линии в этой точке (или с нормалью к нулевой поверхности β) и определяется уравнением:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{-x} = \frac{dz}{K}, \quad (5)$$

где ось Z совпадает с осью V винта, а K – параметр винта.

Уравнением (4) определяется, таким образом, направление касательной к винтовой линии винта заданного параметра K , а так как совокупность касательных винта образует комплекс касательных, то выражение (4) является дифференциальным уравнением комплекса касательных винта.

Заменим в уравнении (2) dx, dy, dz пропорциональными величинами из уравнения (4), получим (6)

$$F_x y - F_y x + F_z K = 0. \quad (6)$$

Таким образом, линия контакта m на поверхности зуба S получается как результат пересечения с некоторой поверхностью (см. уравнение 6), которую назовем «Г-поверхностью».

Найдя линию контакта, можно перейти от нее к поверхности зацепления передачи, так же как и к поверхности S_2 сопряженного зуба.

Заметим, что поверхность (6) в общем случае не проходит через ось V относительного винтового перемещения. Однако в случае $K = 0$, имеющем место в передачах на пересекающихся осях ось мгновенного вращения лежит на поверхности (см. уравнение (6)).

Уравнение (5) комплекса касательных винта (оно же определяет и сам винт) было получено в предположении, что ось винта V совпадает с осью O_z выбранной системы координат.

Для произвольно расположенной системы координат O_{xyz} дифференциальное уравнение комплекса касательных винта примет следующий вид:

$$\frac{dx}{P(y-b) - n(z-c) + km} = \frac{dy}{-p(x-e_1) + m(z-c) + kn} = \frac{dz}{n(x-e_1) - m(y-b) + kp}. \quad (7)$$

Уравнение «Г-поверхности» для такого общего случая примет вид:

$$F_x [P(y-b) - n(z-c) + km] + F_y [-p(x-e_1) + m(z-c) + kn] + F_z [n(x-e_1) - m(y-b) + kp] = 0, \quad (8)$$

где e_1, b, c - координаты точки O_v в координатной системе Σ ;

m, n, p – угловые коэффициенты оси V относительно осей O_x, O_y, O_z ;

K – параметр винта.

Найдем величины коэффициентов, входящих в уравнения (7) и (8) (рис.1):

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= O_1 O_{y1}; & m &= 0; \\ b &= 0; & n &= \cos(V, y); \\ c &= 0; & p &= \cos(V, z). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Тогда уравнение (8) примет следующий вид:

$$F_x[py - nz] + F_y[-p(x - a_1) + kn] + F_z[n(x - a_1 + kp)] = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) совместно с уравнением (1) боковой поверхности S_1 зубьев ведущего звена выражает в параметрическом виде контактные линии на этой поверхности (при фиксированном параметре t) или поверхность зацепления (при переменном t).

Исследована теория огибающих и ее взаимосвязь с преобразованием прикосновения, как один общий метод проектирования пространственных зубчатых зацеплений.

Предложена методика геометрического («винтового») метода исследования пространственных зацеплений, наряду с широко применяемыми аналитическими методами.

Список литературы

1. Артоболовский И.И. Механизмы в современной технике. Т.2, М., «Наука», 1999.- С.552
2. Гоголадзе Р. Основные принципы теории преобразований прикосновения как аппарат для решения прикладных задач/ Georgian Engineering News. – 2009. № 1. - С.101-103.
3. Иванов В.С. Конструктивно-прикладные вопросы преобразований прикосновения и моделирования технических поверхностей, несущих каркас аэродинамических профилей. Автореф. канд. дисс., М., 1987.
4. Кон А.А. Определение параметров инструмента для обработки архимедовых винтовых поверхностей. Сб. Трудов ЛМИ, №21, вып. 2, Л., 1961. – С.126.
5. Тевлин А.М. Винтовое проектирование и его применение для решения геометрических задач. Известия высших учебных заведений. Вып.2, «Машиностроение», М., 1962.- С.130-141.
6. Челидзе М.Д. Преобразования прикосновений и их практические приложения. Автореф. канд. дисс., М., 1983.

Р. Гоголадзе, Р. Кірія

Методика визначення контактної лінії спряжених поверхонь просторової передачі зубчатих зачеплень

Розроблена методика дослідження геометрій просторових зубчатих зачеплень та їх взаємозв'язок із загальними методами перетворення дотику та геометричні питання утворення спряжених (взаємо-огинаючих) поверхонь.

R.Gogaladze, R.Kiria

Determination of contact line of mated surfaces of space transition in gears

There are elaborated special methods of determination of surrounded clogged surfaces. Contact line of clogged surfaces and touch surface are defined. A goal of researches is conduction of examination of space clogged transitions according to touching transformations and their following practical realization.

Одержано 07.04.10