

УДК 681.513.5

Б.М. Гончаренко, проф., д-р техн. наук, О.П. Лобок, доц., канд. фіз.-мат. наук, М.А. Сич, асп.

Національний університет харчових технологій, м.Київ, Україна

Л.Г. Віхрова, проф., канд. техн. наук

Центральноукраїнський національний технічний університет, м.Кропивницький, Україна

E-mail: VIHROVALG@ukr.net

Математичне моделювання процесу біологічного очищення забруднених вод як об'єкта автоматичного керування

Наведені та обгрунтовані прийняті припущення при складанні математичної моделі процесу. Представлена і розглянута структурно-параметрична схема технологічного процесу біологічного очищення забруднених вод. Наведена в диференціальному вигляді математична модель та дані роз'яснення складових. Вибрані вхідна (керувальна) та вихідна (керована) величини моделі за каналом керувального діяння. З метою подальшого полегшення розв'язку наводяться вираз математичної моделі у векторному вигляді та вираз керованої величини. Проведена лінеаризація моделі та наведений її лінеаризований вигляд. Наведені вирази дискретних операторів критерія якості керування процесом очищення, дробового $PI^{\lambda}D^{\mu}$ - регулятора та системи керування вцілому. Наведені результати чисельного моделювання системи керування процесом очищення води на основі розробленої моделі.

біологічне очищення води, математичне моделювання, оптимальне керування, чисельне моделювання, дробовий регулятор

Б.Н. Гончаренко, проф., д-р техн. наук, А.П. Лобок, канд. фіз.-мат. наук, М.А. Сич, асп.

Національний університет пищевых технологий, Киев, Украина

Л.Г. Вихрова, проф., канд. техн. наук

Центральноукраинский национальный технический университет, Кропивницкий, Украина

Математическое моделирование процесса биологической очистки загрязненных вод как объекта автоматического управления

Приведены и обоснованы принятые допущения при составлении математической модели процесса. Представлена и рассмотрена структурно-параметрическая схема технологического процесса биологической очистки загрязненных вод. Приведена в дифференциальном виде математическая модель и даны разъяснения её составляющих. Избраны входная (управляющая) и выходная (управляемая) величины модели по каналу управляющего воздействия. Для дальнейшего облегчения решения приводятся в векторном виде выражения математической модели и управляемой величины. Проведена линейаризация модели и приведен ее линейаризованный вид. Приведены выражения дискретных операторов критерия качества управления процессом очистки, дробного $PI^{\lambda}D^{\mu}$ - регулятора и системы управления, а также результаты численного моделирования системы управления процессом очистки воды на основе разработанной модели.

биологическая очистка воды, математическое моделирование, оптимальное управление, численное моделирование, дробный регулятор

Вступ. Математичні моделі динаміки технологічних процесів в класичному вигляді передбачаються у формі системи диференціальних рівнянь. Але наразі застосування при синтезі автоматичних систем керування регуляторів дробових порядків в складі системи вимагає певного перетворення системи диференціальних

рівнянь. Бо дробове числення має одночасно справу з похідними і інтегралами довільного порядку (раціонального, дійсного і навіть комплексного). Тому приклад перетворення системи диференціальних рівнянь, а заодно і супутніх виразів дробового регулятора і критерія якості керування процесом очищення води уявляється досить актуальним.

Постановка задачі. Традиційно теорія і практика автоматичного керування орієнтовані на застосування при синтезі автоматичного керування технологічними процесами математичних моделей у вигляді системи класичних диференціальних рівнянь. Навіть з розвитком дробового числення, що фактично об'єднує диференціальне з інтегральним численням, і з застосуванням дробових законів керування, побудови дробових регуляторів і систем керування на їх основі залишається потреба у складанні математичних моделей у класичному диференціальному, хоч і перетвореному вигляді для синтезу сучасних систем автоматичного керування різноманітними технологічними процесами.

Постановка завдання. Метою статті є складання математичної моделі технологічного процесу на прикладі біологічного очищення забруднених вод та її відповідне перетворення до придатного при синтезі автоматичної системи керування вигляду.

Виклад основного матеріалу. У даній роботі розглянуто задачу математичного моделювання процесу біологічного очищення забруднених стічних вод активним мулом. Процес біоочищення як об'єкт керування будемо розглядати при наступних припущеннях:

- система працює в стаціонарному режимі, тобто вхідна і вихідна швидкості потоків постійні ($F_{in} = F_{out} = F$);
- швидкість подання рециркулюючого мулу пропорційна швидкості потоку процесу (F), тобто $F_r = r \cdot F$, де r – коефіцієнт (ступінь, частка) рециркуляції активного мулу;
- потік видаляемого мулу з біореактора (надлишковий мул) вважається також пропорційним швидкості потоку (F), тобто $F_\beta = \beta \cdot F$, где β – коефіцієнт видалення надлишкового мулу;
- в рециркуляційному потоці активного мулу в біореактор відсутні субстрат і розчинений кисень;
- вихідний потік з аеротенках дорівнює сумі вихідного потоку відстійника і потоку рециркулюючого мулу;
- концентрація розчиненого кисню змінюється швидше в порівнянні зі зміною інших параметрів очисної системи і може вважатися постійною;
- очисна система складається з реактора-аеротенка і відстійника (рис. 1).

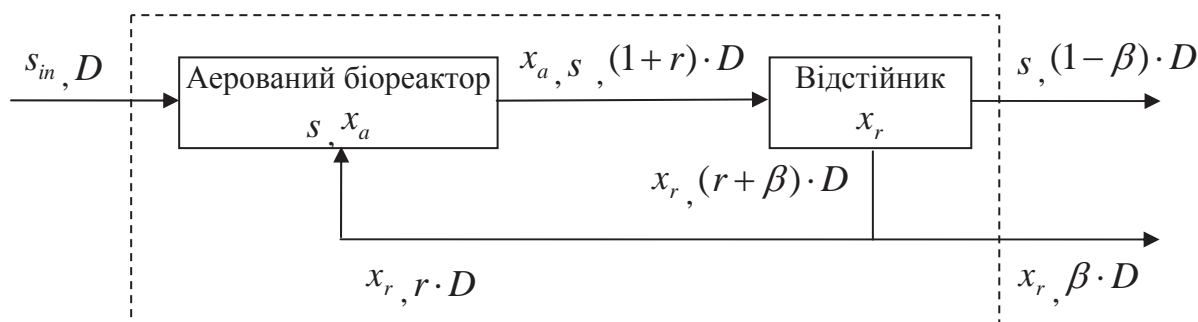


Рисунок 1 - Схема процесу очищення стічних вод

На рис. 1 зображений біореактор з сумішшю рідини і зважених твердих частинок. У біореакторі мікроорганізми розвиваються за рахунок органічних речовин субстрату. В результаті із забрудненої води видаляються органічні сполуки. Біореактором є перемішуваний аеротенк, в якому біологічно активні мікроорганізми (активний мул, біомаса) розчиняють (споживають) субстрат (органічні забруднюючі речовини). Зважені активні мікроорганізми відокремлюються в відстійнику (декантаторі). Частину концентрованої біомаси (мулу) повертають в біореактор, щоб підтримувати процес в системі. Для біосинтезу використовується кисень, що подається в біореактор. У відстійнику відбувається осадження твердих частинок біомаси, активний мул і очищена вода розділяються. Передбачається, що в відстійнику відсутня біореакція, а аеротенк є об'єктом ідеального змішування.

Математична модель, що описує очищення води за даною схемою, отримана на основі матеріального балансу для аератора і відстійника у вигляді наступної системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dx_a(t)}{dt} = \mu(t)x_a(t) - D(t)(1+r)x_a(t) + rD(t)x_r(t), \\ \frac{ds(t)}{dt} = -\frac{\mu(t)}{Y}x_a(t) - D(t)(1+r)s(t) + D(t)s_{in}(t), \\ \frac{dx_r(t)}{dt} = -D(t)(\beta+r)x_r(t) + D(t)(1+r)x_a(t), \end{cases} \quad (1)$$

де $x_a(t)$, $s(t)$ – відповідно концентрація біомаси і субстрату в біореакторі;

$x_r(t)$ – концентрація рециркуляційної біомаси;

$D(t)$ – ступінь розведення, який визначається як $D(t) = F(t)/V$, де $F(t)$ – об'ємна швидкість потоку, V – обсяг біореактора; $s_{in}(t)$ – концентрація субстрату у вхідному потоці;

Y – фактор виходу (прибутковості) біомаси;

$\mu(t)$ – питома швидкість росту біомаси, яка визначається за формулою Моно [3],

$$\mu(t) = \mu_{\max} \frac{s(t)}{k_s + s(t)}, \quad (2)$$

де μ_{\max} – максимальна питома швидкість росту біомаси;

k_s – константа насичення, що визначається експериментальним шляхом;

r , β – коефіцієнти, що визначають відповідно відношення рециркуляційного потоку і потоку відходів біомаси до вхідного потоку;

x_{a0} , s_0 , x_{r0} – відповідно концентрація біомаси, субстрату і рециркуляційної біомаси в початковий момент часу t_0 ; $t_0 < t \leq T$;

T – кінцевий момент часу керування процесом.

В якості керованого параметра (вихід моделі) виберемо величину $s(t)$ – концентрацію субстрату в біореакторі, яка визначає якість очищення води. В якості керувального впливу (дії) на систему виберемо функцію ступіню розведення $D(t)$.

Для зручності систему (1) запишемо у векторному вигляді [4]

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)), & t_0 < t \leq T, \\ x(t_0) = x^0, \end{cases} \quad (3)$$

де

$$f(x(t), u(t)) = \begin{pmatrix} f_1(x(t), u(t)) \\ f_2(x(t), u(t)) \\ f_3(x(t), u(t)) \end{pmatrix}, \quad x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_a(t) \\ s(t) \\ x_r(t) \end{pmatrix}, \quad u(t) = D(t), \quad (4)$$

$$f_1(x(t), u(t)) = \mu(x(t))x_1(t) - (1+r)x_1(t)u(t) + rx_3(t)u(t),$$

$$f_2(x(t), u(t)) = -\frac{\mu(x(t))}{Y}x_1(t) - (1+r)x_2(t)u(t) + s_{in}(t)u(t),$$

$$f_3(x(t), u(t)) = -(\beta + r)x_3(t)u(t) + (1+r)x_1(t)u(t),$$

$$\mu(x(t)) = \mu_{\max} \frac{x_2(t)}{k_s + x_2(t)}.$$

Керований параметр при цьому запишеться так

$$s(t) = x_2(t) = c^T x(t), \quad (5)$$

де $c = (0 \ 1 \ 0)^T$.

Лінеаризуючи перетворену систему (3) в околі заданого номінального керування u^* і відповідного йому вектора рівноважного стану $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)^T$, при якому $f(x^*, u^*) = 0$ і який визначається як розв'язок системи нелінійних рівнянь $f(x, u^*) = 0$ щодо вектора x , введемо позначення

$$\Delta x(t) = \begin{pmatrix} \Delta x_1(t) \\ \Delta x_2(t) \\ \Delta x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1(t) - x_1^* \\ x_2(t) - x_2^* \\ x_3(t) - x_3^* \end{pmatrix} = x(t) - x^*, \quad \Delta u(t) = u(t) - u^*. \quad (6)$$

Тоді лінеаризована система рівнянь моделі (3) представляється у вигляді

$$\begin{cases} \frac{d\Delta x(t)}{dt} = A\Delta x(t) + b\Delta u(t), \\ \Delta x(t_0) = x^0 - x^*, \end{cases} \quad (7)$$

З огляду на співвідношення (3) і позначення (7), рівняння для керованої змінної (вихід моделі) запишеться у вигляді

$$\Delta s(t) = c^T \Delta x(t), \quad (8)$$

де $\Delta s(t) = s(t) - c^T x^*$.

Лінеаризована модель керування (7) процесу біоочищення має один вхід $\Delta u(t)$ і один вихід у вигляді оператора від стану $\Delta x(t)$. Відомим способом стабілізації потрібних (вихідних) параметрів об'єкта керування є застосування регуляторів у зворотному зв'язку об'єкта в складі контура автоматизованої системи керування. Використаємо дробовий $PI^\lambda D^\mu$ -регулятор [1,2], який представимо у вигляді

$$\Delta u(t) = k_p (\Delta s(t)) + k_I \left({}_{t_0} D_t^{-\lambda} \Delta s(t) \right) + k_D \left({}_{t_0} D_t^{\mu} \Delta s(t) \right), \quad (9)$$

За критерій якості автоматичного керування функціонуванням системи біологічного очищення води доцільно прийняти наступний оператор, з урахуванням якого знайдеться оптимальний розв'язок задачі.

$$J_p = \int_{t_0}^T |\Delta s(t)|^p dt = \int_{t_0}^T |c^T \Delta x(t)|^p dt, \quad (10)$$

де $p > 0$ – параметр, який на практиці приймають рівним $p=1$ (модуль похибки) або $p=2$ (середньоквадратична похибка).

Для чисельної реалізації сформульованої задачі оптимального регулювання дискретизуємо систему (7), дробовий $PI^{\lambda}D^{\mu}$ - регулятор (9) і критерій (10), розбивши часовий інтервал $[t_0, T]$ на n частин з кроком $h = (T - t_0) / n$ (h – період квантування). Точки розбиття в $[t_0, T]$ позначимо через t_k , а стан системи (7) в ці моменти часу t_k – через $z_k = \Delta x(t_k)$.

Апроксимувавши неперервний вхідний сигнал $\Delta u(t)$ кусочно постійною функцією: $\Delta u(t) = u_k$ при $t_k \leq t < t_{k+1}$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$ і, використовуючи матрицю лінійної неперервної системи (7), отримуємо наступний її дискретний аналог

$$\begin{cases} z_{k+1} = e^{Ah} z_k + A^{-1}(E - e^{-Ah}) b u_k, & k = 0, 1, 2, \dots, n-1, \\ z_0 = x^0 - x^*, \end{cases} \quad (11)$$

де E – одинична матриця;

e^{Ah} – матрична експонента.

Далі дискретний дробовий $PI^{\lambda}D^{\mu}$ - регулятор представимо у вигляді

$$u_k = c^T \left(k_p (z_k) + k_I \left(h^{\lambda} \sum_{j=0}^k w_j^{(-\lambda)} z_{k-j} \right) + k_D \left(h^{-\mu} \sum_{j=0}^k w_j^{(\mu)} z_{k-j} \right) \right). \quad (12)$$

Критерій якості (10) запишемо в дискретизованому вигляді

$$J_p = \frac{h}{2} \left(|c^T z_0|^p + 2 \sum_{j=1}^{n-1} |c^T z_j|^p + |c^T z_n|^p \right). \quad (13)$$

Чисельне моделювання керованої системи біоочищення і пошук оптимального регулятора здійснювалися при наступних вихідних даних: $s_{in} = 200$ [мг/л], $Y = 0.65$, $\mu_{max} = 0.15$ [год⁻¹], $k_s = 100$ [мг/л], $r = 0.6$, $\beta = 0.2$, $u^* = 0.05$ [год⁻¹], $t_0 = 0$, $T = 1$ [год], вектор початкового стану системи (7) приймався рівним $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)^T = (286, 17, 568)^T$ [мг/л].

Використовувався метод повного перебору з рівномірним кроком для розв'язання завдання мінімізації критерію

$$I_p(\lambda, \mu) = \min_{k_p, k_I, k_D} J_p(k_p, k_I, k_D, \lambda, \mu) \quad (14)$$

відносно параметрів λ і μ . Результати оптимізації методом повного перебору критерія (13) представлені в таблиці 1.

Таблиця 1 – Оптимальні налаштування дробового $PI^\lambda D^\mu$ та класичного PID - регуляторів

P	λ	μ	k_p	k_I	k_D	$I_p(\lambda, \mu)$
1	1	1	-0.1381	-3.3019	-0.0016	0.0963
1	0.9750	0.750	-0.2231	0.0072	$-1.0847 \cdot 10^{-5}$	0.0854
2	1	1	-0.1294	-3.6445	-0.0015	0.1184
2	0.9875	0.600	-0.2234	0.0068	$-3.1249 \cdot 10^{-6}$	0.0855

В стовпчиках λ і μ наведені порядки похідних і інтегралів дробових регуляторів, в шпальтах k_p, k_I, k_D – оптимальні налаштування цих регуляторів, в останньому стовпчику – мінімальне значення критерію (13). Тут же для порівняння наведені результати оптимізації для класичного PID -регулятора при $\lambda = 1$ і $\mu = 1$.

Результати показують, що значення цільової функції $I_p(\lambda, \mu)$ ($p = 1, p = 2$) при оптимальному дробовому $PI^\lambda D^\mu$ - регуляторі менші, ніж при класичному PID - регуляторі.

Порівняльний аналіз динаміки перехідних процесів показує більш високу швидкість і якість загасання при оптимальному дробовому $PI^\lambda D^\mu$ - регуляторі ($\lambda = 0.965, \mu = 0.5375$) в порівнянні з оптимальним класичним PID - регулятором ($\lambda = 1, \mu = 1$). Видно, що оптимальні дробові регулятори з точним налаштуванням параметрів λ (порядок дробового інтеграла) і μ (порядок дробової похідної) є більш ефективними порівняно з класичним PID - регулятором.

Висновки. Ступінь ефективності дробових регуляторів при застосуванні в складі системи автоматичного керування на основі класичної математичної моделі технологічного процесу і причини високої чутливості критерію оптимальності та перехідних процесів щодо порядків дробових похідних і інтегралів вимагають подальших досліджень.

Список литературы

1. Авсиевич, А.В. Моделирование систем автоматического управления с дробным ПИД-регулятором [Текст] / А.В. Авсиевич, В.В. Авсиевич // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Техническое науки». – 2010. – №1(26). – С. 6-59.
2. Дробное интегро-дифференциальное исчисление и его приложения в теории управления [Текст]. II. Дробные динамические системы: моделирование и аппаратная реализация / А.Г. Бутковский, С.С. Постнов, Е.А. Постнова // Автоматика и телемеханика. – 2013. – № 5. – С. 3-34.
3. Васильев, В.В. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем [Текст] / В. В. Васильев, Л. А. Симак ; НАН Украины, Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова, Отд-ние гибрид. моделирующих и управляющих систем в энергетике. – К. : [б.и.], 2008. – 256 с.
4. Нахушев, А.М. Дробное исчисление и его применение [Текст] / А.М. Нахушев. – М.: Физматлит, 2003. – 272 с.

Borys Goncharenko, Prof., DSc., Oleksiy Lobok, Assoc. Prof., Phd phys.&math. sci., Maryna Sych, post-graduate

National University of Food Technologies, Kyiv, Ukraine

Larysa Vihrova, Prof., PhD tech. sci.

Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine

Mathematical modeling of the process of biological purification of polluted waters as an object of automatic control

The assumptions made in the compilation of the mathematical model of the process are given and justified. The structural-parametric scheme of the technological process of biological treatment of polluted waters is presented and considered. A mathematical model is given in a differential form and explanations of its components are given. The input (control) and output (controlled) values of the model along the control action channel are selected. The expression of the mathematical model in vector form and the expression for the controlled quantity are given for further facilitating the solution. The linearization of the model is carried out and its linearized form is given. Expressions of discrete operators of the quality criterion for control of the cleaning process, fractional regulator and control system are given. The results of numerical simulation of the water treatment process control system based on the developed model are presented.

The degree of efficiency in the application of fractional regulators as part of the automatic control system based on classical mathematical model of the process and the reasons for the high sensitivity of optimality criterion and transients on the order of fractional derivatives and integrals require further research.

biological water purification, mathematical modeling, optimal control, numerical simulation, fractional regulator

Одержано 16.05.17

УДК 621.313.333.2

Р.В. Телюта, доц., канд. техн. наук, С.П. Плешков, доц., канд. техн. наук

Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький, Україна

E-mail: teliuta.r@gmail.com

Принципи побудови моделі дослідження втрат активної потужності в асинхронному електродвигуні

Представити принципи побудови моделі експериментального дослідження втрат активної потужності в асинхронному електродвигуні.

В роботі запропонована методика дослідження втрат активної потужності в асинхронному електродвигуні з короткозамкненим ротором у функції активної потужності, яка передається з валу електродвигуна робочій машині. Втрати активної потужності в електродвигуні знаходились як різниця активної потужності яку споживав електродвигун і потужності яка передавалась на вал електродвигуна. Перша потужність вимірювалась за допомогою комплексу контрольно-вимірювальних приладів, друга розраховувалась аналітичним шляхом за допомогою параметрів Γ – подібної схеми заміщення однієї фази асинхронного електродвигуна з урахуванням росту активного опору обмотки при нагріванні та вимірюного ковзання.

Запропонована методика дослідження втрат активної потужності в асинхронному електродвигуні дозволила встановити, що відхилення експериментальних даних від аналітичних розрахунків знаходяться в межах $\pm 5,88\%$.

схема заміщення, параметри схеми заміщення, ковзання, споживана активна потужність, коефіцієнт втрат

Р.В. Телюта, доц., канд. техн. наук, С.П. Плешков, доц., канд. техн. наук

Центральноукраїнський національний технічний університет, г. Кропивницький, Україна

Методика исследования потер активной мощности в асинхронном электродвигателе

© Р.В. Телюта, С.П. Плешков, 2017