

УДК 631.332.99:635.262

О.Я. Семен, асп., Д.В. Кузенко, доц., канд. техн. наук, Я.В. Семен, доц., канд. техн. наук

Львівський національний аграрний університет, м. Львів, Україна

E-mail: Olehsemen@i.ua

Аналітична модель зубка часнику

Проведено теоретичні дослідження і запропоновано модель зубка часнику, котрий розглядається у декартовій системі координат як частина кулі відповідного радіусу, об'єм якої обмежений двома меридіональними площинами з двограним кутом між ними та однією площиною, що лежить в основі зубка і є перпендикулярною до двох інших. Отримано аналітичні залежності, що дозволяють знайти масу і координати центра ваги зубка часнику, вважаючи його однорідним тілом однакової густини, центр ваги якого лежить у площині симетрії, що поділяє зубок навпіл за висотою. Наведено окремі результати теоретичних досліджень з визначення розмірно-масових показників зубків часнику та проведено їх аналіз.

зубок часнику, модель, розмір, об'єм, маса, центр ваги

О.Я. Семен, асп., Д.В. Кузенко, доц., канд. техн. наук, Я.В. Семен, доц., канд. техн. наук

Львовский национальный аграрный университет, г. Львов, Украина

Аналитическая модель зубка чеснока

Проведены теоретические исследования и предложена модель зубка чеснока, рассматриваемого в декартовой системе координат как часть шара соответствующего радиуса, объем которого ограничен двумя меридиональными плоскостями с двугранным углом между ними и одной, перпендикулярной к ним плоскостью, лежащей в основе зубка. Получены аналитические зависимости, позволяющие найти массу и координаты центра тяжести зубка чеснока, считая его однородным телом одинаковой плотности, центр тяжести которого лежит в плоскости симметрии, разделяемой зубок пополам по высоте. Приведены отдельные результаты теоретических исследований по определению размерно-массовых показателей зубков чеснока и выполнен их анализ.

зубок чеснока, модель, размер, объем, масса, центр тяжести

Постановка проблеми. На сучасному етапі розвитку техніки для садіння зубків часнику необхідно вирішувати основне завдання – адаптацію їх робочих органів до розмірно-масових показників, фізико-механічних властивостей та характеристик садильного матеріалу. Без такої умови неможливо добитися належної якості механізованого садіння вказаної сільськогосподарської культури, оскільки більшість машин працюють за принципом сівалок, після відокремлення від садильних апаратів яких, зубки падають під дією власної ваги і хаотично розподіляються в борозенці [1]. Це пов'язано з тим, що при створенні чи удосконаленні робочих органів машин для садіння більше уваги приділялося розмірам, масі та формам різних сортів зубків часнику. Питання визначення їх центра ваги залишається відкритим, через певні труднощі у практичному вирішенні. Очевидно, що це відбувається також і через відсутність достатньої теоретичної бази.

Саме тому, дослідження, спрямовані на розроблення аналітичної моделі зубка часнику й знаходження на її основі координат його центра ваги є актуальними та слугуватимуть основою для наступного математичного моделювання процесу їх поштучного орієнтованого садіння денцем вниз, а ростком вверх.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Переважна кількість наукових праць, пов'язаних із виробництвом часнику присвячені агротехніці його вирощування [2, 3]. В них зовсім мало інформації відводиться питанням механізації садіння вказаної сільськогосподарської культури. Особливо це стосується конструктивних особливостей саджалок та їх робочих органів, при створенні яких більшість науковців розглядали зубок часнику близьким до цибулі-сіянки. Тому машини обладнують ложечково-дисковими, стрічково-ложечковими, ланцюгово-ложечковими, пневматичними, пневмомеханічними та дисковими садильними апаратами, які не можуть забезпечити скерованого укладання зубків у борозенку [1, 4].

Серед наукових праць, присвячених створенню робочих органів машин для орієнтованої сівби, необхідно відмітити роботи Ємельянова П.А., Соколова В.А., Кухарева О.Н. Ларюшина Н.П. [5, 6, 7]. В них розглядаються не тільки теоретичні основи орієнтування в цілому, але й запропоновані математичні моделі процесу сівби близьких за фізико-механічними властивостями культур. Проте стосуються вони переважно цибулі, центр ваги якої лежить в площині центральної осі симетрії. Така модель не є характерною для зубків часнику, а тому питання вимагає окремих теоретичних досліджень.

Постановка завдання. Метою дослідження є розроблення теоретичної моделі зубка часнику для визначення координат його центра ваги.

Виклад основного матеріалу. Зубки часнику мають різноманітні форми поверхні: овальні, стовбчасті, округлі, циліндричні, розміри та масу, обумовлені передовсім їх біологічними особливостями [3]. Кожен з них покритий лускою, причому зверху вона виглядає шорсткішою, ніж в місцях дотику зубків один до одного в межах однієї головки часнику, на що вказують дослідження коефіцієнта їх зовнішнього тертя по різних матеріалах [8].

Спільним для них є те, що вони отримуються внаслідок ділення головки часнику, яка має округлу поверхню. Тому вважаємо, що зубок часнику – це частина кулі радіусом R (рис. 1) з центром у точці O_1 .

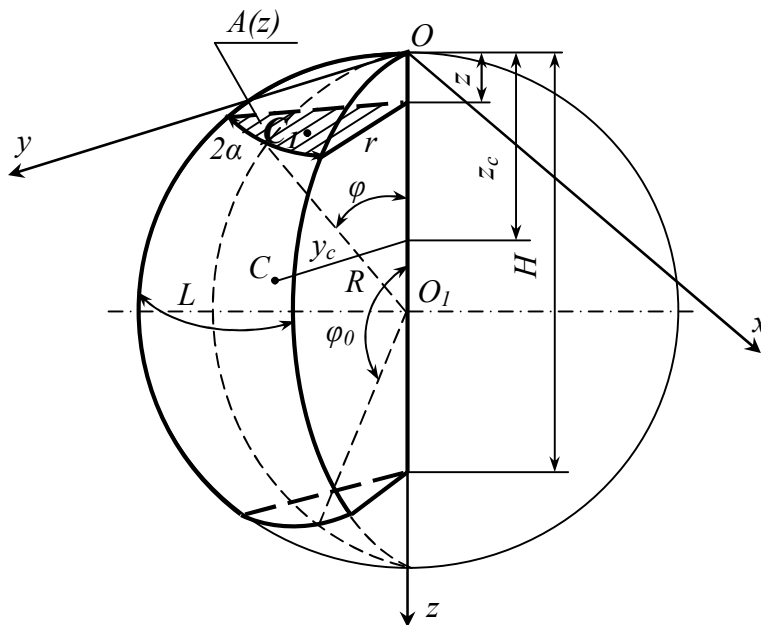


Рисунок 1 – Розрахункова модель зубка часнику

Цей об'єм обмежений двома меридіональними площинами, двогранний кут між якими дорівнює 2α , та однією площиною, яка лежить в основі зубка і є перпендикулярною до двох інших. Висота зубка дорівнює H .

Виберемо початок декартової системи координат $Oxyz$ у вершині зубка. Вісь Oz направимо вздовж лінії перетину меридіональних площин, вісь Oy лежить у площині симетрії зубка, а вісь Ox – перпендикулярна до цієї площини.

Тоді об'єм V зубка можна обчислити за інтегралом

$$V = \int_0^H A(z) dz, \quad (1)$$

де $A(z)$ – площа перерізу зубка на відстані z від його вершини.

Положення перерізу (заштрихована ділянка) задаємо за допомогою змінного кута φ між віссю Oz і радіусом кулі R . Площа перерізу зубка $A(z)$ згідно поданої схеми – це круговий сектор, радіус якого визначається з умови

$$r = R \cdot \sin \varphi. \quad (2)$$

Оскільки кут між радіусами зубка по меридіональних площинах становить 2α , то площа перерізу $A(z)$ обчислюється за формулою

$$A(z) = r^2 \cdot \alpha = \alpha \cdot R^2 \cdot \sin^2 \varphi. \quad (3)$$

Виразивши відстань z через кут φ отримаємо:

$$z = R - R \cdot \cos \varphi, \quad (4)$$

звідки

$$dz = R \cdot \sin \varphi d\varphi. \quad (5)$$

За аналогією висота зубка H становить:

$$H = R - R \cdot \cos \varphi_0. \quad (6)$$

Якщо висота зубка відома, то згідно формули (6) знаходимо кут φ_0 , тобто

$$\cos \varphi_0 = \frac{R - H}{R},$$

звідки

$$\varphi_0 = \arccos\left(\frac{R - H}{R}\right), \quad (7)$$

за умови

$$0 \leq \varphi \leq \varphi_0.$$

Підставивши вираз (3) в (1) і з врахуванням (5) об'єм зубка становить:

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{\varphi_0} \alpha \cdot R^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot R \cdot \sin \varphi d\varphi = \alpha \cdot R^3 \int_0^{\varphi_0} (1 - \cos^2 \varphi) \cdot \sin \varphi d\varphi = \\ &= \alpha \cdot R^3 \left(-\cos \varphi + \frac{1}{3} \cos^3 \varphi \right) \Big|_0^{\varphi_0} = \alpha \cdot R^3 \left(\frac{2}{3} - \cos \varphi_0 + \frac{1}{3} \cos^3 \varphi_0 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Якщо максимальний розмір зубка по ширині позначити через L (див. рис.), то кут α (в радіанах) можна обчислити за формулою

$$\alpha = \frac{L}{2R}. \quad (9)$$

Тоді, враховуючи (7), об'єм зубка часнику можна визначити за формулою

$$V = \frac{L}{2R} \left(R^2 \cdot H - \frac{R^3}{3} + \frac{1}{3} (R - H)^3 \right). \quad (10)$$

Вважаючи густину ρ (кг/м³) зубка часнику однорідною можна обчислити його масу

$$m = \rho \cdot V = \frac{\rho \cdot L}{2R} \left(R^2 H - \frac{R^3}{3} + \frac{1}{3} (R - H)^3 \right). \quad (11)$$

Знайдемо координати центра ваги зубка часнику, вважаючи його однорідним тілом, центр ваги якого лежить у площині симетрії ($x_c = 0$), а тому досить знайти координати z_c і y_c .

Координату z_c обчислюємо за інтегралом

$$z_c = \frac{1}{V} \int_0^H z \cdot A(z) dz. \quad (12)$$

Підставляємо вирази (3) – (5) у формулу (12) і провівши інтегрування отримаємо:

$$\begin{aligned} z_c &= \frac{1}{V} \int_0^{\varphi_0} (R - R \cdot \cos \varphi) \alpha \cdot R^2 \sin^2 \varphi \cdot R \cdot \sin \varphi d\varphi = \\ &= \frac{\alpha \cdot R^4}{V} \int_0^{\varphi_0} (1 - \cos \varphi)(1 - \cos^2 \varphi) d(-\cos \varphi) = \\ &= -\frac{\alpha \cdot R^4}{V} \left(\cos \varphi - \frac{1}{2} \cos^2 \varphi - \frac{1}{3} \cos^3 \varphi + \frac{1}{4} \cos^4 \varphi \right) \Big|_0^{\varphi_0} = \\ &= -\frac{\alpha \cdot R^4}{V} \left(\frac{5}{12} - \cos \varphi_0 + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi_0 + \frac{1}{3} \cos^3 \varphi_0 - \frac{1}{4} \cos^4 \varphi_0 \right). \end{aligned} \quad (13)$$

З врахуванням виразу (8) будемо мати остаточну формулу для визначення координати z_c , а саме:

$$z_c = \frac{R}{4} \cdot \frac{5 - 12 \cos \varphi_0 + 6 \cos^2 \varphi_0 + 4 \cos^3 \varphi_0 - 3 \cos^4 \varphi_0}{2 - 3 \cos \varphi_0 + \cos^3 \varphi_0}. \quad (14)$$

Враховуючи, що центр ваги площі $A(z)$ кругового сектора лежить у площині симетрії, то він знаходиться від осі Oz на відстані y_{c1} , яку визначаємо з виразу

$$y_{c1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha} r = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sin \alpha}{2} R \sin \varphi. \quad (15)$$

Тоді координату y_c центра ваги зубка часнику визначаємо за інтегралом

$$y_c = \int_0^{\varphi_0} y_{c1} \cdot A(z) dz. \quad (16)$$

Для його знаходження підставляємо у (16) вирази (3), (5) і (15) та проводимо інтегрування:

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{2}{3} \cdot \frac{R^4 \sin \alpha}{V} \int_0^{\varphi_0} \sin^4 \varphi d\varphi = \frac{2}{3} \cdot \frac{R^4}{4V} \int_0^{\varphi_0} (1 - \cos 2\varphi)^2 d\varphi = \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{R^4 \sin \alpha}{V} \int_0^{\varphi_0} \left(1 - 2 \cos 2\varphi + \frac{1 + \cos 4\varphi}{2} \right) d\varphi = \\ &= \frac{R^4 \sin \alpha}{6V} \left(\varphi - \sin 2\varphi + \frac{1}{2} \varphi + \frac{1}{8} \sin 4\varphi \right) \Big|_0^{\varphi_0} = \\ &= \frac{R^4 \sin \alpha}{6V} \left(\frac{3}{2} \varphi_0 - \sin 2\varphi_0 + \frac{1}{8} \sin 4\varphi_0 \right). \end{aligned} \quad (17)$$

З врахуванням виразу (8) остаточна формула для визначення координати y_c центра ваги зубка часнику матиме вигляд:

$$y_c = \frac{R \cdot \sin \alpha}{16\alpha} \cdot \frac{12\varphi_0 - 8 \sin 2\varphi_0 + \sin 4\varphi_0}{2 - 3 \cos \varphi_0 + \cos^3 \varphi_0}. \quad (18)$$

Таким чином, отримані залежності (14) і (18) дають змогу визначити координати центра ваги зубка часнику. Очевидно, що при $\varphi_0 < \pi$, координата $z_c > (1/2) \cdot H$, тобто

центр ваги дещо зміщений до основи зубка. Цей факт необхідно використати для орієнтації зубків, а також розроблення робочих органів для укладання їх в ґрунт денцем вниз, а ростком вверх.

На підставі виконаних теоретичних досліджень встановлено певний взаємозв'язок між окремими розмірно-масовими показниками і характеристиками зубків часнику, числові значення яких відображено в табл. 1.

Таблиця 1 – Результати теоретичних досліджень розмірно-масових показників зубків часнику

Вхідні параметри			Розрахункові значення			
висота H , м	радіус R , м	товщина L , м	об'єм V , см ³	маса m , г	координати центра ваги, м	
					z_c	y_c
0,0200	0,0160	0,0100	1,1667	1,33	0,0121	0,0096
0,0269	0,0269	0,0137	3,3166	3,63	0,0168	0,0157
0,0300	0,0160	0,0200	3,3750	3,71	0,0164	0,0089
0,0277	0,0277	0,0143	3,4020	3,75	0,0169	0,0157
0,0284	0,0286	0,0149	4,0137	4,42	0,0178	0,0166
0,0284	0,0291	0,0165	4,1418	4,64	0,0170	0,0166
0,0285	0,0260	0,0173	4,4436	4,96	0,0176	0,0153
0,0289	0,0303	0,0171	4,5908	5,04	0,0176	0,0172
0,0296	0,0269	0,0177	4,9846	5,57	0,0184	0,0154
0,0300	0,0160	0,0300	5,0625	5,61	0,0164	0,0082
0,0295	0,0315	0,0177	5,2936	5,89	0,0186	0,0181
0,0308	0,0279	0,0182	5,4604	6,06	0,0190	0,0164

Як видно з даних таблиці розрахункові значення об'єму V , а, відповідно, і маси m зубків зростають із збільшенням не тільки їх розмірів, але й форми, яка в цілому залежить від сорту та індексу головки часнику. Так, для висоти зубка $H=0,030$ м, товщини $L=0,020$ м і радіуса $R=0,0160$ м, $V=3,3750$ см³, а $m=3,71$ г. При цьому координати z_c і y_c його центра ваги відповідно становлять 0,0164 та 0,0089 м. У випадку збільшенням товщини зубка до 0,030 м і незмінних висоті і радіусі його об'єм зростає до 5,0625 см³, а маса до 5,61 г. Характерно, що значення координати z_c теж залишилось на тому самому рівні, а y_c навіть зменшилось до 0,0082 м. Це вказує на те, що форма зубка часнику стала більш округлою.

Теоретичні дослідження показали, що максимальні значення об'єму ($V=5,4604$ см³) і маси ($m=6,06$ г) притаманні зубкам з найбільшою висотою ($H=0,0308$ м), а мінімальні ($V=1,1667$ см³, $m=1,33$ г), навпаки – з найменшою висотою ($H=0,020$ м). Щодо координат центра ваги зубка, то такої закономірності не простежується, оскільки впливовими на їх значення є сукупно усі досліджувані вхідні параметри.

Висновки. Запропонована аналітична модель дозволяє визначати координати центра ваги зубка часнику за його вхідними розмірними параметрами. Теоретичними дослідженнями встановлено також вплив на їх значення форми зубка, притаманної кожному окремому сорту.

Майбутні експериментальні дослідження будуть спрямовані на визначення розмірно-масових показників зубків часнику сортів Спас, Лідер та Лідія, що різняться саме формою поверхні. Наступним етапом стане порівняння отриманих експериментальних даних з розрахунковими значеннями згідно аналітичних формул, запропонованих у теоретичних дослідженнях. Їхня мета – перевірити адекватність

запропонованої аналітичної моделі зубка часнику для різних сортів та побудова удосконалених моделей, що враховують зокрема центральний стержень головки часнику, на якому сформовані зубки.

Отримані теоретичні формули з визначення координат центра ваги зубків часнику стануть в основу досліджень, спрямованих на розроблення систем і робочих органів машин для поштучного скеровано орієнтованого укладання садильного матеріалу в борозенку.

Список літератури

1. Семен О.Я. Аналіз конструкцій машин для садіння часнику [Текст] / О.Я. Семен // Матеріали XVII Міжнародного науково-практичного форуму “Теорія і практика розвитку агропромислового комплексу та сільських територій”. – Львів: Ліга-Прес, 2016. – С. 254-261.
2. Снітинський В.В. Часник на фермерському полі та присадибній ділянці [Текст] / В.В. Снітинський, Л.П. Ліщак, Н.І. Ковальчук, І.О. Ліщак. – Львів: Український бестселер, 2010. – 110 с.
3. Лихацкий В.И. Чеснок. Биология и технология выращивания. Практическое пособие. [Текст] / В.И. Лихацкий. – К.: Издательство УСХА, 1990. – 96 с.
4. Ким Б.Н. Механизированное возделывание лука и чеснока [Текст] / Б.Н. Ким, Б.А. Утепов // Картофель и овощи. 1977. – № 5. – С. 27-28.
5. Емельянов П.А. Введение в теорию ориентирования тел техническими средствами в сельскохозяйственных технологических процессах [Текст] / П.А. Емельянов, Н.М. Ибрагимов. Пенза: РИО ПГСХА, 2007. – 128 с.
6. Соколов В.А. Обоснование параметров вилочного захвата аппарата точного высева лука-севка [Текст] / В.А. Соколов // Научно-технический бюллетень. Всесоюзный НИИ механизации сельского хозяйства. – М. – 1981. – Вып. 48.1. – С. 20-23.
7. Кухарев О.Н. Исследование цепочно-ложечного высаживающего аппарата с ориентирующим устройством для лука-матки [Текст] / О.Н. Кухарев, Н.П. Ларюшин // Техника в сельском хозяйстве. – 2004. – № 2. – С. 21-23.
8. Семен О.Я. Визначення коефіцієнта та кута зовнішнього тертя зубків часнику [Текст] / О.Я. Семен // Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження. – Львів: Львів. нац. аграр. університет, 2016. – № 20. – С. 162-167.

Referencis

1. Semen, O.Ya. (2016). Analiz konstruksij mashyn dlja sadinnia chasnyku [Analysis of constructions of machines for garlic sailing]. Theory and practice of development agro-industrial complex and rural territories. *Mizhnarodnyj naukovo-praktychnyj forum – International scientific and practical forum* (pp. 254-261). L'viv: Liha-Pres.
2. Snityns'kyj, V.V., Lischak, L.P., Koval'chuk, N.I. & Lischak, I.O. (2010). *Chasnyk na fermers'komu poli ta prysadybnij diljantsi [Garlic on the farm field and the farmland]*. L'viv: Ukrain's'kyj bestseler.
3. Lihackij, V.I. (1990). *Chesnok. Biologija i tehnologija vyrashhivanija. Prakticheskoe posobie [Garlic. Biology and technology of cultivation. Practical Handbook]*. Kiev: Izdatel'stvo USHA.
4. Kim, B.N. & Uteпов, B.A. (1977). *Mehanizirovannoe vozdeľyvanie luka i chesnoka [Mechanized cultivation of onions and garlic]. Kartofel' i ovoshhi – Potatoes and vegetables*, 5, 27-28.
5. Emel'janov, P.A. & Ibragimov, N.M. (2007). *Vvedenie v teoriju orientirovanija tel tehničeskimi sredstvami v sel'skohozjajstvennyh tehnologičeskich processah [Introduction to the theory of orientation of bodies by technical means in agricultural technological processes]*. Penza: RIO PGSXA.
6. Sokolov, V.A. (1981). *Obosnovanie parametrov vilocnogo zahvata apparata tochnogo vyseva luka-sevka [Justification of forklift parameters of the precision onion-seeding machine]. Nauchno-tehničeskij bjulleten'. Vsesojuznyj NII mehanizacii sel'skogo hozjajstva – Scientific and technical bulletin. All-Union Scientific Research Institute of Agricultural Mechanization, Vol. 48.1, 20-23.*
7. Kuharev, O.N. & Larjushin. N.P. (2004). *Issledovanie cepočno-lozhečnogo vysazhivajushhego apparata s orientirujushhim ustrojstvom dlja luka-matki [Investigation of the chain-and-socket planting device with orienting device for onion-uterus]. Tehnika v sel'skom hozjajstve – Machinery in agriculture*. 2, 21-23.
8. Semen, O.Ya. (2016). *Vyznachennia koefitsiienta ta kuta zovnishn'oho tertia zubkiv chasnyku [Determination of coefficient and external friction angle of garlic bulb]. Visnyk L'viv's'koho*

natsional'noho ahrarnoho universytetu: ahroinzhenerni doslidzhennia The Journal of Lviv National Agrarian University: Agro-engineering, 20, 162-167.

Oleh Semen, postgraduate, Dmytro Kuzenko, Assos. Prof., PhD tech. sci., Yaroslav Semen, Assos. Prof., PhD tech. sci.

Lviv National Agrarian University, Lviv, Ukraine

Analytical Model of the Garlic Clove

Studies as to developing of the mathematical model of garlic clove were conducted.

The model of the garlic clove is proposed. The garlic clove is considered in the Cartesian coordinate system as a part of the sphere of the appropriate radius. Its volume is limited by two meridional planes with a two-cornered angle between them and one plane that lies at the base of the garlic clove and is perpendicular to the other two. The volume of the garlic clove is determined by integrating the area of its cross section at a certain distance from the origin of the coordinates. The analytical dependencies of the mass and coordinates of the center of gravity of the garlic clove are obtained. Some results of theoretical studies on determination of dimensional-mass indexes and coordinates of the center of garlic clove gravity are given and analyzed.

The conducted theoretical researches allow forming the basic directions of further experimental researches of the dimensional-mass indices of garlic clove different form surface of separate garlic varieties. The considered theoretical studies will also be the basis for further mathematical modelling of the process of piece-oriented garlic clove planting with a bulb stem down, and a sprout up.

garlic clove, model, size, volume, weight, coordinate, centre of gravity

Одержано (Received) 18.03.2018