

## ВИКОРИСТАННЯ РІВНЕВИХ ФІЗИЧНИХ ЗАДАЧ ПРИ ВИВЧЕННІ СТЕПЕНЕВОЇ ФУНКЦІЇ В КУРСІ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ 10 КЛАСУ

У статті наведено зразки фізичних задач, які автори рекомендують використовувати на уроках алгебри і початків аналізу 10 класу при вивченні теми «Степенева функція» з метою активізації пізнавальної діяльності старшокласників.

**Ключові слова:** прикладна направленість шкільного курсу математики, міжпредметні зв'язки, рівні навчальних досягнень учнів, рівневі фізичні задачі, степеневі функції.

**Постановка проблеми.** Важливим засобом підвищення ефективності навчального процесу, реалізації прикладної направленості шкільного курсу математики є здійснення міжпредметних зв'язків, які дають можливість повніше розкрити перед школярами процеси, закономірності, які вивчаються, успішно розв'язувати завдання формування в них наукового світогляду, розвивати їх мислення та інтерес до навчання.

Теоретичні дослідження і досвід роботи середніх загальноосвітніх навчальних закладів переконують, що лише при оптимальному функціонуванні міжпредметних зв'язків можливе реальне підвищення якості знань учнів.

Проблема міжпредметних зв'язків впливає з дидактичного принципу систематичності, який відображає загальне філософське поняття про зв'язок явищ і узгоджується з фізіологічним і психологічним поняттями про системність роботи мозку. Завдяки міжпредметним зв'язкам відображається живий зв'язок явищ в поняттях людей, а їх здійснення є об'єктивною необхідністю розвиваючого навчання.

У сучасних умовах будь-якому спеціалісту необхідно опиратись на досягнення суміжних областей знань. Тому зросло значення політехнічного принципу міжпредметних зв'язків.

Спроби використання фізичних задач на уроках алгебри і початків аналізу в старших класах зроблені в роботах [1; 2]. Однак у цих роботах не розглядалися рівневі фізичні задачі, що важливим є в даний час, оскільки середні загальноосвітні навчальні заклади перейшли на рівневе навчання.

**Метою статті** є розв'язання питань політехнічного навчання і міжпредметних зв'язків алгебри і початків аналізу та фізики при допомозі спеціально підібраної рівневої системи фізичних задач, які сприятимуть розвитку в старшокласників навичок застосування на практиці теоретичних знань, одержаних при вивченні степеневі функції та її застосування у виробництві, науці, техніці, промисловості, народному господарстві.

**Виклад основного матеріалу.** У процесі вивчення алгебри і початків аналізу складовим елементом у навчанні є розв'язування фізичних задач, причому задачі ми підбираємо, користуючись чотирма рівнями навчальних досягнень учнів: початковим, середнім, достатнім, високим, які розроблені Міністерством освіти і науки України [3].

Зауважимо, що серед наведених фізичних задач важливу роль відіграють також експериментальні задачі, які дають можливість відтворювати в навчальному процесі процедуру перевірки наукової гіпотези і показувати шлях наукового становлення теорії.

Наведемо для прикладу деякі з системи фізичних задач, яку ми розробили для учнів 10 класу, що навчаються на академічному рівні і працюють за підручником [4]. Ці задачі можуть бути використані як додаткові задачі, що замінюють чисто алгебраїчні задачі з підручника.

### Корінь $n$ -го степеня і його властивості

#### Початковий і середній рівні

1. Довжина першого бруска  $\sqrt[4]{9} - \sqrt{65}$  м, а другого – у  $\sqrt[4]{9} + \sqrt{65}$  разів більша. Яка довжина другого бруска?
2. Самка камчатського краба живе в середньому  $12\sqrt[3]{3}$  років. За рік вона відкладає  $\sqrt[3]{9} \cdot 10^3$  ікринок. Скільки ікринок відкладає самка за все життя?
3. Молозок пересувається зі швидкістю  $\sqrt[3]{256} \cdot \sqrt[3]{81}$  м/год. За який час молозок подолає відстань  $12 \cdot \sqrt[3]{12}$  м?
4. Два балони спорядження аквалангіста наповнені киснем. Відомо, що маса одного з них  $\sqrt{5}$  кг, іншого –  $\sqrt[4]{25}$  кг. Який із балонів важчий?

#### Достатній рівень

1. До будівлі прибудовано похилій жолоб для транспортування матеріалів. Відстань від будівлі до нижнього кінця жолоба дорівнює  $\sqrt[3]{123^3}$  м, а верхній кінець розміщено на висоті  $\sqrt[3]{343}$  м. Яка довжина жолоба?
2. Ювеліру треба з 500 г золота виготовити кульку. Який радіус кульки, якщо  $\rho_3 = 20$  г/см<sup>3</sup>?
3. Одне з двох тіл має масу 3 кг, інше –  $\left(4\sqrt[3]{1+2\sqrt{3}} - \sqrt[3]{13+4\sqrt{3}}\right) \sqrt[3]{\frac{2\sqrt{3}-1}{11}}$  кг. Доведіть, що їхні маси однакові.
4. Дріт розрізали на два шматки. Довжина одного 1 м, іншого –  $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$  м. Який шматок дроту довший?

#### Високий рівень

1. Тіло рухається за законом  $s(t) = \sqrt{(3t^2 - 4t + 5)^3}$  м. Які швидкість і прискорення воно матиме в момент часу:  $t_1 = 1$  с;  $t_2 = 2$  с?
2. Дві центрифуги обертаються навколо осі за такими законами:  $u_1 = \sqrt[3]{54t^2} - 11\sqrt[3]{2t} + 4$ ,  $u_2 = \sqrt[3]{96t^2} - 7\sqrt[3]{3t} - 2$ . Знайдіть кутову швидкість  $\omega(t)$  кожної центрифуги в момент часу  $t = \sqrt[4]{16}$  і порівняйте їх ( $\varphi$  – кут обертання в радіанах,  $t$  – час у секундах).
3. Велосипедист і мотоцикліст рухаються по дорозі прямолінійно за законами:  $s_1(t) = t^2\sqrt{2} - 3t\sqrt{2} + 2$ ,  $s_2(t) = t^3\sqrt{3} - t^2\frac{\sqrt{12}}{2} - 3$ . Якою була швидкість кожного з них у момент часу  $t = \sqrt{64^2}$  с?
4. Визначте швидкість переміщення зернини діаметра  $d$  по решету з отворами  $a$  ( $a > d$ ), за якої вона зможе пройти крізь ці отвори. Обчисліть при  $d = 8$  мм,  $a = \sqrt{12}$  см.
5. Обчисліть роботу, виконану під час розтягування пружини на 0,06 м, якщо сила 12 Н розтягує її на 0,01 м.

### Степень з раціональним показником

#### Початковий і середній рівні

1. Скільки потрібно насіння, щоб засіяти поле квадратної форми, якщо його сторона дорівнює 5 км, а на 1 га потрібно 5<sup>3</sup> кг насіння?
2. Знайдіть масу зерна, яке міститься в зернохосовищі кубічної форми, сторона якого 5 м, якщо маса 1 м<sup>3</sup> становить 880 кг.
3. Об'єм першої посудини 48 м<sup>3</sup>, а другої – 6 м<sup>3</sup>. Посудини мають форму куба. У скільки разів ребро першої посудини більше від ребра другої?

#### Достатній рівень

1. Для виробничих потреб треба виготовити посудину кубічної форми, в якій би можна було помістити 136 кг ртуті. Знайдіть мінімальну довжину ребра такої посудини, якщо густина ртуті 13600 кг/м<sup>3</sup>.
2. Треба виготовити посудину кубічної форми, в якій би можна було помістити 16200 кг сірчаної кислоти. Знайдіть мінімальну довжину ребра такої посудини, якщо густина сірчаної кислоти 1800 кг/м<sup>3</sup>.
3. Кількість води (у метрах кубічних), яка протікає через поперечний переріз зрошувального каналу, визначається формулою  $Q = 1,4 \cdot h^{2,5}$ , де  $h$  – товщина шару води. Знайдіть кількість води, яка пройде за 1 с, якщо  $h = 0,64$  м.
4. Довжина паса у пасовій передачі двох шківів обчислюється за формулою:  $l = 2 \left( \left( \frac{D_1 - D}{2} \right)^2 + a^2 \right)^{1/2} + \pi \frac{D_1 - D}{2}$ , де

$D_1$  і  $D$  – діаметри шківів,  $a$  – відстань між їхніми центрами. Обчисліть з точністю до сантиметра довжину паса, якщо  $D_1 = 600$  мм,  $D = 400$  мм,  $a = 2880$  мм.

5. Довжина передавального паса двох шківів з однаковими діаметрами у перехресній передачі визначається формулою:  $l = 2(D^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} + \pi D$ , де  $D$  – діаметр шківів,  $a$  – відстань між їхніми центрами. Визначте довжину передавального паса, якщо  $R = 2$  м,  $a = 6$  м.

#### Високий рівень

- Механічна енергія одиниці маси води, яка протікає за одиницю часу через поперечний переріз каналу, обчислюється за формулою  $E = gh + \frac{v^2}{2} = gh + \frac{Q}{2F^2}$ , де  $g$  – прискорення вільного падіння,  $h$  – глибина,  $v$  – швидкість течії,  $Q$  – кількість води, яка протікає через поперечний переріз каналу за одиницю часу,  $F$  – площа поперечного перерізу ( $Q = vF$ ). Знайдіть критичну глибину каналу, якщо за одиницю часу проходить  $Q$  води і: а) поперечний переріз каналу має форму прямокутника з шириною  $b$ ; б) поперечний переріз каналу має форму параболи  $y = px^2$ .
- Визначте тиск жорсткого колеса на ґрунт, якщо відомі:  $r$  – радіус колеса (у сантиметрах),  $c$  – глибина занурення обода в ґрунт (у сантиметрах),  $G$  – вага, що припадає на вісь колеса (у кілограмах),  $b$  – ширина обода (у сантиметрах).
- Визначте зусилля, потрібне для перекочування колеса радіуса  $R$  і вагою  $P$  через перешкоду заввишки  $h$ .

#### Степенева функція

##### Початковий і середній рівні

- Зміна струму  $I$  залежно від часу  $t$  задається рівнянням  $I = 2t^2 - 5t$  ( $I$  – в амперах,  $t$  – у секундах). Знайдіть швидкість зміни сили струму в момент часу  $t = 5$  с.
- Тіло рухається зі швидкістю  $v = \left( \frac{5}{t^3} - 12t \right)$  м/с. Знайдіть прискорення тіла в момент часу  $t = 27$  с.
- Тіло рухається з прискоренням  $\frac{1}{a} = t^6$  (м/с<sup>2</sup>). Знайдіть швидкість тіла за першу секунду.
- Кут повороту тіла навколо осі змінюється з часом  $t$  за законом  $\varphi(t) = \left( 0,1t^{\frac{5}{2}} - 0,5t^{\frac{3}{2}} + 0,2 \right)$  рад. Знайдіть кутову швидкість обертання тіла в момент часу  $t = 16$  с.
- Парашутист, знижуючись, описує траєкторію, яку можна задати рівнянням  $s(t) = \left( t^{\frac{1}{3}} + 2 \right)$  м. Знайдіть кут приземлення парашутиста до горизонту.
- Тіло рухається зі швидкістю  $v = (5t^2 - 2t + 2)$  м/с. Знайдіть швидкість цього тіла в момент часу, коли прискорення дорівнює нулю.

#### Достатній рівень

- Літак летить з прискоренням  $a(t) = \left( 3t^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \right)$  м/с<sup>2</sup>. Знайдіть швидкість літака на дев'ятій секунді руху, якщо відомо, що через 4 с після початку руху його швидкість дорівнювала 20 м/с.
- Тіло обертається навколо осі з кутовим прискоренням  $a(t) = \left( 0,3t^{\frac{1}{3}} + \frac{5}{4} \right)$  рад/с<sup>2</sup>. Знайдіть швидкість обертання на момент часу  $t = 64$  с, якщо при  $t = 8$  с його швидкість дорівнює 14 рад/с.

#### Високий рівень

- М'яч, кинутий вертикально вгору, впав на землю через 3 с. З якою швидкістю був кинутий м'яч і на яку висоту він піднявся?
- Обчисліть масу плоскої пластини, обмеженої лініями  $y = x^e$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = e$ , якщо 1 кв. од. пластини має масу  $(e + 1)$  одиниць.

- На яку відстань віддалиться від поверхні Землі ракета, яку випустили зі швидкістю 9 км/с?
- Визначте масу міді, яка виділилася на катоді за 10 с внаслідок проходження струму крізь розчин мідного купоросу. Сила струму зростає рівномірно від 0 до 4 А.

#### Ірраціональні рівняння

##### Початковий і середній рівні

- Із порту одночасно вийшли два пароплави: один на північ, другий – на схід. Через 2 год. руху відстань між ними була 60 км. Знайдіть швидкість кожного пароплава, якщо швидкість першого на 6 км/год. більша за швидкість другого.
- Від причалу одночасно відплили два пароплави: один – на південь зі швидкістю 16 км/год., а другий – на захід зі швидкістю 12 км/год. Яка відстань буде між пароплавами через 2,5 год. руху?
- Два автомобілі вирушили одночасно з пункту  $A$  і рухалися по прямих, кут між якими становить  $\varphi$ . Швидкість першого автомобіля  $a$  (км/год.), а другого –  $b$  (км/год.). Знайдіть відстань між ними через  $t$  годин руху.

#### Достатній рівень

- Троє працівників можуть, працюючи разом, виконати деяку роботу за час  $t$  (год.). Перший з них, працюючи один, може виконати цю роботу вдвічі швидше від третього і на одну годину швидше від другого. За який час кожен з них, працюючи окремо, може виконати цю роботу?
- З пунктів  $A$  і  $B$ , відстань між якими  $d$  (км), назустріч один одному виїхали одночасно мотоцикліст і велосипедист. Через 2 год. вони зустрілись і, не зупиняючись, продовжили рух. Мотоцикліст прибув у пункт  $B$  на  $t$  (год.) раніше, ніж велосипедист – в  $A$ . Знайдіть швидкості мотоцикліста і велосипедиста.

#### Високий рівень

- Два тіла починають рухатись рівномірно по прямих  $OX$  і  $OY$ , які перетинаються під прямим кутом. Перше тіло рухається зі швидкістю  $v_1$  по прямій  $OX$  від точки  $A$  до точки  $O$ , відстань між якими дорівнює  $a$ . Друге тіло зі швидкістю  $v_2$  рухається від точки  $B$  до точки  $O$ , відстань між якими дорівнює  $b$ . Знайдіть найменшу відстань між цими тілами під час руху.

**Висновки.** Одержані нами результати проведеного експериментального дослідження в середніх загальноосвітніх навчальних закладах Хмельницької області переконують у тому, що розглянуті задачі носять прикладний характер математики, сприяють повторенню і поглибленню матеріалу, який вивчається не лише на уроках алгебри і початків аналізу, але і фізики, знайомлять старшокласників з деякими методами розв'язування задач, які зустрічаються на практиці; формують системні знання з даних дисциплін.

#### Список використаних джерел:

- Сморжевський Л.О. Задачі з алгебри і початків аналізу : 1001 задача прикладного змісту : 10-11 кл. / Л.О. Смржевський, П.С. Атаманчук, А.М. Кух. – К. : А.С.К., 1999. – 135 с.
- Сморжевський Л.О. Про використання фізичних задач в шкільному курсі математики / Л.О. Смржевський, Ю.Л. Смржевський // Зб. наук. праць Кам.-Под. педуніверситету : серія педагогічна. – Кам'янець-Подільський, 1999. – Вип. 5. – С. 193-197.
- Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів у системі загальної середньої освіти // Математика в школі. – 2000. – № 10. – С. 2.
- Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: академ. рівень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2010. – 352 с.

Ю. Л. Смржевський, Л. О. Смржевський

Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка

#### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРОВНЕВЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛА АНАЛИЗА 10 КЛАССА

В статье приведены примеры физических задач, которые авторы рекомендуют использовать на уроках алгебры и начала анализа 10 класса при изучении темы «Степенная

функция» с целью активизации познавательной деятельности старшекласников.

**Ключевые слова:** прикладная направленность школьного курса математики, межпредметные связи, уровни учебных достижений учеников, уровневые физические задачи, степенная функция.

Y. L. Smorzhevskiy, L. O. Smorzhevskiy

Kamianets-Podilsky Ivan Ohienko National University

#### TO USE THE LEVEL PHYSICAL PROBLEMS IN STUDYING OF POWER FUNCTION IN ALGEBRA AND ANALYSIS COURSES IN THE UPPER CLASSES

The article gives examples of physical problems, which the authors recommend the use of the lessons of algebra and

analysis. For example, in the study of the topic «The Power Function». This is done to activate of informative activity of senior pupils at lessons of mathematics. The authors obtained the results of the experimental studies in secondary schools by Khmelnytsky region. These results convinced that the problems considered are applied nature of mathematics, promote repetition and deepening of the material in class for algebra, analysis and physics. These tasks teach senior pupils to solve problems, which occur in practice. These tasks also form a systemic knowledge of these subjects for the pupils.

**Key words:** applied orientation of school mathematics, interdisciplinary communication, levels of educational achievements of pupils, level physical problems, the Power Function.

Отримано: 22.04.2013

УДК 37.022

В. В. Фоменко

Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету

### ФУНДАМЕНТАЛЬНІ НАВЧАЛЬНІ ФІЗИЧНІ МОДЕЛІ ЯК ЗАСІБ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ГНОСЕОЛОГІЧНОЇ ЄДНОСТІ ФІЗИЧНОЇ ОСВІТИ

У статті розглянуто роль фундаментальних ідеальних навчальних моделей фізичних систем у аспекті формування цілісних фізичних уявлень в процесі викладання загального курсу фізики для нефізичних спеціальностей. Наведено приклади трансформації фундаментальних моделей у базисні моделі систем, які використовуються у різних модулях курсу.

**Ключові слова:** фізична освіта, фізичні моделі, фундаментальні моделі, гносеологічна єдність.

**Постановка проблеми.** Сучасні вимоги до фундаментальної і, зокрема, фізичної освіти студентів нефізичних спеціальностей є доволі суперечливими. З одного боку, сучасний прагматичний підхід (перш за все, з боку самих студентів) до цілей та змісту освіти у вузі потребує орієнтації всіх її складових частин (у тому числі і курсу загальної фізики) на майбутній професійній діяльності фахівця. Це відповідає наявності у сучасному освітньому просторі доволі сильних тенденцій до прагматизації вищої фахової освіти за зразками освітніх систем, прийнятих у деяких західних країнах. Стосовно фізичної освіти це означає потребу значного акцентування курсу фізики на формуванні фундаментального фізичного ґрунту професійної компетентності майбутніх фахівців, створення фізичної аксіоматичної бази для наступного вивчення загально інженерних та фахових дисциплін.

З іншого боку, реальні потреби подальшого розвитку інтелектуального потенціалу та культури сучасного суспільства вимагають від природничої освіти створення умов формування наукового способу мислення особистості та відповідного рівня її світоглядної та загальноосвітньої компетентності. Стосовно фізичної освіти це означає потребу її подальшої фундаменталізації, під якою ми розуміємо концентрацію навчального матеріалу курсу загальної фізики навколо найбільш світоглядно важливих та практично значущих навчальних фізичних моделей, притаманних провідним фізичним теоріям, що розглядаються у курсі.

Зазначимо, що цього потребують і певна невизначеність конкретного профілю майбутньої діяльності фахівця у сучасних умовах (оскільки, як відомо, випускники вузів часто працюють не за своїм фахом), а, також, певні традиційні вимоги, що склалися стосовно фізичної освіти для нефізичних спеціальностей за останні десятиріччя, і які виражаються у відповідних навчальних та робочих програмах загального курсу фізики у межах бакалаврської підготовки.

Важливим аспектом фундаменталізації фізичної освіти може бути створення умов для забезпечення цілісного сприйняття матеріалу загального курсу фізики студентами, що сприяло б формуванню певного цілісного погляду на фізичну науку і, відповідно, на фізичний навколишній світ, який вона описує.

Проблема цілісності природничо-наукового знання існує ще з часів античної науки. Натурфілософія цього часу базувалася на «переважно уможявляючому тлумаченню природи, що розглядалася в її цілісності» [1, с.302]. З розвитком науки цей цілісний, загальний погляд на природу був втрачений, природничі науки і, зокрема, фізика розбилися на окремі розділи. Це знайшло відображення і у навчальному курсі загальної фізики, який традиційно складається з окремих модулів

(розділів): «Механіка», «Молекулярна фізика і термодинаміка», «Електрика і магнетизм» і т. д., причому зміст різних розділів курсу пов'язаний між собою доволі слабо. Тому одною з проблем фізичної освіти ми вважаємо пошук наскрізних інтегруючих ідей, які б певною мірою поєднували б навчальний фізично-конкретний матеріал різних модулів, створюючи передумови для цілісного сприйняття курсу.

Однією з таких інтегруючих ідей фізичної освіти традиційно вважають формування на ґрунті фізичної конкретики фізичної картини світу (ФКС) в процесі вивчення курсу загальної фізики. Про необхідність створення цілісної ФКС наголошував М. Планк. Він зазначив, що «постійна цілісна картина світу являє собою ту непорушну мету, до якої прямує природознавство в процесі свого розвитку» [2, 68]. При цьому М. Планк вбачав цілісність ФКС у наявності у ній наскрізних, тобто, фундаментальних фізичних принципів та законів, таких наприклад, як закон збереження енергії, принцип зростання ентропії і т. п.

Зазначимо, однак, що оскільки фізичне знання є модельним за своєю сутністю, то і формування ФКС на ґрунті фізично-конкретного матеріалу можливо тільки за умови застосування модельного підходу (див., наприклад, роботу [3], у якій формування ФКС розглядається на основі ідеальних навчальних фізичних моделей систем).

Таким чином, виникає **проблема** виявлення навчальних фізичних моделей, які б мали наскрізний, інтегруючий сенс і створювали б передумови для цілісного сприйняття конкретно-фізичного матеріалу різних модулів курсу загальної фізики. Розв'язання цієї проблеми стосовно навчального курсу загальної фізики для нефізичних спеціальностей і є **метою** даної статті.

**Основний зміст роботи.** Як справедливо зазначає О.Н. Голубева, «... мова науки – це гетерогенна система, яка складається з ідеальних об'єктів – моделей. Вона відтворює у свідомості реальний світ, створюючи образ дійсності, і слугує для теоретичного опису і пояснення явищ, що вивчаються» [4, с.179]. Це означає, що і фізична освіта має враховувати модельний характер наукового фізичного знання і відображати його в явному вигляді при вивченні конкретно-фізичного матеріалу в навчальному курсі загальної фізики.

У практичному аспекті це концепція реалізується (зокрема, в курсі загальної фізики КЛА НАУ) шляхом викладання матеріалу курсу на ґрунті *фізично-модельного контексту*, тобто на основі структурованої сукупності ідеальних навчальних фізичних моделей систем. Під навчальними фізичними моделями систем ми розуміємо ідеальні наукові моделі систем, які змістовно і дидактично пристосовані для використання у навчальному курсі загальної фізики (напри-