

УДК 621.391

**Юлія Олександрівна БАБІЙ,**  
*старший викладач кафедри радіотехніки та зв'язку Хмельницького  
національного університету, м. Хмельницький*

**Людмила Сергіївна ФОНАРЬ,**  
*інженер I категорії кафедри радіотехнічних пристроїв Одеського  
національного політехнічного університету, м. Одеса*

**Олександр В'ячеславович ХУДЕЦЬКИЙ,**  
*магістр кафедри радіотехніки та зв'язку Хмельницького  
національного університету, м. Хмельницький*

## **СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ У ДИНАМІЧНОМУ СТАНІ**

*Стаття присвячена дослідженню питань вдосконалення методів та засобів синтезу цифрових фільтрів, що працюють у динамічному стані – при параметрах, що постійно змінюються. Для досягнення цієї мети обґрунтовані засоби синтезу цифрових фільтрів без аналогових прототипів, проведено дослідження їх характеристик у реальному масштабі часу.*

**Ключові слова:** динамічний стан фільтрів, цифрові фільтри, частотно-часові характеристики, перехідні процеси, методи та засоби проектування цифрових фільтрів.

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Цифрова фільтрація є найважливішою в цифровій обробці сигналів. У першу чергу,

© Бабій Ю. О., Фонарь Л. С., Худецький О. В.

цифрові фільтри відрізняються високою якістю формування частотної характеристики, стабільністю параметрів, простотою зміни параметрів амплітудно-частотної характеристики і можливістю адаптації параметрів фільтру. Якнайповніші ці переваги використовують у придушенні різного роду шумів і перешкод, розпізнаванні мови, і особливо, у пристроях передачі даних.

Узагальнюючою особливістю сучасних методів аналізу нестационарних сигналів і динамічних режимів є використання двовимірних характеристик, які дозволяють проводити аналіз не окремо в площинах часу і частоти, а одночасно на частотно-часовій площині, що істотно розширює можливості аналізу в практичних застосуваннях.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми та на які опираються автори.** Питання синтезу цифрових фільтрів розглядалися в роботах Л. Рабінера, Б. Гоулда, О. Сергієнко, В. Грибуніна, Л. Гольденберга, Б. Матюшкіна, А. Оппенгейма, Р. Шаффера, А. Антонью, М. Белодедова, В. Гадзіковського, Р. Хемінга, О. Солоніна та інших. Публікація робіт, присвячених синтезу цифрових фільтрів без аналогових прототипів, свідчить про необхідність узагальнюючого підходу в цьому напрямі.

**Метою статті** є узагальнення методів частотно-часового аналізу цифрових фільтрів та визначення доцільності використання методу динамічного коефіцієнта передачі (ДКП).

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Традиційні методи аналізу проходження сигналів через лінійні кола та визначення відгуку засновані на використанні часових або частотних характеристик сигналів та кіл [1–4]. До часових методів належать метод інтегро-диференціальних рівнянь та інтеграл Дюамеля. До частотних – спектральний та операторний методи. У результаті обчислень цими методами знаходяться миттєві значення відгуку.

Недоліки притаманні цифровим фільтрам при синтезі за аналоговим прототипом методом інваріантної імпульсної характеристики – неможливість отримати нескінченно малу смугу пропускання, виникнення ефекту накладення спектрів на краях діапазону за рахунок дискретизації та ін.

Як правило, корисна інформація в радіотехнічних сигналах зосереджена в амплітуді, частоті або фазі несучого коливання, тобто в комплексній обвідній [4; 5]. У цих випадках використання традиційних методів аналізу не завжди зручно, тому що немає сенсу визначати миттєві значення відгуку кола. Досить визначити комплексну обвідну відгуку в його аналітичній формі. При цьому набагато легше виконуються усі обчислення [5]. Це одна з особливостей радіотехнічних перетворень.

При обчисленнях треба враховувати перехідні процеси, які виникають у радіотехнічних колах, а якщо параметри сигналу безперервно змінюються у часі, то ці процеси можуть існувати нескінченно. Ураховуючи перехідні процеси, необхідно усі розрахунки та аналіз досліджувати у динамічному стані радіокіла.

Динамічний коефіцієнт передачі знаходимо за формулою [5]:

$$K(j\omega, t) = \int_0^t h(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (1)$$

де  $\tau$  – стала часу кола,  $h(t)$  – імпульсна характеристика кола.

Динамічний коефіцієнт передачі є узагальненням частотно-часових характеристик кіл. Так, при частоті  $\omega = 0$  він перетворюється у перехідну функцію кола  $g(t)$ :

$$K(0, t) = g(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau. \quad (2)$$

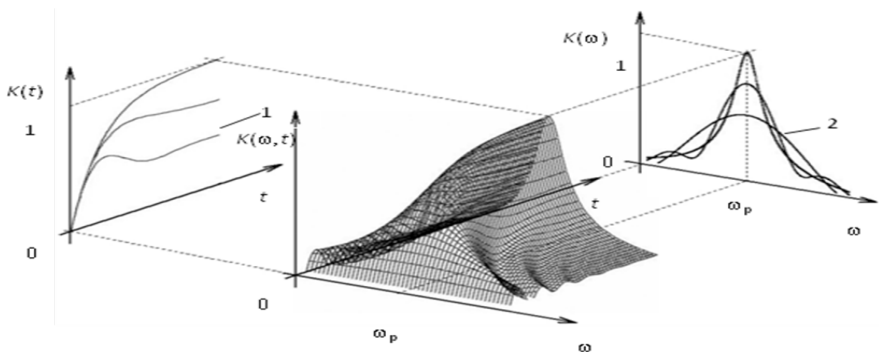
А при часі  $t \rightarrow \infty$  він стає стаціонарним коефіцієнтом передачі кола:

$$K(j\omega) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (3)$$

Таким чином, ДКП є функцією двох змінних: частоти  $\omega$  та часу  $t$ .

Метод ДКП, що зображений на рисунку, є узагальнюючим частотно-часовим методом. Так він дозволив визначати характеристики кіл як у частотній, так і в часовій областях, які визначають характеристики кіл у стаціонарному та динамічному режимах. Найбільший інтерес

являє ДКП як функція часу, тому що в цьому випадку він дає безпосередньо комплексну огинаючу на виході кола при стрибку амплітуди. Динамічний коефіцієнт передачі відрізняється від статичного тим, що в ньому враховується не тільки значення миттєвої частоти, але також значення похідних частот і амплітуд за часом.



Динамічний коефіцієнт передачі цифрового кола:  
1 – обвідна перехідної характеристики, 2 – модуль комплексного коефіцієнта передачі

Для визначення комплексних амплітуд гармонік застосовується матриця дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) (див. таблицю). Матриця відображає стаціонарний коефіцієнт передачі ланцюга.

Таким чином, за цією матрицею одержують стаціонарні АЧХ і ФЧХ. Комплексна амплітуда  $n$ -ї гармоніки визначається за формулою:

$$C_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j \frac{2\pi nk}{N}}, \quad (4)$$

де  $N$  – кількість вибірок,  $k = 0, 1, \dots, N-1$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$ .

Згідно з (4) кожний рядок таблиці обчислюється з коефіцієнтом  $1/N$ . Для переходу від (4) до фізичного спектра необхідно подвоїти амплітуду  $C_n$ .

Таблиця

## Матриця дискретного перетворення Фур'є для кола

	$x_0$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$	...	$x_{N-1}$
$C_0$	1	1	1	...	1	...	1
$C_1$	1	$W$	$W^2$	...	$W^k$	...	$W^{N-1}$
$C_2$	1	$W^2$	$W^4$	...	$W^{2k}$	...	$W^{2(N-1)}$
	...		...	...	...	...	...
$C_k$	1	$W^k$	$W^{2k}$	...	$W^{kk}$	...	$W^{k(N-1)}$
...	...	...	...	...	...	...	...
$C_{N-1}$	1	$W^{N-1}$	$W^{2(N-1)}$	...	$W^{k(N-1)}$	...	$W^{(N-1)(N-1)}$

У аналогових фільтрах імпульсні характеристики відображають перехідні процеси, які згодом згасають. Тому аналогові фільтри мають згасаючі характеристики, які для фільтрів 2-го порядку відповідно описуються у вигляді:

$$h_2(t) = ae^{-at} \cos(\omega_c t), \quad (5)$$

де  $a$  – нормувальний коефіцієнт.

Беручи до уваги, що цифрові фільтри здебільшого будуються за аналоговим прототипом, співвідношення (6) для цифрових фільтрів перетворюються:

$$h_2(kT) = ae^{-\alpha kT} \cos(\omega_c kT), \quad (6)$$

де  $T$  – період дискретизації.

Якщо позначити  $b = e^{-\alpha T} = e^{-\frac{T}{NT_k}}$ , то масиви вибірок імпульсного відгуку для цифрових фільтрів матимуть вигляд:

$$\{h_k\}_{C\Phi} = \left\{ \frac{a}{2}; 0; -ab; 0; ab^2; 0; \dots; -ab^{\left(\frac{N-1}{2}\right)} \right\}. \quad (7)$$

При переході до динамічного стану кола в ній слід урахувувати вільну складову, тобто в матриці ДПФ потрібно відкинути її праву частину, залишивши останню вибірку  $h_k$  на рівні 0.01, 0.1 і т. д. Таким чином:

$$K(jn\Omega, kT) = \sum_{k=0}^{kT} h_k e^{-j \frac{2\pi nk}{N}}. \quad (8)$$

Одержана універсальна формула для ДКП цифрових фільтрів.

**Висновки.** У результаті досліджень існуючих методів можна зробити такі висновки:

1. Для сучасних радіотехнічних систем і пристроїв, що працюють у реальному масштабі часу при параметрах вхідних сигналів, що постійно змінюються, особливо важливим завданням є розробка методів і засобів аналізу нестационарних процесів. При сучасному рівні розвитку техніки необхідне дотримання підвищених вимог до швидкодії та ефективності проведених вимірювань при змінах параметрів сигналів і кіл.

2. Нестационарність виявляється практично при всіх змінах параметрів кіл і сигналів. Динамічні режими обмежують швидкість систем і можуть стати причиною динамічних спотворень при обробці сигналів у міру їх надходження (у реальному часі).

3. Проведений аналіз показав, що незважаючи на важливість відомих напрямків аналізу нестационарних сигналів і корекції динамічних спотворень, на сьогодні не отримали належного розвитку методи аналізу динамічних режимів аналогових і цифрових фільтрів, не запропоновано способи фізичної реалізації таких методів.

4. Не отримали достатнього розвитку методи оцінки частотно-часових характеристик цифрових фільтрів за допомогою методу динамічного коефіцієнта передачі.

Показано, що аналіз роботи цифрових фільтрів у динамічному стані потребує подальшого розвитку методів корекції динамічних спотворень та визначення частотно-часових характеристик цифрових фільтрів.

**Список використаної літератури**

1. Солонин А. И. Основы цифровой обработки сигналов / А. И. Солонин. – СПб : БХВ-Петербург, 2005. – 753 с.
2. Бабкин А. Ф. Дискретная и цифровая обработка сигналов / А. Ф. Бабкин. – СПб. : Питер, 2003. – 603 с.
3. Дьяконов В. П. Обработка сигналов изображений / В. П. Дьяконов. – СПб. : Питер, 2002. – 438 с.
4. Гадзиковский В. И. Методы цифрового моделирования радиотехнических систем / В. И. Гадзиковский. – Свердловск : Изд. УПИ, 1984, – 112 с.
5. Гольденберг Л. М. Цифровая обработка сигналов / Л. М. Гольденберг, Б. Д. Матюшкин, М. Н. Поляк. – М. : Радио и связь, 1985. – 254 с.

*Рецензент – доктор технічних наук, професор Шинкарук О. М.*

*Стаття надійшла до редакції 29.04.2015.*

*Бабий Ю. О., Фонар Л. С., Худецкий А. В. Синтез цифровых фильтров в динамическом состоянии*

Работа посвящена исследованию вопросов совершенствования методов и средств синтеза цифровых фильтров, работающих в динамическом состоянии – при постоянно меняющихся параметрах. Для достижения этой цели обоснованы способы синтеза цифровых фильтров без аналоговых прототипов, получены их характеристики в реальном масштабе времени.

**Ключевые слова:** *динамический режим фильтров, цифровые фильтры, частотно-временные характеристики, методы и средства проектирования цифровых фильтров.*

*Babii Yu. O., Fonar L. S., Kudetskyi O. V. Synthesis of digital filters in dynamic state*

The article is devoted to the study of improvement of methods and techniques of synthesis of digital filters in dynamic state that means that their parameters are constantly changing. Also the article summarizes the methods of frequency and time analysis of digital filters and determines the appropriateness of usage of the method of dynamic transfer coefficient.

We have admitted that the traditional methods of analysis of signal passage through linear circles and response determination are based on

the usage of time or frequency characteristics of signals and circles. The time methods include the method of interdifereential equations and Duamel integral. The frequency methods embrace the spectral and operator methods. As a result of calculations with the use of these methods we can find out immediate values of response.

To develop methods and techniques of analysis of nonstationary processes is very important task for modern radio systems and devices operating in real scales of time with parameters with constantly changing input signals. At the contemporary level of development of equipment we have to meet enhanced requirements of speed of operation and efficiency of conducted measurements when parameters of circles and signals are changing. Nonstationarity is found at all changes of parameters of circles and signals. Dynamic regimes limit speed of systems operation and can become a reason as far as they are received (in real time).

The analysis we have conducted testifies to the fact that despite of the importance of vivid directions of analysis of nonstationary signals and corrections of dynamic damages, the methods of analysis of dynamic regimes of analog and digital filters have not been developed appropriately and we have not offered the techniques of physical realization of such methods.

Moreover the article analyses the method of dynamic transfer coefficient which generalizes space and time method. It gives the possibility to determine characteristics of circles in frequency and time spheres which determine characteristics of circles in stationary and dynamic regimes. The greatest attention has been drawn towards dynamic transfer coefficient as time function as in this case it gives direct complex rounding amplitude at the output of circle. Dynamic transfer coefficient differs from static one in the fact that it considers not only values of immediate frequency but values of indirect frequencies and amplitudes in time.

We have come to the conclusion that the analysis of operation of digital filters in dynamic state requires the further development of methods of correction of dynamic damages and determination of frequency and time characteristics of digital filters.

**Keywords:** *dynamic state of filters, digital filters, frequency and time characteristics, transient process, methods and techniques of design of digital filters.*