

**Выводы.** Проведенное численное моделирование показало, что при приближении одной выработки к другой большему влиянию подвержена та выработка, которая приближается. При этом зона активного влияния при таких размерах выработок распространяется на расстояние до 4,5 м и сохраняется вплоть до сближения выработок на расстояние до 11,0 м. При меньшем расстоянии уровень напряжений выравнивается и остается высоким во всей толще целика, что указывает на его разрушение. Зона 4,5 м является той зоной, на которую должно быть направлено максимальное влияние с точки зрения управления устойчивостью сопряжений, причем управляющие воздействия должны применяться, когда выработки находятся на расстоянии, превышающем 11,0 м.

Дальнейшие исследования направлены на оценку взаимного влияния выработок, расположенных в слоистом массиве, с целью разработки методов повышения устойчивости таких сопряжений, эксплуатирующихся на больших глубинах.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Сдвіжковою О.А.  
Надійшла до редакції 02.04.10*

УДК 519.6; 622.235.5

© А.В. Чернай, А.К. Ищенко, Н.Н. Налісько, А.Л. Кириченко

## **МЕТОД КРУПНЫХ ЧАСТИЦ В МЕХАНИКЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД**

Запропонована модифікація схеми чисельного розрахунку рівнянь гідродинаміки за методом великих частинок для розв'язання задач вибухового навантаження гетерогенних конденсованих середовищ.

Предложена модификация схемы численного расчета уравнений гидродинамики по методу крупных частиц для решения задач взрывного разрушения гетерогенных конденсированных сред.

Modification of chart of numeral calculation of hydrodynamics equations is offered on the method of large particles for the decision of tasks of explosive destruction of the heterogeneous condensed environments.

Эффективность добычи полезных ископаемых открытым и подземным способами в основном определяется этапом буровзрывных работ. Поэтому поиск рациональных параметров конструкции зарядов был и остается актуальным, как с научной точки зрения, так и производственной необходимости. Решение этой проблемы является сложной научно-технической задачей, решение которой затруднено в связи с ее многофакторностью, недостатком достоверных знаний о проведении гетерогенных сред в условиях динамического воздействия, принципиальным запретом на получение автомоделных решений и моделирования в целом. Поэтому исследования ограничиваются теоретическими расчетами с последующим их сравнением с фактическими результатами работы взрыва.

К настоящему времени проведенные теоретические исследования касались одного–двух факторов общей задачи, без учета их связи с другими. Кроме того, в исследованиях, как правило, использовались аналитические методы, поэтому для получения решений существенно упрощалась как физическая, так и математическая модели задачи. Поиску рациональных параметров конструкций зарядов уделялось и уделяется большое внимание, как в научных работах, так и в производственной деятельности. Порядка 90 % всех работ посвящены изучению действия на среду шпуровых и скважинных зарядов. Проводились расчеты параметров волн напряжений при взрыве удлинённого заряда в горных породах, определялись зоны взрывного разрушения в массиве, зоны переизмельчения [1, 2], исследовалось влияние параметров забойки на процесс разрушения [3] и т.д. Основным недостатком этих работ заключается в том, что не учитывался весь комплекс условий проведения взрывных работ, поэтому задача нахождения оптимальных (рациональных) параметров конструкции зарядов остается нерешенной до настоящего времени.

В связи с бурным развитием компьютерной техники, обладающей высокими показателями быстродействия и памяти, решение поставленной задачи в полном объеме возможно осуществить с помощью численных методов решения уравнений гидродинамики и химической кинетики. При этом учесть весь комплекс параметров задачи, а так же решить задачу оптимизации, т.е. поиска рациональных параметров конструкций зарядов применительно к конкретным условиям проведения взрывных работ.

Рядом зарубежных фирм разработаны пакеты программ решения задач динамики твердых сред при действии взрывного нагружения. Например, два таких пакета были использованы в работе [3]. К сожалению, такая программная продукция довольно дорогостоящая, требующая постоянного сопровождения разработчика, не подлежит модификации, класс решаемых задач ограниченный, достоверность результатов трудно определяемая.

В настоящей работе для решения задачи поиска рациональных параметров шпуровых и скважинных зарядов предлагается метод численного решения уравнений гидродинамики – метод крупных частиц [4]. Основными достоинствами метода являются его экономичность и простота реализации за счет использования явных разностных схем, не требующих выделения особенностей 1-го и 2-го рода и введения искусственной вязкости. Разностные схемы являются устойчивыми по отношению к входным данным и резким изменениям характеристик среды. Все это позволяет воспользоваться сквозным счетом и решить не только конкретную задачу, но и задачу оптимизации параметров заряда.

Метод крупных частиц был разработан для решения задач аэродинамики со сложными краевыми условиями (обтекание летательных аппаратов). В настоящей работе предпринята попытка модифицировать метод для решения динамических задач в гетерогенных средах, в частности – задачи разрушения горной породы взрывом цилиндрического заряда.

Пусть: в момент времени  $t=0$  осуществляется детонация ВВ. задается скорость детонации  $D$  и давление за фронтом детонационной волны  $P_d$ , рис. 1.

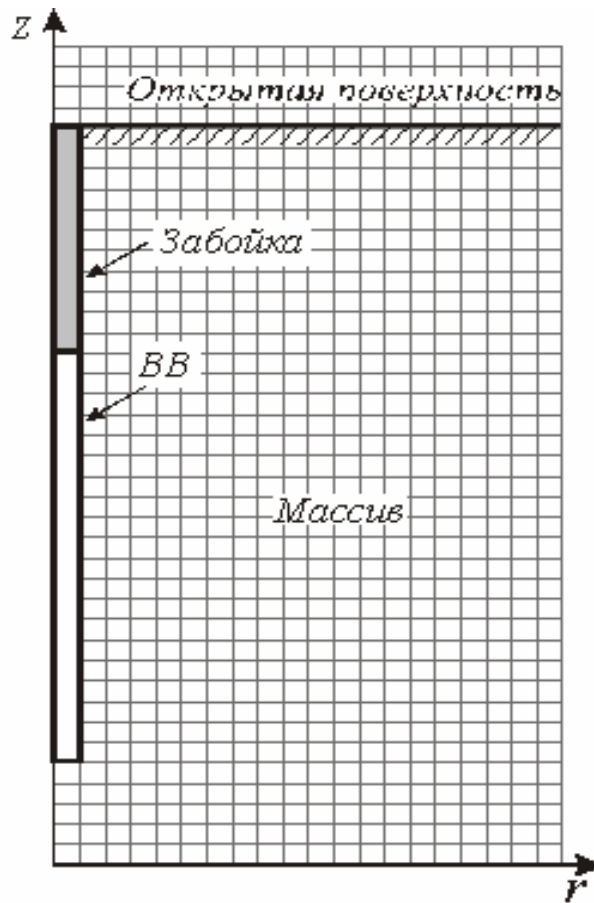


Рис. 1 Схема расположения заряда

Движение среды в цилиндрической системе координат описывается следующими уравнениями Эйлера:

а) неразрывности:  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{W}) = 0,$

б) движения: 
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div}(\rho u \vec{W}) + \frac{\partial P}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div}(\rho v \vec{W}) + \frac{\partial P}{\partial r} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

(1)

в) энергии:  $\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \text{div}(\rho E \vec{W}) + \text{div}(P \vec{W}) = 0,$

где  $\rho$  – плотность;  $P$  – давление;  $\vec{W}$  – скорость;  $u, v$  – компоненты скорости  $\vec{W}$  по оси  $z$  и  $r$  соответственно;  $z, r$  – цилиндрические координаты;  $E = J + \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$  – полная энергия;  $J$  – внутренняя энергия.

Для замыкания этой системы используются уравнения состояния. Рассматриваемая задача предполагает учет в расчётной области четырёх веществ: продуктов детонации (ПД), массива горных пород, дроблёной породы и атмосферного воздуха.

Уравнение состояния, применяемое в работе [3], получено на основе упруго-пластической модели С.С. Григоряна, единым образом описывает поведение дробленной и сплошной части массива горной породы.

Это уравнение состояния имеет вид:

$$P = P_x(\rho) - \rho\Gamma(E - E_x(\rho));$$

$$E_x(\rho) = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{P_x(\rho)}{\rho^2} d\rho = \frac{k}{n} \left[ \frac{y^{n-1}}{n-1} + \frac{1}{y} - \frac{1}{n-1} - 1 \right] \quad (2)$$

где  $P_x(\rho) = \frac{k}{n} \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right)$ .

Здесь  $k$  и  $n$  – константы,  $k = 36$  ГПа,  $n = 3$ ;  $\Gamma$  – коэффициент Грюнайзена,  $\Gamma = 1$ ;  $y = \frac{\rho}{\rho_0}$ , где  $\rho_0, \rho$  – соответственно, начальная и текущая плотность массива.

В качестве уравнения состояния продуктов детонации воспользуемся УРС для ТНТ [5], которое представим в виде двухзвенной кривой:

$$\frac{P}{P_*} = \left( \frac{\rho}{\rho_*} \right)^n, \text{ при } P \leq P_*, \quad \rho \leq \rho_*, \quad n = 1,3 \quad (3)$$

$$\frac{P}{P_n} = \left( \frac{\rho}{\rho_n} \right)^n, \text{ при } P_* < P \leq P_n, \quad \rho_* < \rho \leq \rho_n, \quad n = 3,$$

где  $P_n, \rho_n, P_*, \rho_*$  – давление и плотность в точках Чемпена–Жуге и в точке кривой разгрузки.

В качестве УРС атмосферного воздуха воспользуемся уравнением состояния идеального газа:

$$P = (\gamma - 1)\rho \cdot j, \quad (4)$$

где  $j$  – внутренняя энергия воздуха;  $\gamma$  – показатель адиабаты;  $\rho$  – плотность.

Применительно к конденсированным средам постановка задачи модифицируется следующим образом.

Уравнение неразрывности в этом случае не изменяется:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{W}) = 0. \quad (5)$$

Уравнения движения и энергии приобретают вид [3]:

$$\frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \vec{W}) = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\Theta\Theta}}{r}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \vec{W}) = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r}.$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E \vec{W}) + \operatorname{div}(P \vec{W}) = (S_{rr} \varepsilon_{rr} + S_{zz} \varepsilon_{zz} + 2S_{zr} \varepsilon_{zr} + S_{\Theta\Theta} \varepsilon_{\Theta\Theta}), \quad (7)$$

где  $S_{rr}, S_{zz}, S_{rz}, S_{\Theta\Theta}$  - компоненты девиатора напряжений;  $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{zr}, \varepsilon_{\Theta\Theta}$  - компоненты тензора скорости деформирования,  $P = -\frac{1}{3}(\sigma_{rr} + \sigma_{zz} + \sigma_{\Theta\Theta}) = -\frac{1}{3}(\sigma_{ii}) = -\sigma$   
 $S_{rr} = \sigma_{rr} - \sigma, \quad S_{zz} = \sigma_{zz} - \sigma, \quad S_{rz} = \sigma_{rz}, \quad S_{\Theta\Theta} = -\sigma;$

В гидродинамическом приближении ( $\sigma_{ij} = -\sigma \delta_{ij}$ ) уравнения (5) переходят в уравнение (1).

Компоненты тензора скорости деформирования имеют вид:

$$\xi_{rr} = \frac{\partial v}{\partial r}; \quad \xi_{\Theta\Theta} = \frac{v}{r}; \quad \xi_{zz} = \frac{\partial u}{\partial z}; \quad \xi_{rz} = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial r}. \quad (8)$$

Определение компонент тензора напряженного состояния массива в области неразрушающих нагрузок возможно на основании закона Гука:

$$\sigma_{mk} = \frac{E}{1+\chi} (\varepsilon_{mk} + \frac{\chi}{1-2\chi} \varepsilon_{ll} \cdot \delta_{mk}), \quad (9)$$

где  $E$  – модуль Юнга;  $\chi$  – коэффициент Пуассона;  $\delta_{mk}$  – символ Кронеккера.

Таким образом, система уравнений (5–9) является замкнутой и полностью описывает проведение среды в динамических задачах механики твёрдого тела.

Для установления области разрушения массива горных пород уравнения (5–9) необходимо дополнить критерием предельного состояния (критерием разрушения). В настоящей работе исследовался обобщенный критерий Мизеса, Мизеса–Хилла, Баландина. Анализ этих критериев выполнялся на основе решения задач о взрыве заряда вблизи открытой поверхности (рис. 1). Обобщенный критерий Мизеса имеет вид

$$\frac{1}{2} [(\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{\Theta\Theta})^2 + (\sigma_{\Theta\Theta} - \sigma_{rr})^2] = Y^2(P),$$

где  $Y(P) = Y_0 + \frac{\mu P}{[(1 + \mu P)/(Y_{pl} - Y_0)]^3}$ ,  $Y_0$  – сцепление, для песчаников (0,2 ГПа),

$\mu$  - коэффициент внутреннего трения (0,4),  $Y_{pl}$  - предельное значение сдвиговой прочности (1,8 ГПа).

Критерий Мизеса-Хила был получен путем модификации классического условия Мизеса на хрупко-упругие тела. Такими свойствами обладают скальные горные породы с большой акустической жесткостью. Модификация касалась учета характера напряжений: растяжение или сжатие. Предельное состояние, согласно этому условию, имеет вид:

$$\frac{(\sigma_r - \sigma_z)^2}{4g^2} + \tau_{rz}^2 \geq \tau_s^2,$$

где  $g$  – коэффициент анизотропии,  $g = \frac{\sigma_s}{\tau_s \sqrt{3}}$ ,  $\sigma_s = \begin{cases} [\sigma_{сж}] & \text{при } P < 0 \\ [\sigma_p] & \text{при } P > 0 \end{cases}$ ,  $P$  – среднее гидростатическое давление;  $\tau_s$  – предельное значение сдвиговой прочности.

В третьем комплексном критерии предельное состояние определяется в три этапа. В начале по критерию П.П. Баландина проверяется условие формоизменения:  $A_\phi \geq \tilde{A}_\phi$ , где  $A_\phi$  – удельная потенциальная энергия формоизменения,  $\tilde{A}_\phi$  – предельное значение удельной потенциальной энергии формоизменения. В цилиндрической системе координат условие выглядит следующим образом:

$$\sigma_{rr}^2 + \sigma_{\theta\theta}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}\sigma_{zz} - \sigma_{zz}\sigma_{\theta\theta} + 3\tau_{rz}^2 \geq (\sigma_p - \sigma_c) \cdot (\sigma_{rz} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) + \sigma_p \cdot \sigma_c,$$

где  $\sigma_p$ ,  $\sigma_c$  – экспериментальные параметры прочности породы на растяжение и сжатие.

При наступлении этого условия определяется тип разрушения:

$$\text{отрыв} \quad \frac{\tau_{\max}}{\sigma_1} < \frac{\tau_s}{s}; \quad \text{сдвиг} \quad \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_1} < \tau_s;$$

где  $\sigma_1$  и  $\tau_{\max}$  – наибольшие текущие нормальные и касательные напряжения,  $s$  – сопротивление породы отрыву.

Затем по критерию линейного суммирования повреждений определяются разрушения из условия:

$$\int_0^{t_p} \frac{dt_k}{t_p} = 1,$$

где  $t_p$  – продолжительность действия нагрузки в элементе до его разрушения;  $dt_k$  – продолжительность действия эквивалентного напряжения, подсчитанного по критерию Баландина;  $t_k$  – соответствующая этому напряжению продолжительность действия нагрузки до разрушения при  $\sigma_3 = \text{const}$ .

Проверка критерия производится отдельно для разных разрушений. Причем для этого необходимо знать характеристику породы  $\sigma_3(t_p)$ , т.е. продолжительность действия нагрузки  $t_p$  до разрушения при  $\sigma_3 = \text{const}$ . Кривая  $\sigma_3(t_p)$  определяется экспериментальным путем.

Критерий Мизеса рассматривает общий случай НДС твердого тела и в численном расчете определяют разрушения в равной мере как в окрестностях заряда, так и у открытой поверхности. Экспериментальные же исследования показывают преимущественное разрушение пород с большой акустической жёсткостью у открытой поверхности за счет возникновения больших деформаций. Эти особенности разрушения учтены в комплексном критерии Баландина и в критерии Мизеса-Хила. В рассматриваемых условиях эти критерии дают наиболее удовлетворительные результаты. В дальнейших исследованиях предполагается использовать критерий Мизеса-Хилла, учитывая его достаточную простоту. Применение комплексного критерия вызывает значительное усложнение расчетов и необходимость экспериментального определения характеристик  $\sigma_s(t_p)$ , которые практически отсутствуют для распространенных горных пород Донбасса.

При построении разностной схемы по методу крупных частиц (МКЧ) модельная среда заменяется системой из  $N$  крупных "жидких" частиц, которые в начальный период времени распределены в координатном пространстве  $(r, z)$ , рис. 2, по ячейкам эйлеровой сетки. Основная идея МКЧ состоит в "расщеплении" по физическим процессам исходной нестационарной системы уравнений Эйлера, записанных в форме законов сохранения.

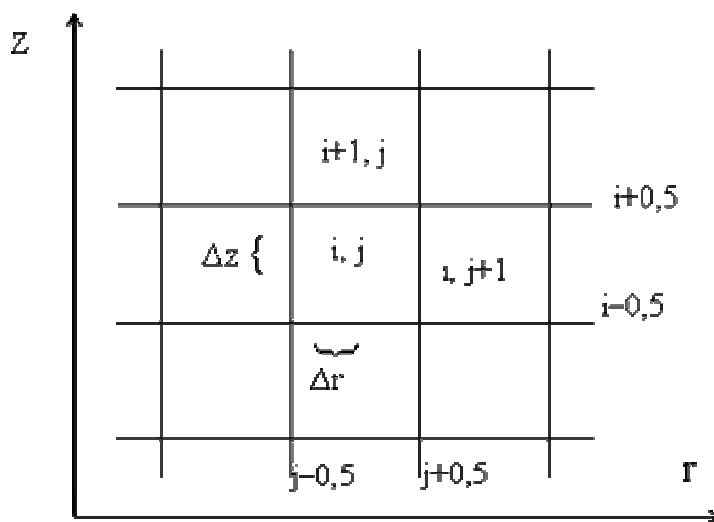


Рис. 2 Схема расчетной сетки

Эйлеров этап. В начале пренебрегаем всеми эффектами, связанными с перемещением элементарной ячейки, и учитываем эффекты ускорения лишь за счет давления; здесь для крупной частицы определяются промежуточные значения искомых параметров потока  $\tilde{\varphi}(\tilde{u}, \tilde{\vartheta}, \tilde{E})$  – эйлеров этап. Затем определяются потоки массы через границы эйлеровых ячеек (лагранжев этап), после чего вычисляются окончательные значения газодинамических параметров потока  $\underline{\psi}(u, \vartheta, E, \rho)$  на основе законов сохранения массы, импульса и энергии для каждой ячейки и всей системы в целом (заключительный этап). Все эти этапы подробно изложены в работе [4].

Учитывая, что в цилиндрической системе координат  $\text{div}(\mathbf{PW}) = \frac{\partial \mathbf{Pu}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\mathbf{Pv})}{\partial r}$ , разностный аналог системы уравнений (1) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{ij}^n \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{ij}^n \Delta r \Delta z &= -(P_{i+0,5,j}^n - P_{i-0,5,j}^n) \Delta r, \\ \rho_{ij}^n \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)_{ij}^n \Delta r \Delta z &= -(P_{i,j+0,5}^n - P_{i,j-0,5}^n) \Delta z, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\rho_{i,j}^n \left( \frac{\partial E}{\partial t} \right)_{i,j}^n \Delta r \Delta z = - \left[ \frac{j P_{i,j+0,5}^n v_{i,j+0,5}^n}{(j-0,5) \Delta r} - \frac{(j-1) P_{i,j-0,5}^n v_{i,j-0,5}^n}{(j-0,5) \Delta r} + \frac{P_{i+0,5,j}^n u_{i+0,5,j}^n - P_{i-0,5,j}^n u_{i-0,5,j}^n}{\Delta z} \right],$$

$$u_{i+0,5,j}^n = \frac{u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n}{2}, \quad \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{i,j}^n = \frac{\tilde{f}_{i,j}^n - f_{i,j}^n}{\Delta t}, \quad f = f(u, v, E).$$

Из уравнения (10) получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{i,j}^n &= u_{i,j}^n - \frac{P_{i+0,5,j}^n - P_{i-0,5,j}^n}{\Delta z} \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}^n}, \\ \tilde{v}_{i,j}^n &= v_{i,j}^n - \frac{P_{i,j+0,5}^n - P_{i,j-0,5}^n}{\Delta r} \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}^n}, \\ \tilde{E}_{i,j}^n &= E_{i,j}^n - \left[ \frac{j P_{i,j+0,5}^n v_{i,j+0,5}^n - (j-1) P_{i,j-0,5}^n v_{i,j-0,5}^n}{(j-0,5) \Delta r} + \frac{P_{i+0,5,j}^n u_{i+0,5,j}^n - P_{i-0,5,j}^n u_{i-0,5,j}^n}{\Delta z} \right] \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}^n}. \end{aligned}$$

Лагранжев этап. На этом этапе вычисляются эффекты переноса, учитывающие обмен между ячейками при их перестройке на прежнюю эйлерову сетку.

В цилиндрической системе координат разностную форму уравнения неразрывности удобно получить из интегрального представления этого уравнения:

$$\int \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau = \int_{S(t)} (\rho \vec{W})_n ds,$$

где  $S(t)$ - поверхность крупной частицы,  $\tau$  - объём,  $(\rho \vec{W})_n$  - потоки массы через границы эйлеровых ячеек.

Объём  $j$  - ячейки равен  $(j-0,5)2\pi\Delta r\Delta r\Delta z$  (в дальнейшем  $2\pi$  опустим, так как этот множитель будет и в правой части этого уравнения).

Тогда

$$(\rho_{i,j}^{n+1} - \rho_{i,j}^n)(j-0,5)\Delta r^2\Delta z = [\Delta M_{i-0,5,j}^n - \Delta M_{i+0,5,j}^n + \Delta M_{i,j-0,5}^n - \Delta M_{i,j+0,5}^n],$$



где  $\Delta M$  - масса вещества, прошедшего за  $\Delta t$  через границу ячейки. Её можно определить по формулам второго порядка точности, однако, при этом требуется введение искусственной вязкости. Поэтому остановимся на разностном представлении  $\Delta M$  в первом приближении. Расчётная схема при этом обладает достаточной устойчивостью, обусловленной наличием аппроксимационной вязкости.

Потоки массы в направлении оси  $z$  через границы ячейки определяются следующими выражениями:

$$\Delta M_{i+0,5,j}^n \begin{cases} (j-0,5)\Delta r^2 \rho_{i,j}^n \frac{\tilde{u}_{i,j}^n + \tilde{u}_{i+1,j}^n}{2} \Delta t, & \text{если } \tilde{u}_{i,j}^n + \tilde{u}_{i+1,j}^n > 0, \\ (j-0,5)\Delta r^2 \rho_{i+1,j}^n \frac{\tilde{u}_{i,j}^n + \tilde{u}_{i+1,j}^n}{2} \Delta t, & \text{если } \tilde{u}_{i,j}^n + \tilde{u}_{i+1,j}^n < 0; \end{cases}$$

$$\Delta M_{i-0,5,j}^n \begin{cases} (j-0,5)\Delta r^2 \rho_{i-1,j}^n \frac{\tilde{u}_{i-1,j}^n + \tilde{u}_{i,j}^n}{2} \Delta t, & \text{если } \tilde{u}_{i-1,j}^n + \tilde{u}_{i,j}^n > 0, \\ (j-0,5)\Delta r^2 \rho_{i,j}^n \frac{\tilde{u}_{i-1,j}^n + \tilde{u}_{i,j}^n}{2} \Delta t, & \text{если } \tilde{u}_{i-1,j}^n + \tilde{u}_{i,j}^n < 0; \end{cases}$$

в направлении оси  $r$ :

$$\Delta M_{i,j+0,5}^n \begin{cases} (j-0,5)\Delta r \Delta z \rho_{i,j}^n \frac{\tilde{v}_{i,j+1}^n + \tilde{v}_{i,j}^n}{2} \Delta t, & \text{если } \tilde{v}_{i,j+1}^n + \tilde{v}_{i,j}^n > 0, \\ (j-0,5)\Delta r \Delta z \rho_{i,j+1}^n \frac{\tilde{v}_{i,j+1}^n + \tilde{v}_{i,j}^n}{2} \Delta t, & \text{если } \tilde{v}_{i,j+1}^n + \tilde{v}_{i,j}^n < 0; \end{cases}$$

$$\Delta M_{i,j-0,5}^n \begin{cases} (j-0,5)\Delta r \Delta z \rho_{i,j-1}^n \frac{\tilde{v}_{i,j}^n + \tilde{v}_{i,j-1}^n}{2} \Delta t, & \text{если } \tilde{v}_{i,j}^n + \tilde{v}_{i,j-1}^n > 0, \\ (j-0,5)\Delta r \Delta z \rho_{i,j}^n \frac{\tilde{v}_{i,j+1}^n + \tilde{v}_{i,j-1}^n}{2} \Delta t, & \text{если } \tilde{v}_{i,j}^n + \tilde{v}_{i,j-1}^n < 0; \end{cases}$$

Заключительный этап. На этом этапе учитывается перераспределение массы, импульса, энергии по пространству и определяются окончательные поля эйлеровых параметров потока на фиксированной сетке в момент времени  $t^{n+1} = t + \Delta t$ .

Уравнения этого этапа представляют собой законы сохранения массы  $M$ , импульса  $\vec{P}$ , и полной энергии  $E$ , записанные для данной ячейки в разностной форме:

$$\begin{aligned} M^{n+1} &= M^n + \sum \Delta M_{\text{rp}}^n \\ \vec{P}^{n+1} &= \vec{P}^n + \sum \Delta \vec{P}_{\text{rp}}^n, \\ E^{n+1} &= E^n + \sum \Delta E_{\text{rp}}^n \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\Delta M_{\text{гп}}^n$  - масса вещества, которая пересекла за время  $\Delta t$  одну из границ рассматриваемой ячейки.

Суммирование производится по всем сторонам ячейки. Аналогичным образом определяются  $\Delta \vec{P}_{\text{гп}}^n$ ,  $\Delta E_{\text{гп}}^n$ . Уравнения (11) означают, что изменения параметров осуществляется только за счёт взаимодействия на внешней границе области течения, т.е. предполагается, что нет источников и стоков для  $M$ ,  $P$ ,  $E$ .

Гидродинамический подход применяется для продуктов детонации, воздуха и зоны дробления горной породы. В неразрушимой зоне необходимо решать уравнения (6, 7).

Эйлеров этап. Уравнения движения (5) приобретут вид:

$$\rho_{i,j}^n \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)_{i,j}^n \Delta r \Delta z = (\sigma(1)_{i,j+0,5}^n - \sigma(1)_{i,j-0,5}^n) \Delta z + (\sigma(4)_{i+0,5,j}^n - \sigma(4)_{i-0,5,j}^n) \Delta r + \frac{(\sigma(1)^n - \sigma(3)^n)}{j} \Delta z,$$

$$\rho_{i,j}^n \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{i,j}^n \Delta r \Delta z = (\sigma(2)_{i+0,5,j}^n - \sigma(2)_{i-0,5,j}^n) \Delta r + (\sigma(4)_{i,j+0,5}^n - \sigma(4)_{i,j-0,5}^n) \Delta z + \frac{\sigma^n(4)}{j} \Delta z,$$

или

$$\tilde{v}_{i,j}^n = v_{i,j} + \left[ \frac{\sigma(1)_{i,j+0,5}^n - \sigma(1)_{i,j-0,5}^n}{\Delta r} + \frac{\sigma(4)_{i+0,5,j}^n - \sigma(4)_{i-0,5,j}^n}{\Delta z} + \frac{\sigma(1)_{i,j}^n - \sigma(3)_{i,j}^n}{j \Delta r} \right] \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}^n},$$

$$\tilde{u}_{i,j}^n = \tilde{u}_{i,j} + \left[ \frac{\sigma(2)_{i+0,5,j}^n - \sigma(2)_{i-0,5,j}^n}{\Delta z} + \frac{\sigma(4)_{i,j+0,5}^n - \sigma(4)_{i,j-0,5}^n}{\Delta r} + \frac{\sigma(4)_{i,j}^n}{j \Delta r} \right] \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}^n},$$

где  $\sigma(1) = \sigma_{rr}$ ,  $\sigma(2) = \sigma_{zz}$ ,  $\sigma(3) = \sigma_{\Theta\Theta}$ ,  $\sigma(4) = \sigma_{rz}$ .

Для того, чтобы записать уравнение сохранения энергии, введём обозначения:  $\sigma = \frac{1}{3}[\sigma(1) + \sigma(2) + \sigma(3)]$  – среднее гидростатическое давление;

Компоненты девиатора напряжения –  $s(1) = s_{rr} = \sigma(1) - \sigma$ ,  $s(2) = s_{zz} = \sigma(2) - \sigma$ ,  $s(3) = s_{\Theta\Theta} = \sigma(3) - \sigma$ ,  $s(4) = s_{rz} = \sigma(4) - \sigma$ .

Скорости деформаций –  $\xi(1) = \xi_{rr}$ ,  $\xi(2) = \xi_{zz}$ ,  $\xi(3) = \xi_{\Theta\Theta}$ ,  $\xi(4) = \xi_{rz}$ .

Компоненты тензора скорости деформации определим следующим образом:

$$\xi(1) = \frac{v_{i,j+0,5}^n - v_{i,j-0,5}^n}{\Delta r},$$

$$\xi(2) = \frac{u_{i+0,5,j}^n - u_{i-0,5,j}^n}{\Delta z},$$

$$\xi(3) = \frac{v_{i,j}^n}{j\Delta r},$$

$$\xi(4) = \frac{v_{i+0,5,j}^n - v_{i-0,5,j}^n}{\Delta z} + \frac{u_{i,j+0,5}^n - u_{i,j-0,5}^n}{\Delta r}.$$

Тогда уравнение сохранения энергии примет вид:

$$\rho_{i,j}^n \left( \frac{\partial E}{\partial t} \right)_{i,j}^n \Delta r \Delta z = \left[ \frac{jP_{i,j+0,5}^n v_{i,j-0,5}^n - (j-1)P_{i,j-0,5}^n v_{i,j-0,5}^n}{(j-0,5)\Delta r} + \frac{P_{i+0,5,j}^n u_{i+0,5,j}^n - P_{i-0,5,j}^n u_{i-0,5,j}^n}{\Delta z} \right] + [s^n(1)\xi^n(1) + s^n(2)\xi^n(2) + s^n(4)\xi^n(4) + s^n(3)\xi^n(4)]_{i,j}$$

Или

$$\tilde{E}_{i,j}^{n+1} = E_{i,j}^n - \left[ \frac{jP_{i,j+0,5}^n v_{i,j-0,5}^n - (j-1)P_{i,j-0,5}^n v_{i,j-0,5}^n}{(j-0,5)\Delta r} + \frac{P_{i+0,5,j}^n u_{i+0,5,j}^n - P_{i-0,5,j}^n u_{i-0,5,j}^n}{\Delta z} + s^n(1)\xi^n(1) + s^n(2)\xi^n(2) + 2s^n(4)\xi^n(4) + s^n(3)\xi^n(3) \right]_{i,j} \frac{\Delta t}{\rho_{i,j}}$$

Остальной вычислительный процесс остаётся без изменений.

Численный расчет уравнений гидродинамики может быть выполнен только в ограниченной области пространства. При этом в граничных ячейках необходимо задавать такие условия, которые не искажают параметры в расчетной области. Для этого вводятся в рассмотрение фиктивные ячейки, расположение которых показано на рис. 3. Для левой границы используется условие непротекания. Вводится нулевая фиктивная ячейка, в которой  $v_{i,0} = -v_{i,1}$ , поэтому  $v_{i,0,5} = \frac{v_{i,0} + v_{i,1}}{2} = 0$ .

Была предпринята попытка перенести на верхние, нижние и правые фиктивные ячейки значения параметров из граничных ячеек путем экстраполяции нулевого, первого и второго порядков. Однако результаты расчетов текстовой задачи (взрыв камуфлетного заряда) показали, что эти экстраполяции дают результаты, противоречащие физическому смыслу. Поэтому нами было предложено использовать так называемое условие "мягкой" стенки, которое базируется на уравнении ударной адиабаты.

$$P = (A + Bu_{jm+1})u_{jm+1}$$

где  $u_{jm+1}$  – скорость вещества в фиктивной ячейке, м/с; А, В – коэффициенты.

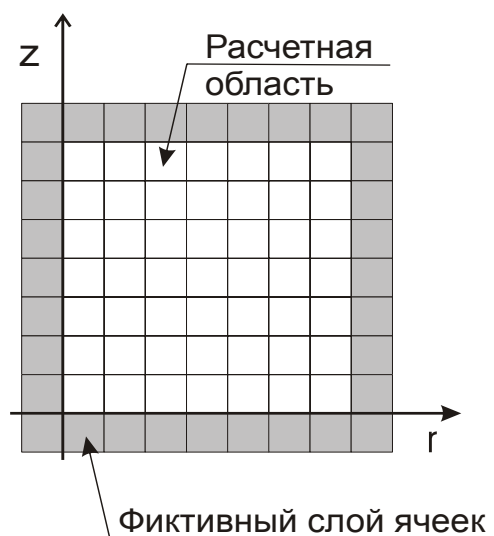


Рис. 3 Структура расчётной сетки, фиктивные ячейки

Значение  $A$  принималось равным скорости звука в веществе, а значение коэффициента  $B$  определялось по граничной ячейке:

$$B = \left( \frac{P_{jm}}{\rho_0 u_{jm}} - A \right) \frac{1}{u_{jm}}.$$

Как показали расчеты, условие "мягкой" стенки не генерирует отраженных волн сжатия или растяжения, то есть не вносит искажения в расчетную область.

Апробация модифицированной схемы расчета по методу крупных частиц, выполненная при решении задач разрушения крепкой породы цилиндрическим зарядом, показала удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

Предложенный метод расчета предполагается использовать для поиска эффективных параметров забойки в применяемых на практике цилиндрических зарядах, а так же для решения задачи оптимизации конструкции заряда в целом в  $n$ -мерном пространстве его параметров.

#### Список литературы

1. Нейман И.Б. Определение размеров зоны взрывного разрушения в массиве // ФТПРПИ. – 1979. – №5. – С. 62-67.
2. Применение забойки переменной плотности / В.Г. Яковенко, Е.Б. Бекетаев, А.И. Берг и др. // Изв. Metallургии. – 1990. – №6. – С. 37-39.
3. Вовк А.А., Черный Г.И., Кравец В.Г. Действие взрывов в грунтах. – Киев: Наукова думка, 1974. – 207 С.
4. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. – М.: Наука, 1982. – 391 С.
5. Физика взрыва / Баум Ф.А., Орленко Л.П., Станюкович К.П. и др. – М.: Наука, 1975. – 704 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Соболевим В.В.  
Надійшла до редакції 07.04.10*