

3. Кузин Ю. С, Разработка технологических схем и методов расчета усреднительных складов угля для разрезов большой производственной мощности: Дис...канд. техн. наук. -М., 1985. - 180 с.
4. Беляков Ю. Й. Проектирование экскаваторных работ. – М.: Недра, 1983.-349с.
5. Кривцов М. В., Пушкін С.П. Планування видобутку вугілля в режимі усереднення якості при розробці складноструктурних пластів // Проблеми охорони праці в Україні. - Зб. наук. праць.-Вип. 13.-К: ННДІОП. - 2007. - С. 104-112.
6. Пушкин С. Я. Оперативное планирование работы транспорта при отработке сложных угольных пластов // Технологические процессы открытых горны работ и их совершенствование. Научн. сообщ./ ИГД им. А А. Скочинского. -Вып. 211.- 1982. -С. 38-43.
7. Кривцов М. В., Ковалевич С. В., Пушкін С. П. Комп'ютерне моделювання процесу функціонування добувного виймально-транспортного комплексу кар'єру // Проблеми охорони праці в Україні. -Вип. 12.-К.: ННДІОП.-2006.-С. 91-96.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Зберовським О.В.  
Надійшла до редакції 22.02.10*

УДК 622.6:622.33.012.2

© А.Я. Рыбалко

## **ПЕРВИЧНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ТЯГОВОЙ СЕТИ ДЛЯ ИНДУКТИВНОЙ ПЕРЕДАЧИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ПЕРЕДВИЖНЫМ ПОТРЕБИТЕЛЯМ**

Рассмотрена двухпроводная тяговая сеть системы электроснабжения передвижных потребителей. Получены выражения для определения полного сопротивления многопроводных проводов трубчатого сечения тяговой сети для диапазона частот 5000-10000 Гц с учетом проявления поверхностного эффекта и эффекта близости.

Розглянута двухпроводна тягова мережа системи електропостачання пересувних споживачів. Отримані вирази для визначення повного опору багатопроводних проводів трубчатого перетину для діапазону частот 5000-10000 Гц з врахуванням поверхневого ефекту та ефекту близькості.

The two-wire traction network of system of an electrical supply of mobile consumers is considered. Expressions for definition of full resistance of multiwire wires of tubular section of a traction network for a range of frequencies of 5000-10000 Hz taking into account display of superficial effect and effect of affinity are received

**Предмет исследования.** Рассматриваем основной элемент системы электроснабжения для передачи электроэнергии по индуктивной связи передвижным потребителям – тяговую сеть. Это двухпроводная замкнутая на конце линия с ограниченной длиной ( $l \leq 10$  км), выполненная специальным проводом. Структура провода для использования на токах повышенной частоты общеизвестна [13]; она представляет собой полую проводящую трубу в диэлектрической среде: наружная оболочка исполнена из диэлектрика, трубчатый проводник цилиндрической формы, внутренняя центральная часть заполнена диэлектриком. Конструкция провода для тяговой сети, прокладываемой в условиях угольных шахт, нами отработана экспериментально, опробована в процессе приемочных испытаний и продолжительной опытной эксплуатации [6,

12]: стенку трубы образуют повивы из отдельных медных проволочек диаметром  $d_0=0,6\cdot 10^{-3}$  м без лакового покрытия; конструктивные размеры провода:  $r_1 = 9\cdot 10^{-3}$  м,  $r_2 = 12\cdot 10^{-3}$  м, диэлектрика  $r_3 = 16\cdot 10^{-3}$  м; толщина стенки проводящей трубы соответственно  $h = 3\cdot 10^{-3}$  м, средний радиус проводящего слоя  $r_{cp} = (r_1 + r_2)/2 = 10,5\cdot 10^{-3}$  м; расстояние между проводами  $b = 0,4$  м. Между образующими повив проволочками имеет место гальваническая связь.

Для решения задач проектирования необходимо знать продольные первичные параметры тяговой сети - удельные активное сопротивление  $r_0$  и индуктивность  $L_0$ . Эти параметры составляют продольное сопротивление  $Z_0 = R_0 + j\omega L_0$  (в  $R_0$  учитывается прямой и обратный провода, индуктивность  $L_0 = 2L_i + L_{en}$ , где  $L_i$  - внутренняя индуктивность;  $L_{en}$  - внешняя индуктивность). Их определение является сложной задачей из-за необходимости учета ряда факторов и оценка весомости допущений.

Энергия передается электромагнитным полем тока повышенной частоты и в определении комплексного полного продольного сопротивления линии необходимо в первую очередь оценить действенность проявления электрического поверхностного эффекта для трубчатого проводника и взаимного влияния прямого и обратного проводов (эффект близости). Это и является предметом исследования.

**Особенности рассматриваемых электромагнитных процессов.** Первоначально будем рассматривать проводящий слой провода как сплошную проводящую трубу, имеющую толщину  $h$ , а наличие «скрутки» из отдельных круглых проволочек учтем с помощью коэффициента заполнения. Таким образом, активное сопротивление трубчатого проводника запишется как  $R_a^c = R_a \cdot f(c_0)$ , где  $R_a$  - активное сопротивление сплошной проводящей трубы;  $f(c_0)$  - функция, учитывающая коррекцию сопротивления  $R_a$  с помощью коэффициента заполнения  $c_0$ .

Внешнее электромагнитное поле проникает из диэлектрика в проводящий слой трубы и распространяется в нем. Длина волны в диэлектрике определяется как  $\lambda = 3\cdot 10^8 / (f\sqrt{\varepsilon})$ , м, где  $f$  - частота электромагнитного поля;  $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрического слоя; проводимость диэлектрического слоя принимаем равной нулю ( $\gamma = 0$ ).

Электромагнитная волна, переходящая первую границу раздела сред «диэлектрик - проводящий слой», представляет собой прямую электромагнитную волну. Если проводящий слой «прозрачен» для электромагнитного поля, то электромагнитная волна далее переходит из проводящего слоя в диэлектрик. При этом она пересекает вторую границу раздела сред «проводящий слой - диэлектрик». Здесь может возникнуть отраженная электромагнитная волна, которая будет направлена от диэлектрика внутрь проводящего слоя. Картина электромагнитного поля в проводящем слое будет как результат наложения прямой и отраженной электромагнитных волн. При распространении плоских электромагнитных волн в проводящем слое происходит затухание каждой слагающей

волны по экспоненциальному закону  $H(x) = H_\tau e^{-\alpha x}$  и  $E(x) = E_\tau e^{-\alpha x}$ , где  $H_\tau$  и  $E_\tau$  - значения напряженностей магнитного и электрического полей на поверхности раздела сред (диэлектрик – проводящий слой);  $x$  - расстояние в направлении перемещения волны.

Если электромагнитная волна проходит внутрь проводящего слоя расстояние  $\delta = 1/\alpha$ , то амплитуда волны убывает в  $e^{\alpha\delta} = e$  раз. Это расстояние определяют как глубину проникновения [1]. В действительности электромагнитное поле проникает в проводящий слой на большую глубину при более существенном затухании амплитуды.

В проводящем слое имеет место существенное укорочение длины электромагнитной волны  $\lambda = 2\pi/\beta$  и замедление ее перемещения  $V_\phi = \omega/\beta$ , где  $\beta = \sqrt{0,5\omega\mu\mu_0\gamma}$ . Таким образом, процесс распространения электромагнитной волны в проводящем слое характеризуется зависимостями:

- длина волны  $\lambda = 3162/\sqrt{\mu\gamma \cdot f}$ , м;
- фазовая скорость волны  $V_\phi = 3162\sqrt{f/\mu\gamma}$ , м/с;
- глубина проникновения  $\delta = 500/\sqrt{f \cdot \mu\gamma}$ , м.

Из приведенных в табл. 1 основных величин, характеризующих электромагнитное поле в проводящем слое и диэлектрической оболочке (для значений частот:  $f_1 = 5000$  Гц и  $f_2 = 10000$  Гц), следует, что в проводящей среде резко сокращаются длина волны ( $\lambda_\gamma$ ) и скорость распространения ( $V_{\phi\gamma}$ ).

Таблица 1

№ пп	$f_1$ , Гц	$\lambda_\gamma$ , м	$\delta_\gamma$ , м	$V_{\phi\gamma}$ , м/с	$\lambda_\varepsilon$ , м
1	$5 \cdot 10^3$	$5,92 \cdot 10^{-3}$	$0,94 \cdot 10^{-3}$	29,61	$3,87 \cdot 10^4$
2	$1 \cdot 10^4$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$0,66 \cdot 10^{-3}$	41,75	$1,94 \cdot 10^4$

При передаче электромагнитной энергии по двухпроводной тяговой сети между проводами действует напряжение, обуславливающее внешнее электромагнитное поле. Его радиальная составляющая напряженности электрического поля ( $\vec{E}_M$ ) совместно с напряженностью магнитного поля ( $\vec{H}_M$ ) создает продольную составляющую потока электромагнитной мощности (поток вектора Пойтинга  $\vec{P}_M$ ), поступающей на покрытие нагрузки передвижных потребителей ( $\vec{Z}_{не}$ ). Продольные составляющие напряженности электрического поля имеют место на поверхности проводящего слоя провода (например, в точке N, составляющая  $\vec{E}_N$ ) и обуславливают ответвление потока электромагнитной мощности ( $\vec{P}_N$ ), идущий на покрытие активных потерь в проводе ( $\Delta P_n$ ). Поэтому в общем случае активное сопротивление провода можно определить как

$$R_a^c = \Delta P_n / I^2.$$

При рассмотрении процесса проникновения электромагнитного поля внутрь проводящей цилиндрической поверхности учитываем положения [1]:

1. Если радиус кривизны поверхности существенно превосходит глубину проникновения, т.е.  $r \geq (2 \div 3)\delta$  или  $r \geq (1000 \div 1500) / \sqrt{f \cdot \mu \gamma}$ , то полагаем, что внутри проводящего слоя распространяются плоские волны.

2. Во всех случаях, когда толщина проводящего слоя трубы близка к длине волны, считаем ее «непрозрачной» для электромагнитного поля, т.к. амплитуды составляющих напряженности электрического и магнитного полей уменьшаются до значения  $\sim 0,0018$  от исходного. Практически можно считать проводящий слой «непрозрачным» в случае, когда электромагнитная волна должна пройти путь  $h \geq 3\delta$ , т.к.  $H(3\delta) = H_\tau e^{-\alpha \cdot 3\delta} = H_\tau e^{-3} \cong 0,04H_\tau$ .

При прохождении переменного тока  $\dot{I}$  в проводящем слое трубы провода на внешней поверхности ( $r_2$ ) образуется магнитное поле с напряженностью  $\dot{H}_\tau = \dot{I} / (2\pi r_2)$ . Электромагнитное поле проникает из окружающего диэлектрика внутрь стенки трубы. Если выполняется условие  $r_2 \geq 3\delta$ , то можно принять, что внутрь проводящего слоя проникают плоская электромагнитная волна. Частота тока должна быть такой, чтобы длина волны в изолирующем диэлектрике, была бы много больше его толщины  $r_3 - r_2 \ll \lambda$ . При частоте  $f = 5 \cdot 10^3$  Гц и  $\varepsilon \approx 2,4$  (стирофлекс, полиэтилен) длина волны составляет  $4 \cdot 10^4$  м, т.е. условие (1) заведомо выполняется. Если бы это условие не выполнялось, то необходимо рассматривать распространение волны в радиальном направлении внутри изолирующего слоя. При этом определить напряженность магнитного поля  $H_\tau$  на проводящей поверхности по закону полного тока практически невозможно, т.к. имел бы место заметный ток смещения в продольном направлении изолирующего слоя.

При прохождении переменного тока по трубчатому проводу имеет место явление поверхностного эффекта. Для его оценки, в первом приближении примем, что параллельный обратный провод двухпроводной сети удален так, что влиянием переменного магнитного потока от его тока на распределение тока в прямом проводе, можно пренебречь.

Для анализа примем цилиндрическую систему координат  $(z, r, \varphi)$ , совместив ось  $Z$  с осью провода. Плотность переменного электрического тока ( $\dot{\delta}$ ) распределяется неравномерно по сечению провода. Она имеет наибольшее значение на поверхности проводящего слоя провода и убывает по мере удаления от поверхности внутрь проводящего слоя. Вихревые токи в проводящем слое провода ослабляют «внутренний» магнитный поток (магнитный поверхностный эффект). Размагничивающее действие вихревых токов уменьшает «внутреннее» индуктивное сопротивление провода. Явление поверхностного эффекта рассматриваем как проникновение электромагнитного поля вглубь проводящего слоя из окружающего пространства. Потери энергии на нагревание провода током следует рассматривать как поглощение внутри провода электромагнитной энергии, передаваемой в тело провода через его поверхность из окружающего пространства. Переменная электромагнитная волна затухает по мере проникновения вглубь проводящей среды. Поэтому амплитуды плотности тока

и напряженностей электрического и магнитного полей имеют наибольшее значение на поверхности тел из проводящего материала.

В работах [1-5] достаточно подробно рассматривается задача по определению продольных первичных параметров ( $R_0, L_0$ ) сплошного цилиндрического провода. Эту методику расчета можно использовать для случая, когда толщина проводящего слоя «непрозрачна» для электромагнитных волн. Действительно, если поле не проникает через его толщину  $h$ , то на поверхности проводящего слоя не может появиться сигнал, по которому можно было бы установить, есть ли отверстие внутри цилиндра (труба это или сплошной цилиндр). В работах по высокочастотным кабелям связи [7, 8] рассматривается расчет параметров коаксиального кабеля, у которого в качестве обратного провода служит проводящая оболочка (как полый цилиндр, соосный с центральным прямым проводом). Эта задача близка к нашей задаче расчета трубчатого провода. Однако есть существенные отличия: в коаксиальном кабеле энергия электромагнитного поля сосредоточена в пространстве между центральным проводником («жилой») кабеля и проводящей оболочкой. Поле проникает в проводящую оболочку изнутри. Вне кабеля поле не существует. В процессе проникновения эффект электромагнитной волны как бы «расширяется». Для трубчатого провода двухпроводной сети электромагнитное поле существует снаружи провода. Электромагнитная волна проникает от периферии проводящего слоя к оси провода. Фронт волны как бы сужается вследствие уменьшения радиуса проводящего слоя цилиндрической поверхности. Очевидно, что эти два варианта проникновения волны в проводящую среду, ограниченную цилиндрическими поверхностями будут прежде всего отличаться граничными условиями  $|H_{1r} = I/(2\pi r_1), H_{2r} = I/(2\pi r_2)|$  и направлением движения электромагнитной волны.

**Расчет продольных электрических параметров трубчатого провода.**

Напряжение и ток  $I = const$  в любом сечении тяговой сети изменяются по гармоническому закону. Напряженности магнитного и электрического полей в проводящем слое провода связаны между собой уравнениями Максвелла. Модули векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  также будут гармоническими функциями времени. Поэтому уравнения Максвелла можно представить в комплексной форме

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \gamma \vec{E}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (1)$$

В принятой цилиндрической системе координат (рис. 1) получим две системы уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} &= -j\omega\mu_0 H_r; & \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot H_\varphi - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} &= \gamma E_z; \\ \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot E_\varphi - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} &= -j\omega\mu_0 H_z; \text{ и} & \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} &= \gamma E_r; \\ \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} &= -j\omega\mu_0 H_\varphi. & \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} &= \gamma E_\varphi. \end{aligned}$$

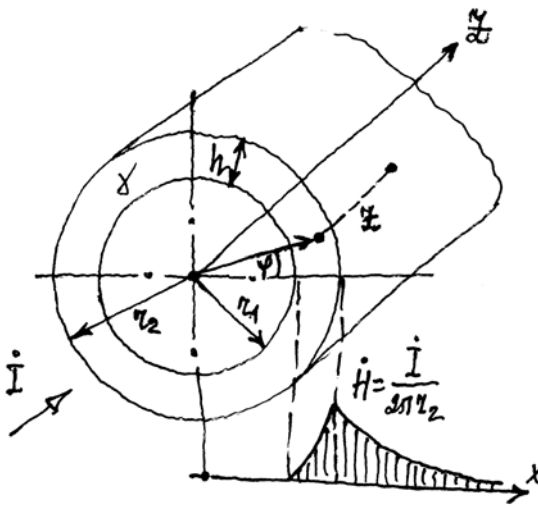


Рис.1. Трубчатый проводящий слой провода

В соответствии с выбранным направлением тока в проводящем слое (по оси Z) примем:  $E_r = 0$ ,  $E_\varphi = 0$ ,  $H_z = 0$ . Тогда получим

$$H_r = -\frac{1}{j\omega\mu_0 r} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial \varphi}; \quad H_\varphi = \frac{1}{j\omega\mu_0} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial r}.$$

Продифференцируем первое уравнение по переменной  $\varphi$ , а второе – по переменной  $r$ :

$$\frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = -\frac{1}{j\omega\mu_0 r} \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2}; \quad \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} = \frac{1}{j\omega\mu_0} \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2}$$

и, подставив значения производных в исходные уравнения, получим

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = jk^2 E_z, \quad (1)$$

где  $k = \sqrt{\gamma\omega\mu_0}$ , 1/м, - постоянная распространения.

Частные производные  $\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} = 0$ . Кроме того, примем  $\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = 0$

как величину второго порядка малости. Тогда окончательно запишем уравнение (1) в виде

$$\frac{d^2 E_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dE_z}{dr} - jk^2 E_z = 0.$$

Полученное уравнение представляет собой уравнение Бесселя при  $n = 0$ ; его решение записывается в следующем виде:

$$E_z = A \cdot I_0(\sqrt{jk}r) + B \cdot K_0(\sqrt{jk}r), \quad (2)$$

где  $A$  и  $B$  – постоянные интегрирования;  $I_0$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка;  $K_0$  – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка (функция Макдональда),

Определим

$$H_\varphi = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{dE_z}{dr}$$

или

$$H_\varphi = \frac{\sqrt{jk}}{j\omega\mu_0} \left[ A \cdot \frac{dI_0(\sqrt{jk}r)}{dr} + B \cdot \frac{dK_0(\sqrt{jk}r)}{dr} \right].$$

Согласно источника [9]  $\frac{dI_0}{dx} = I_1(x)$ ,  $\frac{dK_0}{dx} = -K_1(x)$ , где  $I_1(x)$  - модифицированная функция Бесселя первого порядка;  $K_1(x)$  - функция Макдональда первого порядка.

Тогда получаем

$$H_\varphi = \frac{\sqrt{jk}}{j\omega\mu_0} \left[ A \cdot I_1(\sqrt{jk}r) - B \cdot K_1(\sqrt{jk}r) \right]. \quad (3)$$

Для определения постоянных интегрирования (А и В) сформулируем граничные условия:

- при  $r = r_2$ ,  $H_\varphi = I/2\pi r_2$  (внешняя поверхность проводящего слоя);
- при  $r = r_1$ ,  $H_\varphi = 0$  (внутренняя поверхность проводящего слоя).

Подставим граничные условия в (3) и получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} A \cdot I_1(\sqrt{jk}r_2) - B \cdot K_1(\sqrt{jk}r_2) = \frac{j\omega\mu_0 I}{\sqrt{jk}2\pi r_2}; \\ A \cdot I_1(\sqrt{jk}r_1) - B \cdot K_1(\sqrt{jk}r_1) = 0. \end{cases}$$

Учитывая, что  $k = \sqrt{\omega\gamma\mu_0}$ , преобразуем правую часть первого уравнения к виду  $j\omega\mu_0 I / \sqrt{jk}2\pi r_2 = \sqrt{jk}I / 2\pi r_2 \gamma$ . Представим последние уравнения в матричной форме (для удобства вычислений):

$$\begin{bmatrix} I_1(\sqrt{jk}r_2) - K_1(\sqrt{jk}r_2) \\ I_1(\sqrt{jk}r_1) - K_1(\sqrt{jk}r_1) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{jk}I}{2\pi r_2 \gamma} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Запишем выражения для определения постоянных интегрирования  $A = \Delta_1/\Delta$ ,  $B = \Delta_2/\Delta$ ,

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} I_1(\sqrt{jk}r_2) - K_1(\sqrt{jk}r_2) \\ I_1(\sqrt{jk}r_1) - K_1(\sqrt{jk}r_1) \end{vmatrix} = K_1(\sqrt{j}\xi_2) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_1) - K_1(\sqrt{j}\xi_1) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_2).$$

Здесь значения  $\xi_2 = kr_2$ ,  $\xi_1 = kr_1$ ,  $\Delta$  - главный определитель системы.

Соответственно

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{jk}I}{2\pi r_2 \gamma} & -K_1(\sqrt{j}\xi_2) \\ 0 & -K_1(\sqrt{j}\xi_1) \end{vmatrix} = \left( -\sqrt{jk}I / (2\pi r_2 \gamma) \right) \cdot K_1(\sqrt{j}\xi_1);$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} I_1(\sqrt{j}\xi_2) & \frac{\sqrt{jk}I}{2\pi r_2\gamma} \\ I_1(\sqrt{j}\xi_1) & 0 \end{vmatrix} = \left(-\sqrt{jk}I/(2\pi r_2\gamma)\right) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_1).$$

Окончательно получаем определение постоянных интегрирования в виде:

$$A = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\sqrt{jk}I}{2\pi r_2\gamma} \cdot \frac{K_1(\sqrt{j}\xi_1)}{K_1(\sqrt{j}\xi_1) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_2) - K_1(\sqrt{j}\xi_2) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_1)};$$

$$B = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\sqrt{jk}I}{2\pi r_2\gamma} \cdot \frac{I_1(\sqrt{j}\xi_1)}{K_1(\sqrt{j}\xi_1) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_2) - K_1(\sqrt{j}\xi_2) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_1)}.$$

Таким образом, напряженность электрического поля на наружной поверхности проводящего слоя провода определяем как

$$E_z = \frac{\sqrt{jk}I}{2\pi r_2\gamma} \cdot \frac{K_1(\sqrt{j}\xi_1) \cdot I_0(\sqrt{j}\xi_2) + K_0(\sqrt{j}\xi_2) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_1)}{K_1(\sqrt{j}\xi_1) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_2) - K_1(\sqrt{j}\xi_2) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_1)}.$$

Полное комплексное сопротивление провода с проводящим слоем на единицу длины находим из выражения

$$\underline{Z}_{0n} = R_{0n} + jx_{0n} = \frac{1}{I^2} \int_0^{2\pi} E_z(r_2) \tilde{H}_\varphi(r_2) r_2 d\varphi$$

где  $R_{0n}$  - активное сопротивление провода;  $x_{L0n}$  - реактивное сопротивление провода, обусловленное внутренней индуктивностью.

Подставив значения  $E_z$  и  $H_\varphi$ , получим комплексное сопротивление двухпроводной тяговой сети из двух трубчатых проводов (на единицу длины):

$$\underline{Z}_{0c} = \frac{\sqrt{jk}}{\pi r_2\gamma} \cdot \Phi(\xi_1, \xi_2), \quad (4)$$

где  $\Phi(\xi_1, \xi_2) = \frac{K_1(\sqrt{j}\xi_1) \cdot I_0(\sqrt{j}\xi_2) + K_0(\sqrt{j}\xi_2) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_1)}{K_1(\sqrt{j}\xi_1) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_2) - K_1(\sqrt{j}\xi_2) \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_1)}.$

Здесь не учитывается взаимное влияние проводов на распределение плотности тока в них (эффект близости), что вполне допустимо, т.к. отношение  $r_2/b = 0,03$ .

**Учет внешней индуктивности проводов сети.** Если расстояние между проводами двухпроводной сети велико по сравнению с радиусом провода



( $b \gg r_2$ ), то влиянием магнитного поля второго провода пренебрегают, т.к. напряженность магнитного поля обратно пропорциональна расстоянию до оси провода. В таком случае сопротивление двухпроводной сети определяем с учетом реактивного сопротивления, обусловленного магнитным потоком в воздухе. Для петли из двух параллельных проводов при  $b \gg r$  собственная индуктивность определяется из выражения

$$L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{b}{r_2}\right) = 4 \cdot 10^{-7} \ln\left(\frac{b}{r_2}\right), \quad \frac{\Gamma_{\text{H}}}{\text{M}}.$$

Тогда полное сопротивление сети будет равно

$$\underline{Z}_{0c}^{(\text{полн})} = \underline{Z}_{0c} + j8\pi f 10^{-7} \ln\left(\frac{b}{r_2}\right), \quad \frac{\text{Ом}}{\text{M}}. \quad (5)$$

В литературе [3, 5] для учета внутренней индуктивности проводника вводят в формулу (5) дополнительное слагаемое  $0,25 \mu_0/\pi$ , обусловленное магнитным потоком внутри самих проводов. Однако, если значение сопротивления  $0,25 \omega \mu_0/\pi$  сравнимо со значением сопротивления  $\omega L_0$ , то необходимо учитывать внутреннюю индуктивность с учетом распределения поля в проводящей трубе, а иногда учитывая и эффект близости.

При высоких частотах внутреннее реактивное сопротивление увеличивается пропорционально  $\sqrt{f}$ , тогда, как учет внутреннего магнитного потока дополнительным постоянным слагаемым приводит к кажущемуся росту внутреннего реактивного сопротивления  $x_{L_{0c}}$ , пропорциональному частоте. Поэтому для придания расчетным формулам (5) канонического вида, удобного для практических расчетов, можно пользоваться приближением  $x_{L_{0c}} = 0,25 \omega \mu_0/\pi$ , но с учетом сделанных выше оговорок.

Выполним численные оценки полученных расчетных соотношений (табл.2).

Таблица 2

Составляющие для расчета сопротивления тяговой сети

$f, \text{ Гц}$	5000
$\xi_1$	13,5
$\xi_2$	18
$I_0(\sqrt{j}\xi_2)$	$31,85 \cdot 10^3 \angle 786^0$
$I_0(\sqrt{j}\xi_1)$	$2,084 \cdot 10^3 \angle 635^0$
$I_1(\sqrt{j}\xi_2)$	$31,23 \cdot 10^3 \angle 797^0$
$K_0(\sqrt{j}\xi_2)$	$3,3 \cdot 10^{-4} \angle -427^0$
$K_1(\sqrt{j}\xi_1)$	$3,4 \cdot 10^{-4} \angle -159^0$
$K_1(\sqrt{j}\xi_2)$	$3,4 \cdot 10^{-4} \angle -159^0$
$\Phi(\xi_1, \xi_2)$	1,152

## Сопротивление тяговой сети с учетом внешней индуктивности проводов

$$\underline{Z}_{0c}^{(полн)} = 0,56 + j44,56, \quad \frac{\text{Ом}}{\text{км}}$$

Вследствие электрического поверхностного эффекта активное сопротивление сети возросло в 3,164 раза, по сравнению с сопротивлением постоянному току 0,177 Ом/км. Индуктивная составляющая сопротивления сети за счет внешней индуктивности почти в 80 раз превышает активную составляющую.

**Коррекция по проявлению поверхностного эффекта.** Формула (4) позволяет рассчитать сопротивление провода  $\underline{Z}_0$  с использованием значений функций Бесселя, которые можно получить из таблиц [14]. При достаточно

больших значениях параметра  $\xi$ , соответствующих условию  $\sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0}} < \begin{cases} r_2 \\ h \end{cases}$ , ко-

гда поверхностный эффект проявляется достаточно существенно, функции  $K_0(\xi)$  и  $K_1(\xi)$  принимают весьма малые значения (порядок  $10^{-4}$ ). При частотах 5000 ... 10000 Гц глубина проникновения электромагнитной волны в проводящий слой провода составляет  $(0,94 \dots 0,66) \cdot 10^{-3}$  м. Можно считать проводящий слой провода «непроразрачным» для этого диапазона частот электромагнитных волн (отсутствуют обратные волны), так как толщина проводящего слоя превосходит глубину проникновения прямой волны. Поэтому можно, например, сопоставляя с коаксиальным кабелем, представить рассматриваемый проводящий слой на месте жилы коаксиального кабеля, радиус обратного проводника которого считать бесконечно большим. Особенность состоит в том, что при  $r \leq r_1$  плотность тока будет равна нулю. Поэтому при определении постоянных интегрирования следует использовать граничные условия на поверхности проводящего слоя.

В проводящем слое провода напряженность электрического поля возрастает с ростом радиуса. Второе слагаемое в уравнении (2), уменьшается с ростом аргумента ( $\xi = kr$ ), что не соответствует физике явления. Поэтому постоянную интегрирования  $B$  принимаем равной нулю и получаем  $E_z = A \cdot I_0(\sqrt{j}\xi)$ .

Для определения постоянной интегрирования  $A$  воспользуемся равенством

$$H_\varphi = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{\sqrt{j}k}{j\omega\mu_0} \cdot A \cdot I_1(\sqrt{j}\xi).$$

Согласно закону полного тока  $H_\varphi = \frac{I}{2\pi r}$ , поэтому, преобразуя последнюю выражение при  $r = r_2$ , определяем  $A = \frac{I}{2\pi r_2} \frac{j\omega\mu_0}{\sqrt{j} \cdot k \cdot I_1(\sqrt{j}\xi_2)}$ .

С учетом значения постоянной интегрирования  $A$  запишем выражения для  $E_z$  и  $H_\varphi$  на поверхности проводящего слоя в виде:

$$E_z = \frac{I}{2\pi r_2} \frac{\sqrt{j\omega\mu_0}}{k} \frac{I_0(\sqrt{j\xi_2})}{I_1(\sqrt{j\xi_2})}, \quad H_\varphi = \frac{I}{2\pi r_2}.$$

Далее определяем сопротивление провода тяговой сети

$$\underline{Z}_{0n} = R_{0n} + jx_{L0n} = \frac{1}{I^2} \int_0^{2\pi} E_z(r_2) \cdot \tilde{H}_\varphi(r_2) \cdot r_2 d\varphi = \frac{\sqrt{jk}}{2\pi r_2 \gamma} \cdot \frac{I_0(\sqrt{j\xi_2})}{I_1(\sqrt{j\xi_2})}.$$

При значениях  $\xi > 5$  модифицированные функции Бесселя первого рода можно представить асимптотическими рядами

$$I_0(\sqrt{j\xi}) = \frac{e^{\sqrt{j\xi}}}{\sqrt{2\pi\sqrt{j\xi}}} \left( 1 + \frac{1}{8\sqrt{j\xi}} + \dots \right); \quad I_1(\sqrt{j\xi}) = \frac{e^{\sqrt{j\xi}}}{\sqrt{2\pi\sqrt{j\xi}}} \left( 1 - \frac{3}{8\sqrt{j\xi}} + \dots \right).$$

В нашем случае параметр  $\xi_2 = 18$ . Учитывая, что  $8\xi_2 \gg 1$  и  $8\xi_2 \gg 3$ , подставив значения  $I_0(\sqrt{j\xi_2})$  и  $I_1(\sqrt{j\xi_2})$  в выражение для  $\underline{Z}_{0n}$ , получим:

$$R_{0n} = \frac{\sqrt{2} \cdot k}{4\pi r_2 \gamma} = \frac{4,18 \cdot 10^{-5} \sqrt{f}}{r_2}, \quad \frac{\text{Ом}}{\text{км}}; \quad X_{L0n} = \frac{4,18 \cdot 10^{-5} \sqrt{f}}{r_2}, \quad \frac{\text{Ом}}{\text{км}}.$$

Для двухпроводной тяговой сети, с учетом внешней индуктивности, получаем следующую расчетную формулу

$$\underline{Z}_{0c}^{(\text{полн})} = \frac{8,36 \cdot 10^{-5} \sqrt{f}}{r_2} [1 + j] + j8\pi f \cdot 10^{-4} \ln\left(\frac{b}{r_2}\right), \quad \frac{\text{Ом}}{\text{км}}. \quad (6)$$

Отметим, что условиями применимости формулы (6) являются:  $\xi > 5$ ,  $\frac{2h}{\delta} \geq 5$ ; в диапазоне частот 5000...10000 Гц оба условия выполняются.

Расчетное значение сопротивления сети на частоте  $f = 5000$  Гц

$$\underline{Z}_{0c, f=5000 \text{ Гц}}^{(\text{полн})} = 49,27 \cdot 10^{-2} + j45,05 \frac{\text{Ом}}{\text{км}}.$$

Расхождение расчетного значения активного сопротивления сети с предыдущим результатом по формуле (5), составляет 12,5 %, что приемлемо, учитывая принятые ранее допущения.

**Расчет сопротивления провода с проводящим слоем из многопроволочных скрученных повивов** из медных неизолированных проводников  $4h(2r_2 - h)/d_0^2 \gg 1$ , дающих заполнение проводящего слоя близкое к сплошному сечению (рис.2).

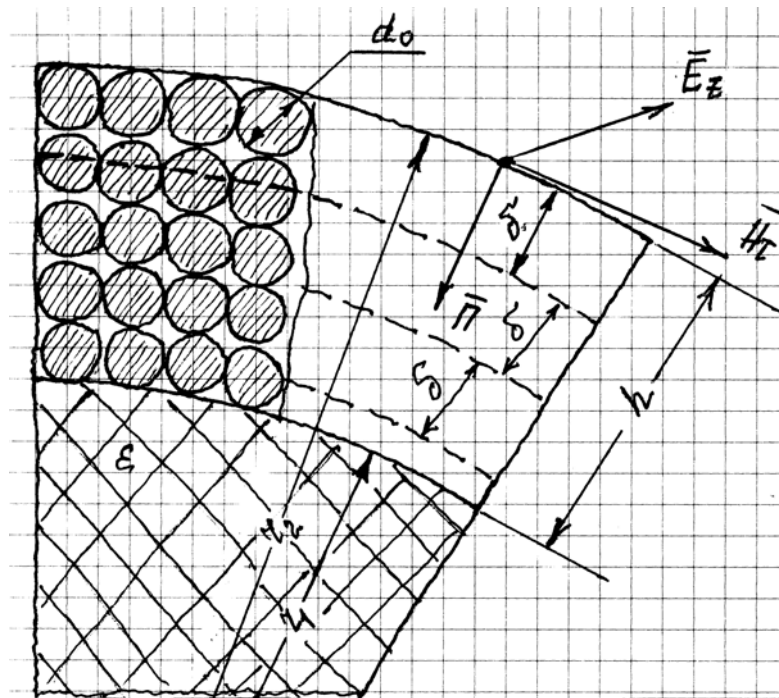


Рис.2. Многопроволочный трубчатый проводящий слой провода

Здесь показанные слои проволочек, соответствующие глубине проникновения электромагнитной волны  $\delta = \sqrt{2}/k$ , иллюстрируют условие отсутствия обратной волны и поэтому указано направление движения прямой волны (вектор Пойтинга  $\bar{P}$ ).

В работе [10] рассматривается расчет активного сопротивления многопроволочных скруток, где введен средний коэффициент заполнения  $\alpha_{cp}$ , который используется при расчете их сопротивления наряду с обычным коэффициентом заполнения  $\alpha$  и приведены графики для нахождения коэффициентов  $\alpha$  и  $\alpha_{cp}$  по аргументу  $x = \delta/d_0$ . В дальнейшем учет скрутки проводников производится введением в известные формулы расчета активного сопротивления [7] коэффициентов  $\alpha$  и  $\alpha_{cp}$  (в работе [7] рассматривается диапазон частот  $10^5 - 10^7$  Гц); следует отметить, что формулы, принятые там в качестве основных дают завышенные результаты при расчете активного сопротивления многопроволочной скрутки. Кроме того, при значениях  $x = \delta/d_0 > 1,5$  значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\alpha_{cp}$  практически совпадают. Само толкование процесса проникновения электромагнитной волны в отдельную проволочку скрутки, используемое автором, к нашей задаче требует корректировки. Коэффициент должен учитывать соотношение площадей сплошного сечения проводящего слоя и се-

чения совокупности проволок. А это, в свою очередь, зависит от внешнего диаметра проводящего слоя ( $2r_2$ ), диаметра проволок ( $d_0$ ), их количества ( $n$ ), что определяется плотностью повива, т.е.  $\alpha = f(2r_2, d_0, n)$ . Дополнительным критерием является отношение  $\delta/d_0$ .

Для диапазона 5000 - 10000 Гц применим следующий методический учет наличия многопроволочной скрутки. Полагаем, что процесс проникновения электромагнитной волны в многопроволочную скрутку, при гальванической связи между проволоками, подобен проникновению электромагнитной волны в сплошной проводник.

Определим коэффициент заполнения в виде  $\alpha = \frac{S_{\kappa}}{n \cdot S_{np}}$ , где  $S_{\kappa}$  - площадь сплошного кольца проводящего слоя;  $S_{np}$  - площадь сечения отдельной проволоки;  $n$  - число проволок.

Отсюда получим, что  $n \cdot S_{np} = S_{\kappa} / \alpha$  или  $R_{0c}^{nos} = R_{0c} \cdot \alpha$ , т.к.

$$R_{0c}^{nos} \rightarrow \frac{1}{n \cdot S_{np}} = \frac{\alpha}{S_{\kappa}}.$$

Оценить плотность повива из проволок можно по следующей методике:

1) определяем кажущееся количество  $n_{\kappa}$  проволок в сечении сплошного кольца  
 $n_{\kappa} = S_{\kappa} / S_{np}$ ;

2) находим (путем подсчета или по паспортным данным) действительное количество проволок  $n$ ;

3) устанавливаем разницу  $\Delta n = n_{\kappa} - n$ ;

4) находим площадь части сечения, не занятую металлом (свободное пространство)

$$\Delta S_{св} = S_{np} \cdot \Delta n = \frac{\pi d_0^2}{4} \cdot \Delta n,$$

или в относительных единицах измерения

$$\Delta S\% = \frac{\Delta S_{св}}{S_{\kappa}} \cdot 100\% = \left( \frac{\pi d_0^2}{4} \cdot \Delta n / S_{np} \cdot n_{\kappa} \right) \cdot 100\%.$$

Откуда  $\Delta S\% = \frac{\Delta n}{n_{\kappa}} 100\%$ .

Можно предположить, что при  $\Delta S\% \leq (5 \div 10)\%$  изложенная методика оценки возрастания сопротивления за счет многопроволочного исполнения проводящего слоя провода вполне оправдана. Это подтверждает приводимый ниже численный расчет.

Для рассматриваемого опытного образца провода:  $d_0 = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  
 $2r_2 = 24 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $2r_1 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $n = 170$  (по подсчету). Вычисляем:  
 кажущееся количество проволок

$$n_k = \frac{S_k}{S_{np}} = \frac{6,28 \cdot 10,5 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 0,36 \cdot 10^{-6}} = 175;$$

коэффициент заполнения

$$\alpha = \frac{S_k}{n \cdot S_{np}} = \frac{197,82 \cdot 10^{-6}}{192,168 \cdot 10^{-6}} = 1,294;$$

площадь свободного пространства в сечении проводящего слоя провода

$$\Delta S\% = \frac{5}{175} \cdot 100\% = 2,85\%;$$

значение активного сопротивления многопроволочного проводящего слоя провода

$$R_{0c}^{ног} = R_{0c} \cdot \alpha = 0,49 \cdot 1,0294 = 0,505 \frac{\text{Ом}}{\text{км}}.$$

Этот результат весьма близок к экспериментальному значению, полученному при приемочных испытаниях [6].

Таким образом, для практического расчета комплексного продольного сопротивления проводов тяговой сети в диапазоне 5000-10000 Гц можно рекомендовать следующую формулу

$$\underline{Z}_{0c}^{(ног)} = \frac{8,36 \cdot 10^{-5} \sqrt{f} \cdot \alpha}{r_2} [1 + j] + j8\pi f \cdot 10^{-4} \ln\left(\frac{b}{r_2}\right), \frac{\text{Ом}}{\text{км}}.$$

Эта зависимость не учитывает вносимых активных и реактивных сопротивлений. Следует отметить, что вносимые активные сопротивления несколько увеличивают активную составляющую сопротивления провода тяговой сети, а реактивную – уменьшают.

**Оценка взаимного влияния проводов тяговой сети.** Взаимное влияние проводов тяговой сети проявляется из-за того, что каждый из них попадает в магнитное поле другого провода. В каждом из проводов образуются контуры вихревых токов, обусловленные магнитным полем соседнего провода. Это, в свою очередь, приводит к дополнительному неравномерному распределению плотности тока по сечению проводов (эффекта близости).

Рассмотрим несколько предварительных положений, учитывая, что отношение  $\frac{r_2}{d_0} = 3 \cdot 10^{-2}$ , т.е. весьма мало. Плотность тока на поверхности провода

будет максимальной и определяется через напряженность электрического поля по закону Ома  $\delta_z = \gamma E_z$ .

Для прямой электромагнитной волны на поверхности проводящего слоя провода напряженности магнитного и электрического поля связаны соотношением  $E_z = Z_c \cdot H_\tau$ , где  $Z_c = \sqrt{\omega\mu_0/\gamma} e^{j\frac{\pi}{4}}$  - волновое сопротивление материала проводящего слоя провода.

Проведя преобразования, запишем

$$\delta_z = \sqrt{\gamma\omega\mu_0} e^{j\frac{\pi}{4}} \cdot H_\tau.$$

Таким образом, напряженность магнитного поля на поверхности проводящего слоя провода, обуславливает плотность тока на этой поверхности. Это значение плотности тока на границе раздела сред диэлектрик – проводящая среда является предопределяющим при оценке распределения плотности тока по сечению проводящего слоя вследствие поверхностного эффекта и эффекта близости

$$\delta(x) = \sqrt{\gamma\omega\mu_0} e^{j\frac{\pi}{4}} e^{-\alpha x}.$$

Здесь  $\alpha = \sqrt{0,5\omega\mu_0}$ , что, в свою очередь, определяет свою меру влияния эффекта близости на продольное комплексное сопротивление провода. Поэтому для оценки взаимного влияния прямого и обратного проводов определим меру влияния соседнего провода на напряженность магнитного поля на поверхности провода, создаваемой его собственным током. При этом модуль напряженности магнитного поля на поверхности проводящего слоя провода, обусловленной его собственным током, будет постоянным и равным  $H_{\tau 1} = I / (2\pi r_2)$  (для рассматриваемого образца провода имеет значение 1990 А/м).

Определим характер распределения  $H_\tau$  (тангенциальная составляющая) на поверхности левого провода тяговой сети на рис. 3. Подчеркнем, что в нашем случае  $b \gg r_2$ .

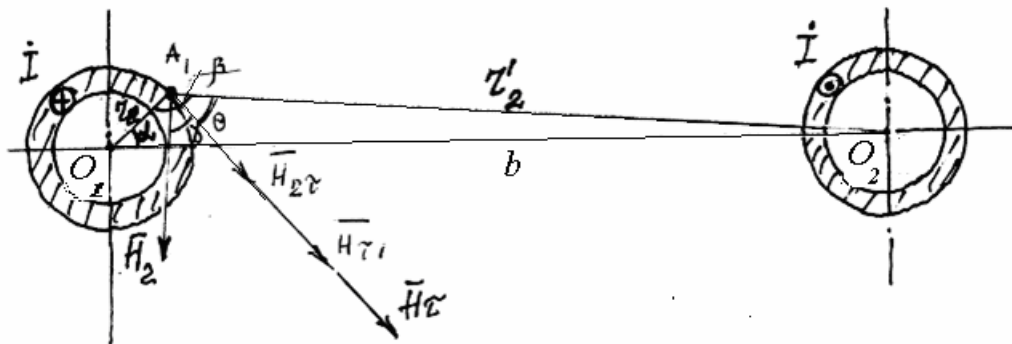


Рис.3. Сечение двухпроводной тяговой сети

В произвольной точке  $A_I$  на поверхности левого провода

$$\overline{H}_{A\tau} = \overline{H}_{1\tau} + \overline{H}_{2\tau} \quad \text{или} \quad \left| \overline{H}_{A\tau} \right| = \frac{I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r'_2} \cos \gamma \right). \quad (7)$$

Положения точек  $A$  на поверхности проводящего слоя провода задаем поворотом радиуса  $r_2$  через одинаковые углы  $360^\circ/n$ . Следовательно, для каждой точки  $A_k$  угол, определяющий ее положение, известен  $d_k = k(360^\circ/n)$ . По теореме косинусов можно определить расстояние от точки  $A_I$  до центра второго провода  $(r'_2)^2 = r_2^2 + d^2 - 2r_2d \cdot \cos \alpha$ .

Аналогично по трем сторонам треугольника  $\Delta O_1 A_1 O_2$  находим угол  $\beta$ . Так как угол между радиусом  $r_2$  и направлением  $H_{\tau 1}$  составляет  $90^\circ$ , то  $\theta = \beta - 90^\circ$ . Теперь определим  $\gamma = 90^\circ - \theta$ , т.к. в этом случае радиус-вектор  $\overline{r}'_2$  и  $\overline{H}_2$  образуют угол  $90^\circ$ . Следовательно,  $\gamma = 90^\circ - \beta + 90^\circ = 180^\circ - \beta$ , а тангенциальная составляющая напряженности поля от соседнего провода будет равна  $\overline{H}_{2\tau} = \overline{H}_2 \cos \gamma$ .

Полученные выше соотношения использовались в алгоритме расчета на ПЭВМ указанной тангенциальной составляющей, причем учитывалось, что при  $\alpha > 90^\circ$   $\overline{H}_{A\tau} = \overline{H}_{A\tau 1} - \overline{H}_{A\tau 2}$ , т.е. векторы (вследствие указанных направлений токов в проводах) направлены в противоположные стороны. По формуле (7) были выполнены расчеты модулей тангенциальных составляющих напряженностей магнитного поля на поверхности провода, с учетом влияния обратного провода для 24 точек на поверхности провода с шагом  $15^\circ$ . При расчетах определялся модуль  $H_\tau(k)$ , а также приращение напряженности  $\Delta H_{k\tau} = H_\tau(k) - I/(2\pi r_2)$ . Составляющая  $\Delta H_{k\tau}$  учитывает влияние магнитного поля тока обратного провода. На рис. 4 показана эпюра распределения  $\Delta H_{k\tau}$  по отношению к  $H_{1\tau}$  (масштаб при построении  $\Delta H_{k\tau}$  принят 2,44 (А/м)/мм, а уровень  $H_{1\tau}$  обозначен условно в масштабе 79,6 (А/м)/мм).

Наибольшие приращения (за счет влияния обратного провода) напряженности магнитного поля на поверхности проводящего слоя провода составляют  $\Delta H_{1\tau} = 61 \frac{A}{M}$  ( $\alpha = 0^\circ$ ) и  $\Delta H_{13\tau} = -57 \frac{A}{M}$  ( $\alpha = 180^\circ$ ). Первая точка наиболее близка к обратному проводу, а тринадцатая – наиболее удалена ( $d + 2r_2 = 0,424M$ ).

Приняв  $\Delta H_{\tau \max} = 61 \text{ А/м}$ , оцениваем меру неравномерности распределения напряженности магнитного поля вокруг провода

$$a = \frac{\Delta H_{\tau \max}}{H_{\tau 1}} = \frac{61}{1990} = 0,03 \quad \text{или} \quad a\% = 3\%.$$



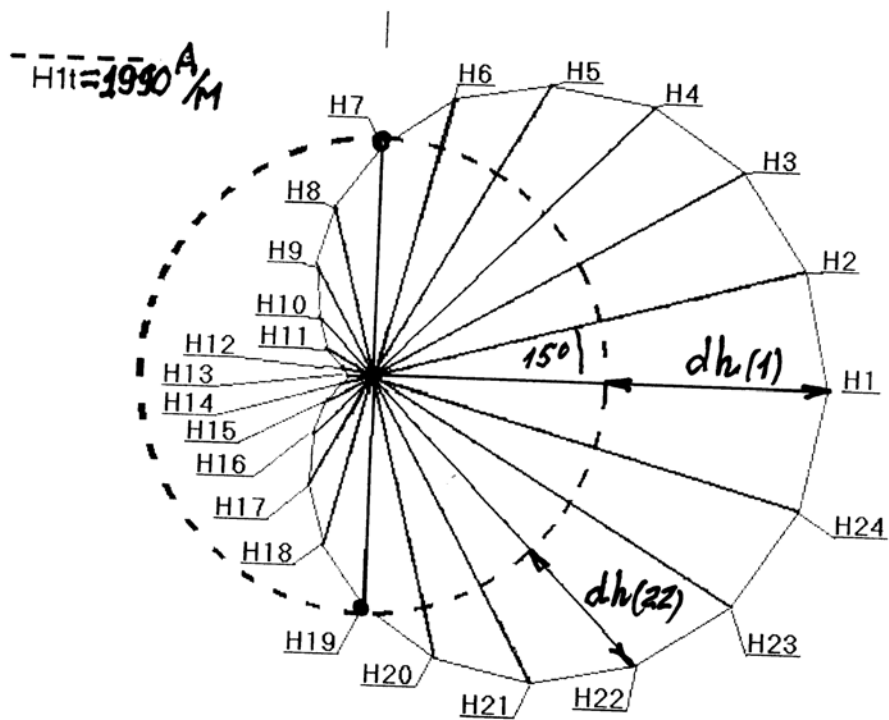


Рис.4. Эпюра напряженности магнитного поля на поверхности проводящего слоя провода

Таким образом, влияние магнитного поля обратного провода на магнитное поле прямого провода незначительно и может не учитываться при расчете первичных параметров тяговой сети.

С использованием полученных расчетных соотношений была оценена картина магнитного поля проводов тяговой сети (рис.5).

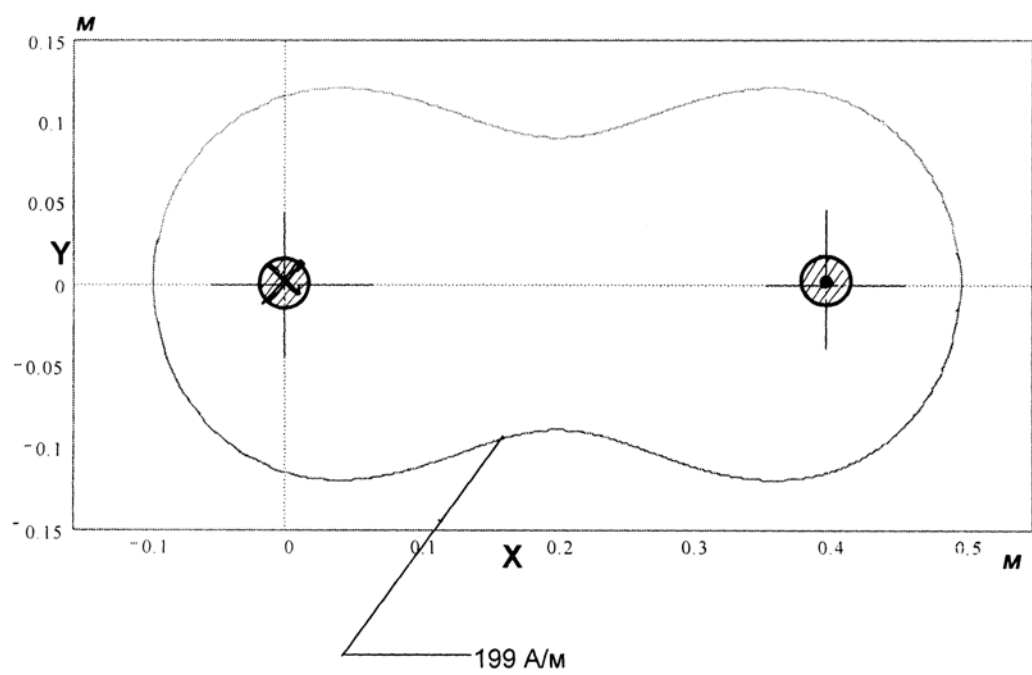


Рис. 5. Эпюра напряженности магнитного поля двухпроводной тяговой сети

В качестве граничного значения напряженности магнитного поля принято было значение  $H_{cp} = 0,1H_{max}$ , где  $H_{max} = 1990 \frac{A}{м}$  - напряженность магнитного поля на поверхности оболочки кабеля, создаваемая его собственным током.

На рис. 5 построена замкнутая кривая, представляющая геометрическое место точек, имеющих значение напряженности магнитного поля  $H = 199 \frac{A}{м}$ . Плоскость, в которой построена картина поля, нормальна к направлению проводов, т.к. поле двухпроводной сети является плоскопараллельным. Как следует из рис. 5, основная энергия магнитного поля сосредоточена в области, поверхность которой располагается достаточно близко к поверхности провода (расстояние точек поверхности  $H = 199 \frac{A}{м}$  не превышает расстояние 0,12 м от поверхности провода). Картина магнитного поля тока тяговой сети определяет рабочую зону, в которой должен располагаться проводники энергоприемника передвижного потребителя.

#### Список литературы

1. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники, Ч.3. Электромагнитное поле.- М.: Энергия, 1969.- 351 с.
2. Куполян С.Д. Теоретические основы электротехники. Ч.3. Электромагнитное поле. - М.: Энергия, 1970. - 248 с.
3. Говорков В.А. Электротехнические и магнитные поля.- М.: Энергия, 1967.- 465 с.
4. Семенов Н.А. Техническая электродинамика.- М.: Связь, 1973.- 480 с.
5. Нейман Л.Р., Калантаров П.Л. Теоретические основы электротехники, 3 ч.- М.: Госэнергоиздат, 1959.
6. Транспорт с индуктивной передачей энергии для угольных шахт/ Под ред. Г.Г.Пивняка.- М.: Недра, 1990.- 246 с.
7. Гроднев И.И., Миллер Б.Ф. Кабели связи.- М.-Л.: Госэнергоиздат, 1952.
8. Гроднев И.И., Соколов В.В. Коаксиальные кабели.- М.: Связьиздат, 1954.
9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров)/ Под ред. И.Г. Арамановича. - М.: Наука, 1973. - 831 с.
10. Делекторский Г.П. Расчет активных сопротивлений многопроводных скрученных проводов/ Вестник электропромышленности, № 8. - 1957.
11. Кулешов В.Н. Теория кабелей связи.- М.: Связьиздат, 1950.- 417 с.
12. Оцінка витрати провідникового матеріалу в системі електропостачання безконтактних електровозів/ Рибалко А.Я. // Гірнична електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. зб. - 2001. - Вип.67.
13. Львов А.П. Электрические сети повышенной частоты. - М.: Энергоиздат, 1981. -104 с.
14. Математичне моделювання електромагнітних процесів передачі енергії: Навч. посібник/ Г.Г. Півняк, М.Г. Поляков, А.Я. Рибалко, С.О. Сушко: за ред. Г.Г. Півняка. - Дніпропетровськ: НГУ, 2003. - 145 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Зайкою В.Т.  
Надійшла до редакції 06.04.10*