

АНАЛІЗ ДАНИХ В СИСТЕМІ ГІДРОГЕОХІМІЧНОГО МОНІТОРИНГУ З ВИКОРИСТАННЯМ СПЛАЙН-РОЗПОДІЛУ ВЕЙБУЛЛА

Предложена вычислительная технология восстановления сплайн-распределения Вейбулла с двумя узлами склеивания.

Запропонована обчислювальна технологія відновлення сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами склеювання.

The computing technology of renewal a Veybull's spline-distributing with two knots of agglutination is offered.

Введення. В системах обробки статистичних даних застосовують моделі, які засновані на розподілах Вейбулла, нормальному, експоненціальному та інших. Однак, у випадках, коли статистичні дані були отримані в умовах зміни фізичних процесів це не завжди приводить до адекватних моделей розподілів. Необхідність підвищення вірогідності оцінки обумовила розробку нових обчислювальних технологій для систем обробки даних, які базуються на сплайн-розподілах.

Сплайн-розподіли ефективно описують функцією інтенсивності, яка має форму U-образної кривої. Тим самим, функція інтенсивності є передумовою введення сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами.

Постановка проблеми. Для адекватного рішення задач системного аналізу подається обчислювальна технологія відновлення сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами склеювання. Особливість задачі такого розподілу полягає в знаходженні оцінок параметрів та визначення місця розташування вузлів по масиву статистичних даних $\Omega = \{t_i, i = \overline{1, n}\}$.

Аналіз досліджень і публікацій. Передумовою введення сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами склеювання були роботи [1, 2]. Своє фізичне обґрунтування та їх адекватність підтверджується роботою В.В. Болотина [3] і Ф.А. Сапожникова [4].

Виклад основного матеріалу. Подається функція розподілу сплайн-Вейбулла з двома вузлами склеювання:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{x^{\beta_1}}{\alpha_1}\right), & x \leq x_0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x_0^{\beta_1}}{\alpha_1} \left(\frac{x}{x_0}\right)^{\beta_2}\right), & x_0 \leq x \leq x_1 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x_0^{\beta_1}}{\alpha_1} \left(\frac{x_1}{x_0}\right)^{\beta_2} \left(\frac{x}{x_1}\right)^{\beta_2}\right), & x \leq x_1 \end{cases} \quad (1)$$

де x_0, x_1 вузли склеювання.

Для подальшого аналізу оцінок параметрів за статистичними даними функція розподілу (1) приводиться до лінійної форми:

$$z(t) = \begin{cases} A + \beta_1 \cdot t, & t \leq T_0 \\ z(T_0) + \beta_2(t - T_0), & T_0 \leq t \leq T_1 \\ z(T_1) + \beta_3(t - T_1), & t \leq T_1 \end{cases}$$

де

$$A = -\ln \alpha_1;$$

$$t = \ln x;$$

$$T_0 = \ln x_0;$$

$$T_1 = \ln x_1;$$

$$z(t) = \ln \ln \frac{1}{1 - F(x)};$$

$$z(T_0) = A + \beta_1 T_0;$$

$$z(T_1) = A + \beta_1 T_0 + \beta_2(T_1 - T_0)$$

Оцінки параметрів $\hat{A}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{t}_0, \hat{t}_1$ знаходять:

$$\rho_0 = \frac{\min_{\substack{k=3, n-4, \\ m=k+1, n-4}}}{\sup_{i=1, n}} \left| F_n(x_i) - \hat{F}(x_i, \hat{\alpha}_{k,m}, \hat{\beta}_{1,k,m}, \hat{\beta}_{2,k,m}, \hat{\beta}_{3,k,m}) \right| \quad (2)$$

Вважаючи, що вузли склеювання \hat{T}_0 та \hat{T}_1 співпадають з варіантами t_k та t_m відповідно, оцінки параметрів $\hat{A}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$ при фіксованих k, m знаходять за методом найменших квадратів (МНК), тобто з умови мінімуму залишкової дисперсії:

$$S_{\text{зал}}^2 = \frac{1}{n-5} \left[\sum_{i=1}^k (z_i - A - \beta_1 t_i)^2 + \sum_{i=k+1}^m (z_i - \hat{z}(T_0) - \beta_2(t_i - T_0))^2 + \sum_{i=m+1}^{n-1} (z_i - \hat{z}(T_1) - \beta_3(t_i - T_1))^2 \right] \quad (3)$$

Вираз (3) можна подати у вигляді суми трьох доданків

$$S_{\text{зал}}^2 = \frac{1}{n-5} (S_{o1}^2 + S_{o2}^2 + S_{o3}^2),$$

де

$$S_{\text{зал1}}^2 = \frac{1}{n-5} \sum_{i=1}^k (z_i - A - \beta_1 t_i)^2; \quad (4)$$

$$S_{\text{зал2}}^2 = \frac{1}{n-5} \sum_{i=k+1}^m (z_i - \hat{z}(T_0) - \beta_2(t_i - T_0))^2; \quad (5)$$

$$S_{\text{зал3}}^2 = \frac{1}{n-5} \sum_{i=m+1}^{n-1} (z_i - \hat{z}(T_1) - \beta_3(t_i - T_1))^2. \quad (6)$$

Тим самим, мінімізація виразу (3) зводиться до мінімізації функціоналів (4) – (6) окремо. Необхідна умова мінімуму залишкової дисперсії (3) еквівалентна розв'язанню такої системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} A + \beta_1 \bar{t} = \bar{z}, \\ A\bar{t} + \beta_1 \bar{t}^2 = \bar{zt} \end{cases} \quad (7)$$

З рішення системи (7) отримують значення оцінок параметрів

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \frac{\bar{z} \cdot \bar{t}^2 - \bar{t} \cdot \bar{zt}}{\bar{t}^2 - \bar{t}^2}, \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{\bar{zt} - \bar{z} \cdot \bar{t}}{\bar{t}^2 - \bar{t}^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

З урахуванням зв'язку між оцінками параметрів \hat{A}_{km} та $\hat{\alpha}_{km}$, визначається оцінка останнього

$$\hat{\alpha}_{km} = \exp(\hat{A}_{km}). \quad (9)$$

З умови мінімуму виразу (6) отримують оцінку параметра $\hat{\beta}_2$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{(z_i - \hat{z}_i(T_0))(t_i - T_0)}{(t_i - T_0)^2}. \quad (10)$$

Мінімізація функціоналу (7) дозволяє одержати оцінку $\hat{\beta}_3$ у вигляді

$$\hat{\beta}_3 = \frac{(z_i - \hat{z}_i(T_1))(t_i - T_1)}{(t_i - T_1)^2}. \quad (11)$$

Призначення довірчих інтервалів для параметрів $\alpha, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ виконується за співвідношенням

$$\hat{\Theta} - t_{\alpha/2, \nu} \sqrt{D(\hat{\Theta})} \leq \Theta \leq \hat{\Theta} + t_{\alpha/2, \nu} \sqrt{D(\hat{\Theta})},$$

де

Θ – значення параметра; $\hat{\Theta}$ – оцінка параметра; $t_{\alpha/2}$ – квантиль розподілу Стьюдента з кількістю степенів вільності $\nu = n - 1$.

Визначення $D(\hat{A}), D(\hat{\beta}_1), D(\hat{\beta}_2), D(\hat{\beta}_3)$ здійснюється з дисперсійно-коваріаційної матриці

$$DC = S_{\text{зал}}^2 \cdot A^{-1},$$

де

$S_{\text{зал}}^2$ – залишкова дисперсія (3); A – матриця системи (7); A^{-1} – транспонована до матриці A .

$$DC = \begin{pmatrix} \frac{S_{\text{зал}}^2 \bar{t}^2}{(\bar{t}^2 - \bar{t})} & -\frac{S_{\text{зал}}^2 \bar{t}}{(\bar{t}^2 - \bar{t})} & 0 & 0 \\ \frac{S_{\text{зал}}^2 \bar{t}}{(\bar{t}^2 - \bar{t})} & \frac{S_{\text{зал}}^2}{(\bar{t}^2 - \bar{t})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_{\text{зал}}^2}{(t - T_0)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{S_{\text{зал}}^2}{(t - T_1)^2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

де

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^k t_i; \quad \bar{t}^2 = \sum_{i=1}^k t_i^2;$$

$$\overline{(t - T_0)^2} = \sum_{i=k+1}^m (t_i - T_0)^2;$$

$$\overline{(t - T_1)^2} = \sum_{i=m+1}^{n-1} (t_i - T_1)^2.$$

Тим самим, дисперсії $D(\hat{A})$, $D(\hat{\beta}_1)$, $D(\hat{\beta}_2)$, $D(\hat{\beta}_3)$ мають вигляд:

$$D(\hat{A}) = \frac{S_{\text{зал}}^2 \bar{t}^2}{(\bar{t}^2 - \bar{t})}; \quad D(\hat{\beta}_1) = \frac{S_{\text{зал}}^2}{(\bar{t}^2 - \bar{t})};$$

$$D(\hat{\beta}_2) = \frac{S_{\text{зал}}^2}{(t - T_0)^2}; \quad D(\hat{\beta}_3) = \frac{S_{\text{зал}}^2}{(t - T_1)^2}. \quad (13)$$

Дисперсія $D(\hat{\alpha})$ визначається з урахуванням зв'язку між \hat{A}_{km} та $\hat{\alpha}_{km}$ за виразом

$$D(\hat{\alpha}) = \exp(-2\hat{A})D(\hat{A}). \quad (14)$$

Для отримання стійких оцінок реалізуються лінійна, ітераційна та робастна процедури, які наведені нижче.

Лінійна схема відтворення сплайн-Вейбулла з двома вузлами склеювання подана процедурою 1.

Процедура 1.

1. Вважаючи, що вузли склеювання функції розподілу T_0 , T_1 співпадають з варіантами відповідно t_k , t_m , 1, $m = \overline{k+1}$, $n - 4$, обчислюють

для кожного $T_{0k} = t_k$ та $T_{0m} = t_m$ оцінки параметрів $\hat{\alpha}_{km}, \hat{\beta}_{1km}, \hat{\beta}_{2km}, \hat{\beta}_{3km}$ за співвідношеннями (8) – (11).

2. Для вузлів $T_{0k} = t_k$ та $T_{0m} = t_m$ $k = \overline{3, n-4}$, $m = \overline{k+1, n-4}$ в кожній точці варіаційного ряду обчислюють значення теоретичної функції розподілу $F = (x_i; \alpha_{km}; \hat{\beta}_{1km}; \hat{\beta}_{2km}; \hat{\beta}_{3km})$.
3. З умови (2), визначають місцезнаходження вузлів склеювання $T_0 = t_k$ та $T_0 = t_m$ і приписані вузлам оцінки параметрів $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_{km}$, $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_{1km}$, $\hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_{2km}$, $\hat{\beta}_3 = \hat{\beta}_{3km}$.
4. Оцінка точності параметрів характеризується дисперсіями $D(\hat{\alpha})$, $D(\hat{\beta}_1)$, $D(\hat{\beta}_2)$, $D(\hat{\beta}_3)$, які обчислюються за (13 – 14). Довірчі границі для параметрів $\alpha, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ обчислюються з довірчою ймовірністю $\gamma = 1 - \alpha$ з виразів

$$\alpha_{н,в} = \hat{\alpha} \mp t_{v,\alpha/2} \sqrt{D(\hat{\alpha})};$$

$$\beta_{jн,в} = \hat{\beta}_j \mp t_{v,\alpha/2} \sqrt{D(\hat{\beta}_j)}, \quad j = 1, 2, 3$$

де $t_{v,\alpha/2}$ – квантиль розподілу Стюдента з числом ступенів вільності $v = n - 1$.

В подальшому викладенні надається ітераційна [5, 6] та робастна [7, 8] обчислювальні схеми знаходження оцінок параметрів сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами склеювання.

Оцінки параметрів знаходяться з умови мінімуму функціоналів аналогічних до (4 – 6) відповідно обчислювальним схемам з урахуванням вагових коефіцієнтів

$$S_{\text{зал1}}^2 = \frac{1}{n-5} \sum_{i=1}^k g_i (z_i - A - \beta_1 t_i)^2; \quad (15)$$

$$S_{\text{зал2}}^2 = \frac{1}{n-5} \sum_{i=k+1}^m g_i (z_i - \hat{z}(T_0) - \beta_2 (t_i - T_0))^2; \quad (16)$$

$$S_{\text{зал3}}^2 = \frac{1}{n-5} \sum_{i=m+1}^{n-1} g_i (z_i - \hat{z}(T_1) - \beta_3 (t_i - T_1))^2. \quad (17)$$

Ваги для ітераційної процедури

$$g_i = \left[\frac{F_{ni} - \hat{F}(x_i)}{z_i - \hat{z}(t_i)} \right]^2, \quad (18)$$

де F_{ni} – значення емпіричної функції розподілу;

$\hat{F}(x_i)$ – значення відтвореної теоретичної функції розподілу (1);

$z_i = \ln \ln \frac{1}{1 - F_{ni}}$; $\hat{z}(t_i)$ обчислюється за (2).

Ваги для робастної процедури

$$g_i = \varphi_i p_i, \quad (19)$$

де

$$\varphi_i = \left[\frac{\partial z_i(F_{ni})}{\partial F_n(t_i)} \right]^{-2} = (1 - F_{ni})^2 \ln^2(1 - F_{ni});$$

$$p_i = \begin{cases} (1 - u_i)^2, & u_i^2 < 1 \\ 0, & u_i^2 \geq 1 \end{cases}; \quad u_i = \frac{|e_i|}{cq_i},$$

де q – медіана абсолютних значень залишків e_i ;

c – константа, що приймає значення із проміжку $[6; 9]$;

e_i – залишки

$$e_i = \sqrt{\varphi_i} (z_i - \hat{z}(t_i)).$$

Ітераційна обчислювальна схема подається процедурою 2

Процедура 2.

1. Для $j = 0$, $g_j^{(0)} = 1$, $k = \overline{3, n-4}$, $m = \overline{k+1, n-4}$ застосовується процедура 1 з урахуванням вагових коефіцієнтів. Отримують масив оцінок параметрів і масив значень функціонала

$$R_{jkm} = R(\hat{\alpha}_{km}^{(j)}, \hat{\beta}_{1km}^{(j)}, \hat{\beta}_{2km}^{(j)}, \hat{\beta}_{3km}^{(j)}, t_k^{(j)}, t_m^{(j)}) = \sum_{i=1}^k (z_i - \hat{\alpha}_{km}^{(j)} - \hat{\beta}_{1km}^{(j)} t_i)^2 g_i^{(j)} +$$

$$\sum_{i=k+1}^m (z_i - \hat{z}(t_k^{(j)}) - \hat{\beta}_{2km}^{(j)} (t_i - t_k^{(j)}))^2 g_i^{(j)} + \sum_{i=m+1}^{n-1} (z_i - \hat{z}(t_m^{(j)}) - \hat{\beta}_{3km}^{(j)} (t_i - t_m^{(j)}))^2 g_i^{(j)}$$

2. Находять

$$R_j = \min_{k=3, n-4, m=k+1, n-4} R_{jkm} \quad (20)$$

Значення t_k, t_m , при яких досягається R_0 (20), та

$\hat{\alpha}_{km}^j, \hat{\beta}_{1km}, \hat{\beta}_{2km}, \hat{\beta}_{3km}, t_k, t_m$ приймаються за оцінки першого наближення.

3. Послідовно для $j = 1, 2, 3, \dots$ обчислюється $g_i^{(j)}$, $i = \overline{1, n-1}$ та застосовується процедура 1, з урахуванням визначених вагових коефіцієнтів. При цьому, на кожній ітерації визначають $R_{jkm} = R(\hat{\alpha}_{km}, \hat{\beta}_{1km}, \hat{\beta}_{2km}, \hat{\beta}_{3km}, t_k, t_m)$ та R_j за (20).

4. Перевіряється умова

$$R_j \leq R_{j+1} \quad (21)$$

Якщо (21) виконується, то ітераційний процес завершується, і за $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{x}_0, \hat{x}_1$ приймають оцінки, знайдені на j -й ітерації. У противному випадку, обчислення повторюється для $j = 2, 3, \dots$ до тих пір, поки не буде виконана нерівність (21).

Робастна обчислювальна схема подається процедурою 3.

Процедура 3.

1. Обчислюються значення початкових оцінок параметрів $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, t_k, t_m$ та визначається місце знаходження вузлів $t_k = t_{0k}, t_m = t_{0m}$ з умови мінімуму функціоналів (15 – 17), (20), коли $g_i^{(0)} = \varphi_i$.
2. На наступних ітераціях $j = 1, 2, 3, \dots$ уточнюються значення оцінок параметрів шляхом мінімізації функціоналів (15 – 17) з урахування вагових коефіцієнтів $g_i^{(j)}$, що обчислюються за (19).
3. Критерієм закінчення роботи процедури відтворення сплайн-розподілу є досягнення заданої відносної точності ε між оцінками j -ої та $(j-1)$ -ої ітераціями

$$\left| \frac{\hat{\alpha}^{(j)} - \hat{\alpha}^{(j-1)}}{\hat{\alpha}^{(j-1)}} \right| < \varepsilon;$$

$$\left| \frac{\hat{\beta}_s^{(j)} - \hat{\beta}_s^{(j-1)}}{\hat{\beta}_s^{(j-1)}} \right| < \varepsilon, \quad s = 1, 2, 3.$$

Для обчислювальних схем відтворення сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами склеювання перевірка адекватності проводилася на даних імітаційного моделювання. Моделювання здійснювалося для масивів даних розподілених за сплайн-розподілом Вейбулла з двома вузлами склеювання та відтворенням функцій розподілу.

Результати моделювання: знайдені параметри, оцінки параметрів моделювання та значення статистики u наведені в таблицях 1, 2, 3 для лінійної, ітераційної та робастної процедур відповідно.

Перевірка вірогідності відтворення сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами склеювання може бути здійснена на основі критерію згоди Колмогорова.

Якщо $|u| \leq u_{\alpha/2, \nu}$, то з надійною імовірністю $1 - \alpha$ оцінка параметра статистично дорівнює значенню параметра. При проведенні експерименту обрано $\alpha = 0,05$. Для параметрів $\hat{\alpha}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$ u -статистика визначається як

$$u = \frac{\Theta - \hat{\Theta}}{\sqrt{D(\hat{\Theta})}}.$$

В таблицях 1 – 4 наведені результати експериментів.

Таблиця 1

Результати моделювання та відтворення розподілу сплайн-Вейбулла з двома вузлами склеювання лінійною процедурою
(параметри: $\alpha = 200$, $\beta_1 = 0,8$, $\beta_2 = 3$, $\beta_3 = 1,8$, $x_0 = 100$, $x_1 = 200$)

	$n = 500$	$n = 1000$	$n = 2000$
$\hat{\alpha}$	296,31	174,79	153,1
$\sigma(\hat{\alpha})$	195,76	76,56	30,51
$ u $ статистика	0,49	0,33	1,57
$\hat{\beta}_1$	0,89	0,75	0,73
$\sigma(\hat{\beta}_1)$	0,16	0,11	0,07
$ u $ статистика	0,59	0,47	1,36
$\hat{\beta}_2$	2,74	3,03	2,98
$\sigma(\hat{\beta}_2)$	0,42	0,34	0,17
$ u $ статистика	0,6	0,09	0,01
$\hat{\beta}_3$	1,97	1,78	1,79
$\sigma(\hat{\beta}_3)$	0,91	0,55	0,29
$ u $ статистика	0,18	0,04	0,03
x_0	97,9	95,4	98,3
x_1	204,9	192,2	197,93

Таблиця 2

Результати моделювання та відтворення розподілу сплайн-Вейбулла з двома вузлами склеювання ітераційною процедурою
(параметри: $\alpha = 200$, $\beta_1 = 0,8$, $\beta_2 = 3$, $\beta_3 = 1,8$, $x_0 = 100$, $x_1 = 200$)

	$n = 500$	$n = 1000$	$n = 2000$
$\hat{\alpha}$	119,44	248,22	254,95
$\sigma(\hat{\alpha})$	107,1	223,73	135,53
$ u $ статистика	0,75	0,22	0,41
$\hat{\beta}_1$	0,71	0,86	0,84
$\sigma(\hat{\beta}_1)$	0,19	0,2	0,11
$ u $ статистика	0,47	0,32	0,35
$\hat{\beta}_2$	2,9	2,82	3,17
$\sigma(\hat{\beta}_2)$	0,14	0,1	0,07
$ u $ статистика	0,73	1,71	1,44
$\hat{\beta}_3$	1,94	1,59	1,89
$\sigma(\hat{\beta}_3)$	0,44	0,43	0,16
$ u $ статистика	0,32	0,5	0,57
x_0	101,1	99,8	100,6
x_1	200,4	214,2	193,9

Таблиця 3

Результати моделювання та відтворення розподілу сплайн-Вейбулла з двома вузлами склеювання робастною процедурою
(параметри: $\alpha = 200$, $\beta_1 = 0,8$, $\beta_2 = 3$, $\beta_3 = 1,8$, $x_0 = 100$, $x_1 = 200$)

	$n = 500$	$n = 1000$	$n = 2000$
$\hat{\alpha}$	124,53	213,76	268,43
$\sigma(\hat{\alpha})$	104,45	213,23	168,58
$ u $ статистика	0,72	0,06	0,4
$\hat{\beta}_1$	0,72	0,85	0,84
$\sigma(\hat{\beta}_1)$	0,18	0,19	0,14
$ u $ статистика	0,44	0,26	0,3
$\hat{\beta}_2$	2,8	2,9	3,06
$\sigma(\hat{\beta}_2)$	0,18	0,3	0,09
$ u $ статистика	1,1	0,33	0,67
$\hat{\beta}_3$	1,87	1,79	1,86
$\sigma(\hat{\beta}_3)$	0,32	0,54	0,25
$ u $ статистика	0,21	0,02	0,24
x_0	102,6	98,4	101,2
x_1	200,5	205,4	198,9

Таблиця 4

Результати моделювання та відтворення розподілу сплайн-Вейбулла з двома вузлами склеювання методом максимальної правдоподібності (ММП)

	$n = 500$	$n = 1000$	$n = 2000$
$\hat{\alpha}$	298,46	245,21	262,52
$\sigma(\hat{\alpha})$	197,23	233,13	147,51
$ u $ статистика	0,9	0,27	0,38
$\hat{\beta}_1$	0,17	0,88	0,89
$\sigma(\hat{\beta}_1)$	3,28	0,26	0,13
$ u $ статистика	0,39	0,29	0,31
$\hat{\beta}_2$	1,99	2,72	3,27
$\sigma(\hat{\beta}_2)$	0,89	0,15	0,14
$ u $ статистика	1,58	1,65	1,51
$\hat{\beta}_3$	1,41	1,47	1,69
$ u $ статистика	0,47	0,51	0,18
x_0	0,52	0,6	0,67
x_1	97,5	98,8	99,6

Аналіз даних таблиць 1 – 4 дозволяє зробити висновки:

– при збільшенні об'єму вхідних даних оцінки параметрів розподілу збігаються до істинних з $n \geq 500$.

– оцінки параметрів $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$ найбільш адекватні до істинних параметрів розподілу відновлюються ітераційною процедурою.

– досліджено обчислювальні схеми відновлення за МНК, ММП та показано, що найбільш адекватні результати отримані на основі лінійної процедури МНК.

Розглянемо запропоновану обчислювальну технологію на даних Північного гірничо-збагачувального комбінату для хімічного елементу хлор-іон (Cl^-). Для об'єму даних $n = 120$.

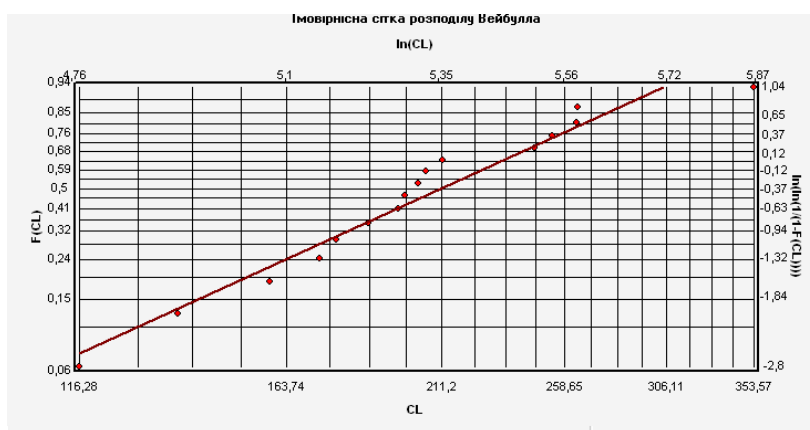
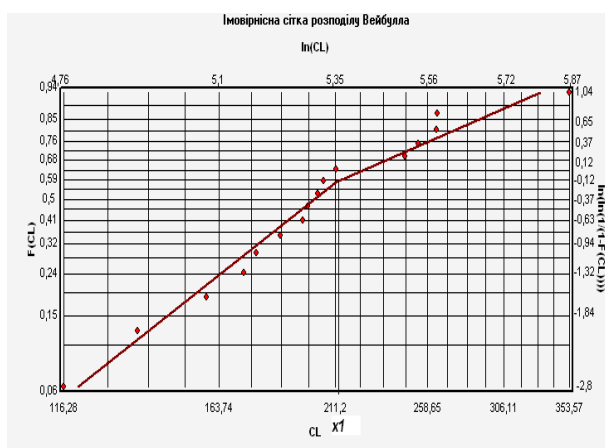
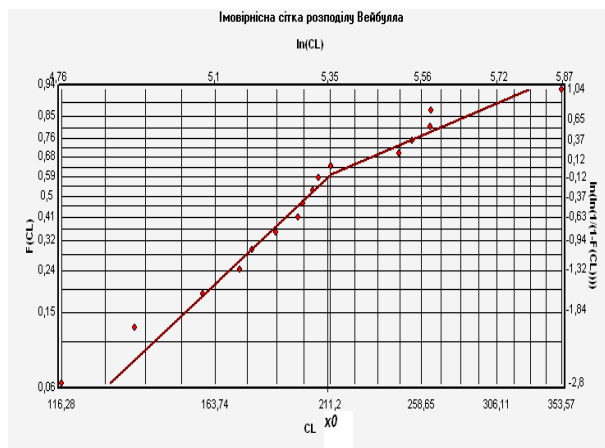


Рис. 1. Імовірнісна сітка розподілу Вейбулла



а



б

Рис. 2. Імовірнісна сітка розподілу сплайн-Вейбулла з одним вузлом склеювання: а – лінійна процедура; б – ітераційна процедура

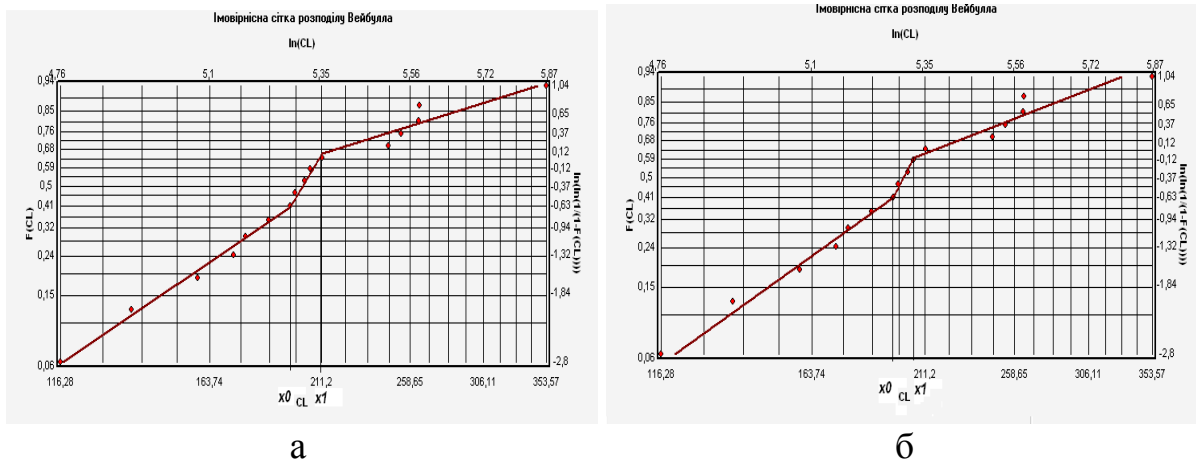


Рис. 3. Імовірнісна сітка розподілу сплайн-Вейбулла з двома вузлами склеювання: а – лінійна процедура; б – ітераційна процедура

Оцінки параметрів відтворення розподілу Вейбулла, сплайн-Вейбулла з одним та двома вузлами склеювання за лінійною та ітераційною процедурою наведені в табл. 5 відповідно.

Таблиця 5

Оцінки параметрів відтворення розподілів

		процедура 1		процедура 2	
		Оцінка	σ	Оцінка	σ
розподіл Вейбулла	$\hat{\alpha}$	31419,45	20873,42	36320,4	21852,31
	$\hat{\beta}_1$	3,81	0,23	3,16	0,197
	$P(z)$	0,466		0,362	
сплайн-розподіл Вейбулла з одним вузлом	$\hat{\alpha}$	318300	168997,1	164400	113401,9
	$\hat{\beta}_1$	4,71	0,071	5,57	0,21
	$\hat{\beta}_2$	2,62	0,106	2,51	0,11
	x_0	211,65		211,65	
	$P(z)$	0,763		0,829	
сплайн-розподіл Вейбулла з двома вузлами	$\hat{\alpha}$				
	$\hat{\beta}_1$	4,152	0,23	4,38	0,51
	$\hat{\beta}_2$	10,11	1,33	12,18	1,87
	$\hat{\beta}_3$	1,93	0,28	2,39	0,26
	x_0	193,82		196,82	
	x_1	211,65		205,82	
	$P(z)$	0,856		0,847	

З аналізу рис. 1 – 3 та табл. 5 випливає, що найбільш адекватним є сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами склеювання.

Висновки. Запропонована обчислювальна технологія відтворення сплайн-розподілу Вейбулла з двома вузлами має найбільш вірогідну оцінку статистичних даних.

Список літератури

1. Балог, А. Математические вопросы исследования долговечности и надежности деталей в технике связи. Тр. Конф. Híradust Tumomar EYYES. – Budapest, 1764. – С. 187.
2. Сапожников, Ф.А. Обобщенный закон надежности / Ф.А. Сапожников, Н.А. Филадельфина / Тр. Ленингр. механ. ин-та. – 1967. Вып. 63. С. 4 – 11.
3. Болотин, В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: машиностроение, 1984. – 312 с.
4. Фрейденталь, А.М. Статистический подход к хрупкому разрушению / под. ред. Г. Либовица / Математические основы теории разрушения М.: Мир. 1975. – С. 616 – 645.
5. Приставка, А.Ф. ОСТ 54 30011–82 Правила определения оценок, доверительных границ параметров и теоретической функции сплайн-распределения Вейбулла с одним узлом / А.Ф. Приставка, Н.Л. Малаховская / Введ. МГА 07.01.83.
6. Приставка, А.Ф. Сплайн-распределения в статистическом анализе изд. ДНУ, 1995 – 152с.
7. Приставка, А.Ф. Вычислительные методы и программная среда корреляционного и регрессионного анализа / А.Ф. Приставка, А.И. Передерий, О.В. Райко, В.М. Остропицкий / Учебное пособие. – Дн-ск: ДДУ, 1996. – 192 с.
8. Приставка, А.Ф. Проверка гипотезы о нормальном и сплайн-нормальном распределении одномерной случайной величины / А.Ф. Приставка, В.В. Кармазина / Математические методы решения задач оптимального управления на ЭВМ. – Дн-ск: ДГУ, 1974 – С. 46 – 55.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Зберовським О.В.
Надійшла до редакції 04.11.10*