

2. Зверев С.В. Физические свойства зерна и продуктов его переработки / С.В. Зверев, Н.С. Зверева. — М. : ДеЛи принт, 2007. — 176 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Слесаревим В.В.  
Надійшла до редакції 12.10.2012*

УДК 621.01.

© И.Н. Мацюк, Э.М. Шляхов

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШЕСТИЗВЕННОЙ ЧЕТЫРЕХПОВОДКОВОЙ СТРУКТУРНОЙ ГРУППЫ ТРЕТЬЕГО КЛАССА В ПРОГРАММЕ MATHCAD**

Рассмотрен метод решения задач кинематики плоских структурных групп третьего класса в среде Mathcad.

Розглянуто метод розв'язання задач кінематики плоских структурних груп третього класу у середовищі Mathcad.

The method of solving kinematics problems of the third class structural planar groups in Mathcad environment is investigated.

Долгое время применение в технике механизмов с более сложной структурой, чем у механизмов второго класса, сдерживалось отсутствием методов их исследования и, тем более, методов их синтеза. Причиной этому является то, что методы изучения механизмов базировались, в основном, на графических построениях. Для наиболее простых с точки зрения структуры механизмов второго класса эти методы разработаны давно и широко использовались длительный период в инженерной практике. Для механизмов третьего и более высоких классов графоаналитические методы значительно более сложны.

Например, только в начале текущего столетия [1,2] описаны графоаналитические методы кинематического и динамического анализа плоских четырех- и шестизвеной групп Ассура четвертого класса.

С развитием компьютерных технологий определяющую роль начинают играть аналитические методы. Для анализа и синтеза механизмов начинают широко использоваться математические пакеты Maple, Matlab и Mathcad.

Изучение литературных источников позволяет сделать вывод, что наиболее используемым для анализа и синтеза механизмов, является многофункциональный пакет прикладных программ Mathcad.

В работе [3] описано применение пакета Mathcad для выполнения кинематического и динамического анализов плоских рычажных механизмов второго класса. Причем, инструментом исследования принимается аппарат векторной алгебры, позволяющий сохранить алгоритм графического метода исследования и присущую последнему наглядность. Такой подход оправдан, например, в учебном процессе при изучении учащимися курса теории механизмов и машин.

Более эффективно для исследования кинематики сложных механизмов использовать Mathcad, как инструмент решения векторных уравнений, в которые входят свободные векторы и которые не имеют графического решения на плоскости. Это дает возможность сократить объем вычислений и получить относительно компактную программу. Такой подход к механизмам освещен в [4-6].

В настоящей работе описано использование приема, изложенного в [4-6], применительно к плоской шестизвенной четырехповодковой структурной группе третьего класса (рис. 1).

В группу входят два базисных звена 5 и 6. Внешние кинематические пары группы  $A, B, K$  и  $L$  образованы поводками 3, 4, 7 и 8 со звеньями 1, 2, 9 и 10.

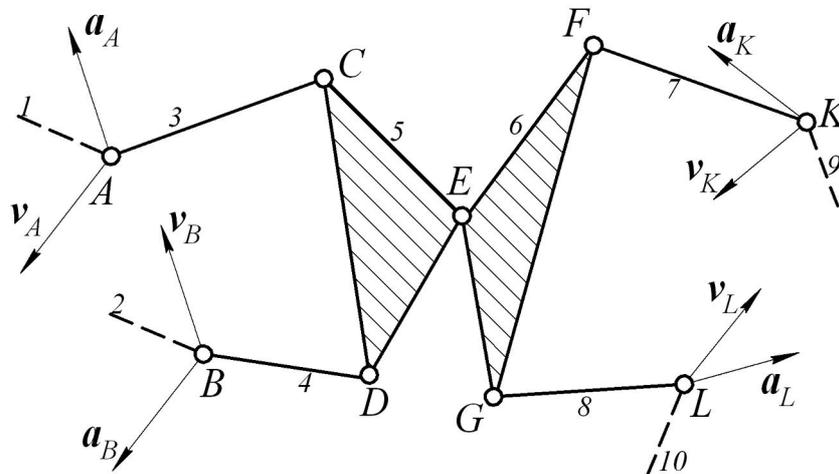


Рис. 1. Схема шестизвенной структурной группы 3-го класса

Итак, при заданном плане группы и при заданных векторах скоростей и ускорений точек  $A, B, K$  и  $L$  необходимо определить аналогичные векторы точек  $C, D, E, F$ , и  $G$ .

Заменим звенья группы соответствующими векторами (рис. 2).

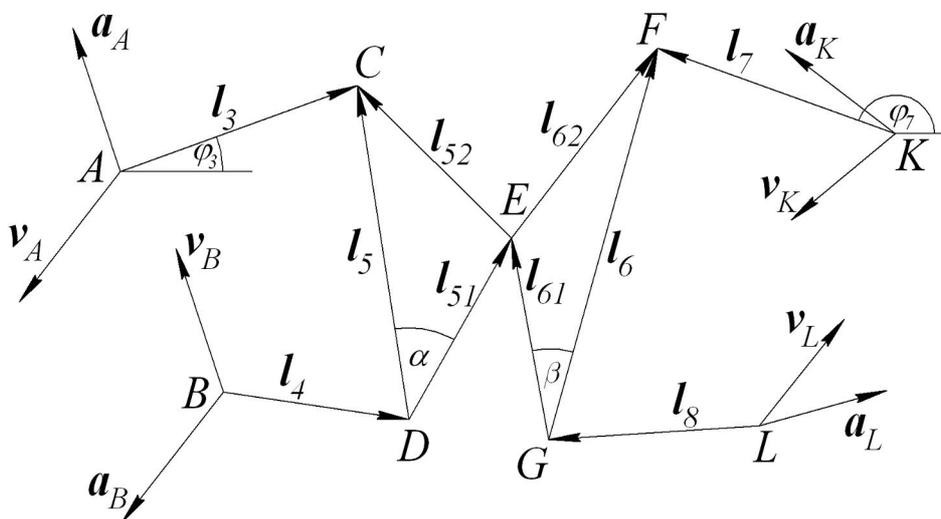


Рис. 2. Векторное представление звеньев группы 3-го класса

Итак, пусть заданы геометрические размеры звеньев:  $l_3, l_4, l_5, l_{51}, l_6, l_{61}, l_7, l_8$  и углы  $\alpha$  и  $\beta$ . Направление каждого вектора  $l_i$  определяется углом  $\varphi_i$  между ним и положительным направлением оси абсцисс, как показано, например, для векторов  $l_3$  и  $l_7$  (рис. 2).

Предположим, что в некоторой системе координат заданы координаты точек  $A, B, K$  и  $L$  и векторы, изображающие звенья группы. Положения звеньев определяются в результате геометрического анализа группы.

Для рассматриваемой группы необходимо определить шесть углов  $\varphi_3, \varphi_4, \dots, \varphi_8$ . Так как угол измеряется скалярной величиной, необходимо записать три векторных уравнения замкнутости, из которых и определяются искомые углы. Эти уравнения можно записать, например, для следующих контуров:  $ACE-FKA, BDEGLB$  и  $ACDBA$ . Таким образом, первая задача кинематического анализа по определению положения звеньев сводится к решению системы трех векторных уравнений. Предварительно запишем очевидные равенства

$$l_{52}(\varphi_5) := \begin{pmatrix} l_5 \cdot \cos(\varphi_5) \\ l_5 \cdot \sin(\varphi_5) \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_{51} \cdot \cos(\varphi_5 - \alpha) \\ l_{51} \cdot \sin(\varphi_5 - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{62}(\varphi_6) := \begin{pmatrix} l_6 \cdot \cos(\varphi_6) \\ l_6 \cdot \sin(\varphi_6) \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_{61} \cdot \cos(\varphi_6 + \beta) \\ l_{61} \cdot \sin(\varphi_6 + \beta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

В программе Mathcad система векторных уравнений может быть решена при помощи блока Given-Find. Соответствующий фрагмент документа Mathcad приведен ниже. Здесь и далее фрагменты документов Mathcad изображаются шрифтом, отличным от шрифта основного текста данной работы.

$$\varphi_3 := 1 \quad \varphi_4 := 0 \quad \varphi_5 := 2 \quad \varphi_6 := 1 \quad \varphi_7 := 3 \quad \varphi_8 := 3 \quad \text{Given}$$

$$\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_3 \cdot \cos(\varphi_3) \\ l_3 \cdot \sin(\varphi_3) \\ 0 \end{pmatrix} - l_{52}(\varphi_5) + l_{62}(\varphi_6) = \begin{pmatrix} x_K \\ y_K \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_7 \cdot \cos(\varphi_7) \\ l_7 \cdot \sin(\varphi_7) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_4 \cdot \cos(\varphi_4) \\ l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_{51} \cdot \cos(\varphi_5 - \alpha) \\ l_{51} \cdot \sin(\varphi_5 - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_{61} \cdot \cos(\varphi_6 + \beta) \\ l_{61} \cdot \sin(\varphi_6 + \beta) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_L \\ y_L \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_8 \cdot \cos(\varphi_8) \\ l_8 \cdot \sin(\varphi_8) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_3 \cdot \cos(\varphi_3) \\ l_3 \cdot \sin(\varphi_3) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_4 \cdot \cos(\varphi_4) \\ l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_5 \cdot \cos(\varphi_5) \\ l_5 \cdot \sin(\varphi_5) \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \varphi_3 & \varphi_4 & \varphi_5 \\ \varphi_6 & \varphi_7 & \varphi_8 \end{pmatrix} := \text{Find} \left( \begin{pmatrix} \varphi_3 & \varphi_4 & \varphi_5 \\ \varphi_6 & \varphi_7 & \varphi_8 \end{pmatrix} \right)$$

Изменяя значения начальных приближений можно получить несколько решений, соответствующих различным сборкам группы.

Выбрав конкретную сборку группы, все звенья группы представляются соответствующими векторами.

$$l_3 := \begin{pmatrix} l_3 \cdot \cos(\varphi_3) \\ l_3 \cdot \sin(\varphi_3) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_4 := \begin{pmatrix} l_4 \cdot \cos(\varphi_4) \\ l_4 \cdot \sin(\varphi_4) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_5 := \begin{pmatrix} l_5 \cdot \cos(\varphi_5) \\ l_5 \cdot \sin(\varphi_5) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{51} := \begin{pmatrix} l_{51} \cdot \cos(\varphi_5 - \alpha) \\ l_{51} \cdot \sin(\varphi_5 - \alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$l_{52} := l_5 - l_{51} \quad l_6 := \begin{pmatrix} l_6 \cdot \cos(\varphi_6) \\ l_6 \cdot \sin(\varphi_6) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{61} := \begin{pmatrix} l_{61} \cdot \cos(\varphi_6 + \beta) \\ l_{61} \cdot \sin(\varphi_6 + \beta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{62} := l_6 - l_{61}$$

$$l_7 := \begin{pmatrix} l_7 \cdot \cos(\phi_7) \\ l_7 \cdot \sin(\phi_7) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_8 := \begin{pmatrix} l_8 \cdot \cos(\phi_8) \\ l_8 \cdot \sin(\phi_8) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Затем переходят к определению кинематических параметров: скоростей и ускорений.

В качестве неизвестных рекомендуется выбирать параметры, которые представляют собой свободные векторы. Таковыми являются угловые скорости и ускорения звеньев группы.

Поскольку свободные векторы определяются только значением аппликаты, из каждого векторного уравнения могут быть найдены два таких вектора.

Таким образом, для определения, как угловых скоростей, так и угловых ускорений, необходимо записать систему из трех векторных уравнений.

Решение этих систем уравнений также получают с помощью решающего блока Given-Find.

Решение системы уравнений по нахождению угловых скоростей звеньев выглядит следующим образом.

$$\begin{aligned} \omega_3 &:= (0 \ 0 \ 1)^T & \omega_4 &:= (0 \ 0 \ 1)^T & \omega_5 &:= (0 \ 0 \ 1)^T \\ \omega_6 &:= (0 \ 0 \ 1)^T & \omega_7 &:= (0 \ 0 \ 1)^T & \omega_8 &:= (0 \ 0 \ 1)^T \end{aligned}$$

Given

$$v_A + \omega_3 \times l_3 = v_B + \omega_4 \times l_4 + \omega_5 \times l_5$$

$$v_K + \omega_7 \times l_7 = v_L + \omega_8 \times l_8 + \omega_6 \times l_6$$

$$v_A + \omega_3 \times l_3 - \omega_5 \times l_{52} = v_K + \omega_7 \times l_7 - \omega_6 \times l_{62}$$

$$\begin{pmatrix} \omega_3 & \omega_4 & \omega_5 \\ \omega_6 & \omega_7 & \omega_8 \end{pmatrix} := \text{Find} \begin{pmatrix} \omega_3 & \omega_4 & \omega_5 \\ \omega_6 & \omega_7 & \omega_8 \end{pmatrix}$$

В приведенном фрагменте уравнения записаны для контуров *ACDB*, *KFGL* и *ACEFK*.

Линейные скорости точек звеньев (относительные и абсолютные):

$$v_{CA} := \omega_3 \times l_3 \quad v_{DB} := \omega_4 \times l_4 \quad v_{CD} := \omega_5 \times l_5 \quad v_{CE} := \omega_5 \times l_{52}$$

$$v_{FE} := \omega_6 \times l_{62} \quad v_{FK} := \omega_7 \times l_7 \quad v_{GL} := \omega_8 \times l_8 \quad v_{FG} := \omega_6 \times l_6$$

$$v_{ED} := \omega_5 \times l_{51} \quad v_{EG} := \omega_6 \times l_{61}$$

$$v_C := v_A + v_{CA} \quad v_D := v_B + v_{DB} \quad v_E := v_D + v_{ED}$$

$$v_G := v_L + v_{GL} \quad v_F := v_K + v_{FK}$$

Перед решением системы уравнений для определения ускорений находят нормальные составляющие относительных ускорений. Mathcad не позволяет

использовать верхний индекс параметра, поэтому запись каждой из нормальных составляющих будет выглядеть так:

$$a_{CA_n} := \omega_3 \times v_{CA} \quad a_{DB_n} := \omega_4 \times v_{DB} \quad a_{CD_n} := \omega_5 \times v_{CD} \quad a_{GL_n} := \omega_8 \times v_{GL}$$

$$a_{FK_n} := \omega_7 \times v_{FK} \quad a_{FG_n} := \omega_6 \times v_{FG} \quad a_{CE_n} := \omega_5 \times v_{CE} \quad a_{FE_n} := \omega_6 \times v_{FE}$$

Приводим фрагмент документа Mathcad с решением системы трех векторных уравнений относительно неизвестных угловых ускорений звеньев:

$$\varepsilon_3 := (0 \ 0 \ 1)^T \quad \varepsilon_4 := (0 \ 0 \ 1)^T \quad \varepsilon_5 := (0 \ 0 \ 1)^T$$

$$\varepsilon_6 := (0 \ 0 \ 1)^T \quad \varepsilon_7 := (0 \ 0 \ 1)^T \quad \varepsilon_8 := (0 \ 0 \ 1)^T$$

Given

$$a_B + a_{DB_n} + \varepsilon_4 \times l_4 + a_{ED_n} + \varepsilon_5 \times l_{51} = a_L + a_{GL_n} + \varepsilon_8 \times l_8 + a_{EG_n} + \varepsilon_6 \times l_{61}$$

$$a_A + a_{CA_n} + \varepsilon_3 \times l_3 = a_B + a_{DB_n} + \varepsilon_4 \times l_4 + a_{CD_n} + \varepsilon_5 \times l_5$$

$$a_K + a_{FK_n} + \varepsilon_7 \times l_7 = a_L + a_{GL_n} + \varepsilon_8 \times l_8 + a_{FG_n} + \varepsilon_6 \times l_6$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_3 & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 & \varepsilon_7 & \varepsilon_8 \end{pmatrix} := \text{Find} \begin{pmatrix} \varepsilon_3 & \varepsilon_4 & \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 & \varepsilon_7 & \varepsilon_8 \end{pmatrix}$$

В этом фрагменте уравнения записаны для контуров *ACEFK*, *ACDB* и *KFGL*. Теперь несложно получить значения абсолютных линейных ускорений точек.

$$a_C := a_A + a_{CA_n} + \varepsilon_3 \times l_3 \quad a_D := a_B + a_{DB_n} + \varepsilon_4 \times l_4$$

$$a_E := a_D + a_{ED_n} + \varepsilon_5 \times l_{51} \quad a_F := a_K + a_{FK_n} + \varepsilon_7 \times l_7$$

$$a_G := a_L + a_{GL_n} + \varepsilon_8 \times l_8$$

Нетрудно убедиться, что векторные уравнения, содержащие в качестве неизвестных свободные векторы, позволяют свести к минимуму объем вычислений при исследовании кинематики плоских механизмов.

Таким образом, пакет Mathcad предоставляет возможность относительно простого определения кинематических параметров плоских рычажных механизмов высоких классов, что показано в настоящей работе на примере шести-звенной Ассуровой группы третьего класса.

Ранее [5,6], было показано решение аналогичной задачи для четырех-звенной трехповодковой группы третьего класса и шести-звенной трехповодковой группы четвертого класса.

Описанный прием может быть использован при исследовании плоских кинематических цепей любой структуры с четным числом звеньев, для которых можно записать независимые уравнения замкнутости в количестве равном половине числа звеньев. При этом максимальное число звеньев будет ограничиваться только возможностями математического процессора компьютерной программы.

Изложенный подход может быть также использован при кинематическом синтезе подобных механизмов.

#### Список литературы

1. Дворников, Л. Т. О кинематической разрешимости плоской четырехзвенной группы Асура четвертого класса графо-аналитическим методом / Л. Т. Дворников // Известия вузов. Машиностроение. - 2004. - N 12. - С. 9-15
2. Дворников Л.Т., Стариков С.П. Кинематика и кинетостатика плоской шестизвенной группы Асура четвертого класса. – Теория механизмов и машин. – С. Пб. – 2006. – № 1(7). – Том 4. – с. 61–65.
3. Мацюк І.М. Дослідження кінематики та динаміки механізмів засобами векторної алгебри. // ВІСНИК Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”. Серія “Гірництво”: Збірник наукових праць. – Київ: НТУУ “КПІ”: ЗАТ “Техновибух”, 2009. – Вип. 18. – с. 79-84.
4. Третьяков В.М. Использование программы Mathcad при определении скоростей и ускорений рычажных механизмов. // Теория механизмов и машин. – Санкт-Петербург. – 2009. – № 2. – с. 40-48.
5. Мацюк І.Н, Шляхов Э.М.. Определение кинематических параметров структурной группы четвертого класса в программе Mathcad. // ВІСНИК Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”. Серія “Гірництво”: Збірник наукових праць. – Київ: НТУУ “КПІ”: ПрАТ “Техновибух”, 2011. – Вип. 21. – с. 115-120.
6. Мацюк І.Н. Третьяков В.М., Шляхов Э.М. Кинематический анализ плоских рычажных механизмов высоких классов в программе Mathcad. // Теория механизмов и машин. – Санкт-Петербург. – 2012. – № 1. – С. 65-70.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Ткачовим В.В.  
Надійшла до редакції 16.10.2012*

УДК 622.794.22

© Н.М. Трипутень, Д.В. Носкин

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ФИЛЬТРОВАНИЯ НА ГОКах**

Приведены результаты анализа систем автоматического управления процессом фильтрования на ГОКах.

Наведено результати аналізу систем автоматичного управління процесом фільтрування на ГЗК.  
Results of the analysis of automatic process control filtration in mining enterprises.

Процесс фильтрования (удаления влаги из тонких обводненных концентратов) является заключительным в технологии обогащения руд чёрных металлов горно-обогатительных комбинатах (ГОКах). На обогатительных фабриках Украины для его реализации применяют в основном вакуумные дисковые фильтры как отечественного, так и зарубежного производства. При этом удель-