

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ В ОПРЕДЕЛЕНИИ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ РЕЗИНЫ ПРИ СЖАТИИ, СВЯЗАННЫХ С НЕУЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЙ РАЗМЕРОВ ОБРАЗЦА В ПРОЦЕССЕ ИСПЫТАНИЙ

Описаны результаты испытаний на кратковременное сжатие 5 типов образцов резин, применяемых для изготовления резинотросовых канатов для горной промышленности Украины и Польши. При обработке результатов испытаний выполнен анализ неучета изменения размеров поперечных сечений образцов при нагружении на значения модулей упругости резин в разных диапазонах деформаций.

Описані результати випробувань на короткочасне стискування 5 типів зразків гум, які використовують для виготовлення гумотросових канатів для промисловості України і Польщі. Під час обробці результатів випробувань виконаний аналіз впливу нехтуванням зміни розмірів поперечного перетину зразків під час навантаження на величини модулів пружності гум в різних діапазонах деформації.

The results of tests on a brief compression are described for 5 types of rubbers, applied for making of rubber-steel ropes for mining industry in Ukraine and Poland. At treatment of results of tests have been made analysis of influence of change of sizes of cross-sectional of patterns of rubber executed at a lading on the sizes of the modules of elasticity of rubbers in the different ranges of deformation.

При проведении испытаний металлических образцов на ратяжение-сжатие и последующей обработке результатов пренебрегают изменением площади поперечного сечения образца. Полагают напряжения равномерно распределены по площади его поперечного сечения F_0 и их оценивают без учета изменения этой площади в процессе деформирования [1] по формуле

$$\sigma = \frac{P}{F_0}, \quad (1)$$

где P – сжимающее (растягивающее) усилие, F_0 – начальная площадь поперечного сечения образца.

Оценим полученную при этом погрешность. Для стандартного образца длины l_0 круглого поперечного сечения диаметром d_0 при испытании строится зависимость $P(\Delta l)$ изменение первоначальной длины образца Δl от величины прикладываемого усилия. Относительное продольное удлинение образца

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (2)$$

относительная поперечная деформация образца

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta d}{d_0}, \quad (3)$$

ε_1 и ε_2 определяют коэффициент Пуассона материала ν :

$$\nu = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (4)$$

Уменьшение (увеличение) площади поперечного сечения стержня при растяжении (сжатии) с точностью до бесконечно малых 2-го порядка малости

$$\Delta F = \frac{\pi(d_0 + \Delta d)^2}{4} - \frac{\pi d_0^2}{4} \approx \frac{\pi d_0 \Delta d}{2}. \quad (5)$$

Относительное изменение площади поперечного сечения стержня с учетом (3) и (4) можно представить в виде:

$$\frac{\Delta F}{F_0} = 2\nu\varepsilon_1, \quad (6)$$

Для стальных образцов $\nu=0,25$, $\varepsilon_1=0,003$, по формуле (6) получаем

$$\frac{\Delta F}{F_0} = 2 \cdot 0,25 \cdot 0,003 = 0,0015,$$

то есть $\Delta F=0,0015F_0$, что составляет 0,15% от начального значения площади поперечного сечения образца. Такой величиной изменения площади поперечного сечения стержня можно пренебречь и рассчитывать напряжения по формуле (1).

Для резины при испытаниях на сжатие $\nu=0,5$, $\varepsilon_{\max}=0,7$. По формуле (6) для резиновых образцов получаем

$$\frac{\Delta F}{F_0} = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,7 = 0,7,$$

то есть, изменение площади поперечного сечения резиновых образцов при испытаниях на сжатие весьма существенно. Однако государственные стандарты на испытания резин [2,3] предписывают оценивать напряжения в резиновых образцах по формуле (1). Назовем эти напряжения «условными» – σ_y , а напряжения, вычисленные с учетом изменения площади поперечного сечения образца – «реальными» – σ_p и оценим получаемые при обработке результатов испытаний погрешности определения механических характеристик резины.

Полагая справедливой гипотезу плоских сечений и равномерность распределения напряжений по поперечному сечению резинового образца при сжатии, вычислим значения реальных напряжений по формуле

$$\sigma_p = \frac{P}{F_0 + \Delta F} = \frac{P}{F_0(1 + 2\nu\varepsilon_1)} = \frac{\sigma_y}{1 + 2\nu\varepsilon_1}. \quad (7)$$

В работе [4] описаны испытания на статическое сжатие 5 типов образцов резины (каждого типа резины было по 3 образца в соответствии с требованиями ГОСТ 265-80). Испытаниям подвергались образцы 5 типов резин: резина Днепропетровского шинного завода ОАО «Днепрошина», применяемая для изготовления металлокордовых покрышек большегрузных транспортных средств, заводской шифр марки резины – Р-25; резина украинского Лисичанского завода резино-технических изделий, применяемая для наружного слоя резиноканевых конвейерных лент, заводской шифр марки резины - 16-02; резина ремонтно-механического завода (РМЗ) комбината «Кривбассжелезорудком» г.Кривой Рог, используемая для производства резинотросовых канатов для шахтных подъемных установок, заводское название резины – резина РМЗ-1 и РМЗ-2; ре-

зина польской фирмы Stomil, применяемая для изготовления резинотросовых конвейерных лент, заводской шифр марки резины – РТТ. Химический состав резин является коммерческой тайной производителей.

В соответствии с требованиями ГОСТ 265-80 было изготовлено и испытано по 3 образца каждого из 4 указанных типов резин.

На рис.1 представлена фотография испытательной машины УМ-5, а на рис.2 - фотография испытываемого образца в зажимах машины.

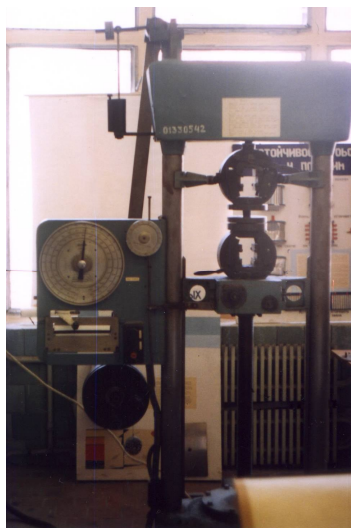


Рис. 1. Фотография испытательной машины УМ-5

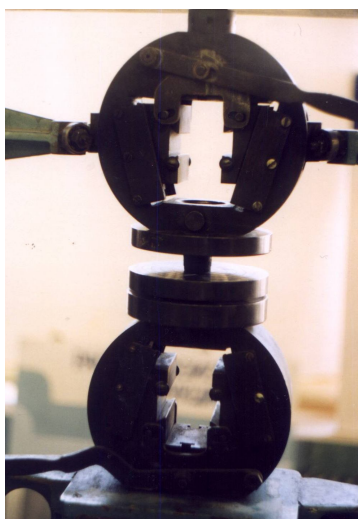


Рис. 2. Фотография испытываемого образца в зажимах машины

Испытательная машина УМ-5 позволяет испытывать образцы материалов на растяжение и сжатие с приложением нагрузок в двух диапазонах: до 20 и до 50 кН.

ГОСТ 265-80 предписывает нагружать образцы резины в пределах их относительной деформации $0 \leq \epsilon \leq 0,5$. В реальных условиях нагружения резинотехнических изделий резина испытывает деформации сжатия в большем диапазоне. Поэтому в испытаниях образцов резины нагружения осуществлялись до $\epsilon \leq 0,75$. Производились одно- и многократные нагружения образцов. Фикси-

ровались диаграммы нагружения и разгрузки образцов для возможной оценки параметров гистерезиса в резине.

Диаграммное устройство испытательной машины УМ-5 рисует диаграмму растяжения (сжатия) образцов, фиксируя по оси ординат усилие в кг, а по оси абсцисс – абсолютную деформацию образца в мм. При обработке результатов экспериментов нами был выполнен пересчет абсолютной деформации на относительную ε , усилия пересчитаны в напряжения σ , как отношение усилия сжатия образца к площади его поперечного сечения.

Как условились ранее, напряжения, вычисленные в соответствии с ГОС265-80 по формуле (1), называем условными σ_y , а вычисленные по формуле (7) – реальными σ_p .

На рис. 3-7 представлены диаграммы изменения условных (σ_y) и реальных (σ_p) нормальных напряжений в поперечных сечениях образцов при испытаниях на статическое кратковременное сжатие для следующих типов резин: Р-25, 16-02, РМЗ-1, РМЗ-2, РТТ, соответственно.

Под каждым рисунком приведено аналитическое описание полученных зависимостей $\sigma_y(\varepsilon)$, $\sigma_p(\varepsilon)$.

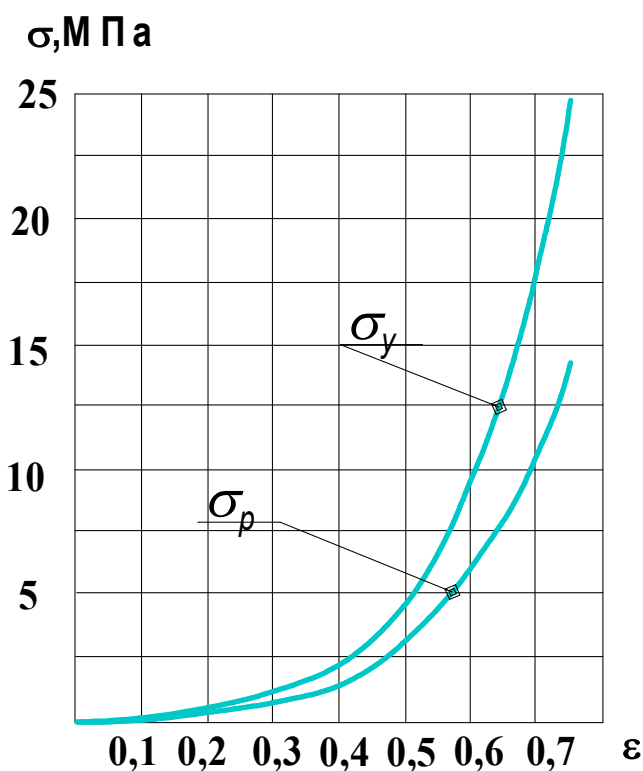


Рис. 3. Диаграмма изменения условных σ_y и реальных σ_p нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины Р-25 при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до $\varepsilon \leq 0,75$ зависимость $\sigma_y(\varepsilon)$ удовлетворительно описывается:

а) кубической параболой:

$$\sigma_y = -0,297 + 16,743\varepsilon - 84,927\varepsilon^2 + 142,103\varepsilon^3 \quad (8)$$

со стандартной ошибкой $S=0,529$ и корреляционном коэффициенте $r=0,9989$, но точнее эта зависимость описывается полиномом четвертой степени:

$$\sigma_y = 0,028 - 2,636\varepsilon + 48,644\varepsilon^2 - 146,204\varepsilon^3 + 193,106\varepsilon^4 \quad (9)$$

со стандартной ошибкой $S=0,220$ и корреляционном коэффициенте $r=0,9999$.

б) зависимость реальных напряжений от деформаций описывается квадратной параболой:

$$\sigma_p = 0,496 - 12,577\varepsilon + 39,161\varepsilon^2 \quad (10)$$

со стандартной ошибкой $S=0,8888$ и корреляционном коэффициенте $r=0,9877$, или точнее – кубической параболой:

$$\sigma_p = -0,0724 + 8,144\varepsilon - 39,107\varepsilon^2 + 71,086\varepsilon^3 \quad (11)$$

со стандартной ошибкой $S=0,225$ и корреляционном коэффициенте $r=0,9993$.

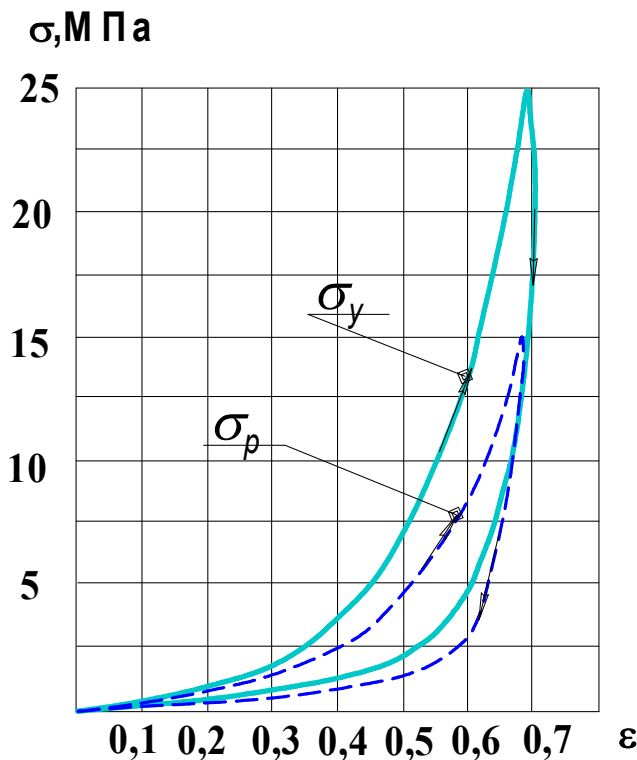


Рис. 4. Диаграммы изменения условных σ_y и реальных σ_p нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины 16-02 при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до $\varepsilon \leq 0,75$ зависимость $\sigma_y(\varepsilon)$ удовлетворительно описывается:

- при нагружении

$$а) \sigma_y = 0,036 - 7,005\varepsilon + 117,924\varepsilon^2 - 365,549\varepsilon^3 + 424,929\varepsilon^4, \quad (12)$$

при $S=0,370$, $r=0,9995$;

практически точно эта зависимость описывается полиномом 7 степени

$$\sigma_y = 12,717\varepsilon - 234,02\varepsilon^2 + 232,902\varepsilon^3 - 109,0701\varepsilon^4 + 265,3754\varepsilon^5 - 31,77917\varepsilon^6 + 15,00860\varepsilon^7, \quad (13)$$

при $S=0, r=1,00$;

$$\text{б) } \sigma_p = -0,183 + 14,05\varepsilon - 64,53\varepsilon^2 + 112,7\varepsilon^3, \quad (14)$$

при $S=0,458, r=0,9978$;

- при разгрузении

в) практически точно ($S=0, r=1,0$) описывается полиномом 7 степени

$$\sigma_y = 55,557\varepsilon - 1313,33\varepsilon^2 + 12069,63\varepsilon^3 - 54144,29\varepsilon^4 + 127290,05\varepsilon^5 - 150561,06\varepsilon^6 + 70767,17\varepsilon^7, \quad (15)$$

г) полиномом шестой степени

$$\sigma_p = 0,0056 - 27,58\varepsilon + 614,93\varepsilon^2 - 4421,4\varepsilon^3 + 14322\varepsilon^4 - 21443,8\varepsilon^5 + 12103,2\varepsilon^6, \quad (16)$$

при $S=0,346$ и $r=0,9997$.

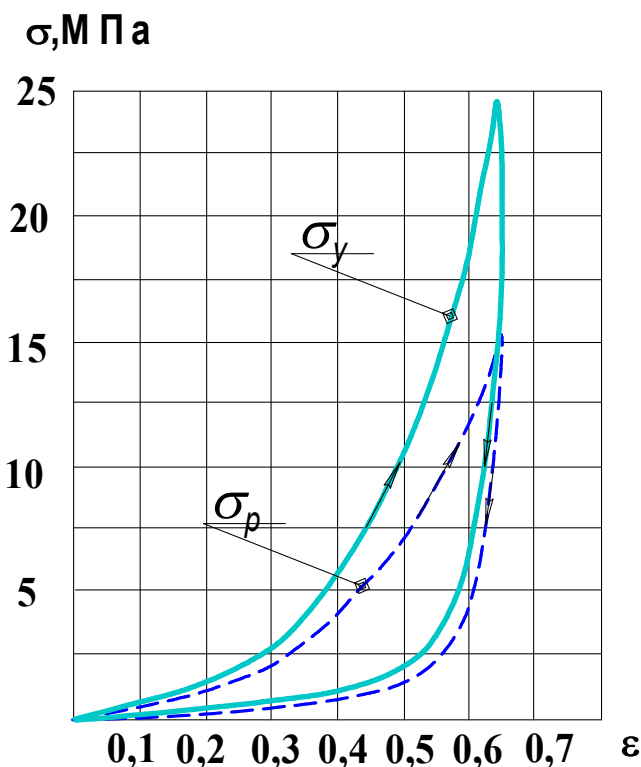


Рис. 5. Диаграммы изменения условных σ_y и реальных σ_p нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины РМЗ-1 при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до $\varepsilon \leq 0,75$ зависимость $\sigma(\varepsilon)$ удовлетворительно описывается:

- при нагружении

$$\text{а) } \sigma_y = 0,003 + 4,365\varepsilon + 8,389\varepsilon^2 - 2,056\varepsilon^3 + 105,051\varepsilon^4, \quad (17)$$

при $S=0,122$, $r=0,9999$;

$$\text{б) } \sigma_p = -0,019 + 6,715\varepsilon - 17,92\varepsilon^2 + 65,87\varepsilon^3, \quad (18)$$

при $S=0,098$, $r=0,9999$;

- при разгрузении

в) практически точно ($S=0, r=1,0$) описывается полиномом 7 степени

$$\sigma_y = 75,344\varepsilon - 1806,77\varepsilon^2 + 16579,85\varepsilon^3 - 74946,69\varepsilon^4 + 178872,72\varepsilon^5 - 215975,49\varepsilon^6 + 144001,56\varepsilon^7, \quad (19)$$

$$\text{г) } \sigma_p = 0,0063 - 39,55\varepsilon + 845,6\varepsilon^2 - 6183,3\varepsilon^3 + 20521,8\varepsilon^4 - 31549,2\varepsilon^5 + 18281,5\varepsilon^6, \quad (20)$$

при $S=0,412$, $r=0,9995$.

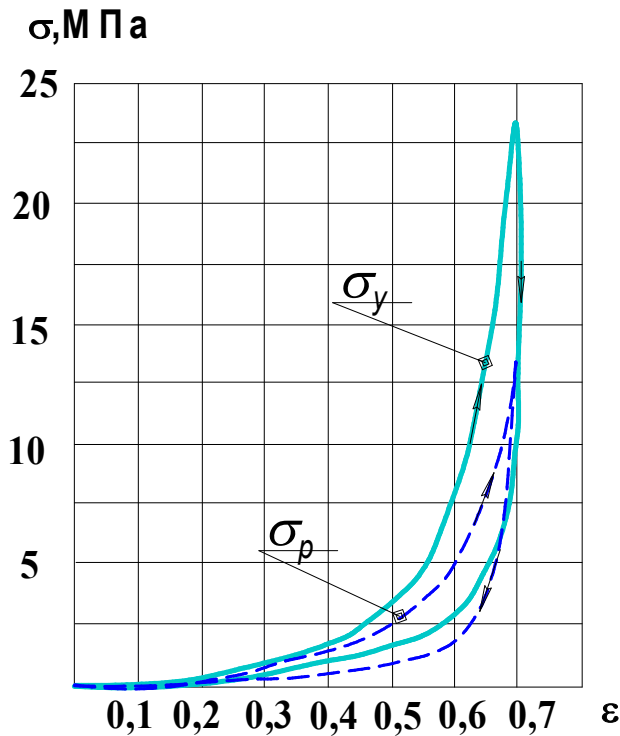


Рис. 6. Диаграммы изменения условных σ_y и реальных σ_p нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины РМЗ-2 при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до $\varepsilon \leq 0,75$ зависимость $\sigma(\varepsilon)$ удовлетворительно описывается:

- при нагружении

$$\text{а) } \sigma_y = 0,158 - 21,134\varepsilon + 234,4\varepsilon^2 - 699,8\varepsilon^3 + 677,65\varepsilon^4, \quad (21)$$

при $S=0,695$, $r=0,998$;

$$\text{б) } \sigma_p = 0,091 - 11\varepsilon + 130,64\varepsilon^2 - 390,8\varepsilon^3 + 379,5\varepsilon^4, \quad (22)$$

при $S=0,392$, $r=0,9984$;

- при разгрузении

$$в) \sigma_y = 0,005 - 29,26\varepsilon + 637,7\varepsilon^2 - 4582,6\varepsilon^3 + 14893,7\varepsilon^4 - 22328\varepsilon^5 + 12576,4\varepsilon^6, \quad (23)$$

при $S=0,312$, $r=0,9998$;

$$г) \sigma_p = -0,027 + 21,1\varepsilon - 302,6\varepsilon^2 + 1535,2\varepsilon^3 - 3120,7\varepsilon^4 + 2200\varepsilon^5, \quad (24)$$

при $S=0,320$, $r=0,9993$.

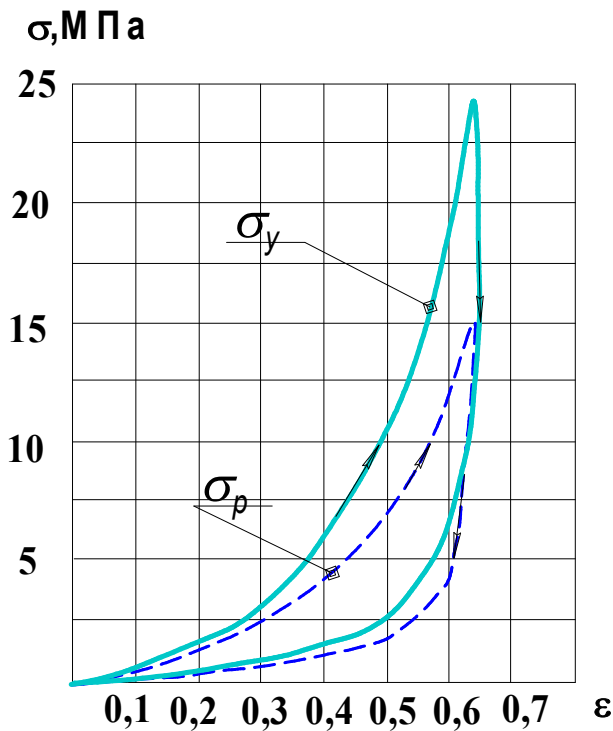


Рис. 7. Диаграммы изменения условных σ_y и реальных σ_p нормальных напряжений в поперечном сечении образца резины РТТ при испытаниях на статическое кратковременное сжатие

В диапазоне деформаций сжатия до $\varepsilon \leq 0,75$ зависимость $\sigma(\varepsilon)$ удовлетворительно описывается:

- при нагружении

$$а) \sigma_y = -0,005 + 7,283\varepsilon + 5,009\varepsilon^2 - 12,801\varepsilon^3 + 118,837\varepsilon^4, \quad (25)$$

при $S=0,140$ и $r=0,9999$;

$$б) \sigma_p = -0,013 + 9,804\varepsilon - 27,046\varepsilon^2 + 72,564\varepsilon^3, \quad (26)$$

при $S=0,091$ и $r=0,9999$;

- при разгрузении

в) практически точно ($S=0$, $r=1,0$) — полиномом 7 степени

$$\sigma_y = 93,275\varepsilon - 2199,13\varepsilon^2 + 20023,92\varepsilon^3 - 89677,25\varepsilon^4 + 211863,24\varepsilon^5 - 253053,67\varepsilon^6 + 120446,86\varepsilon^7, \quad (27)$$

$$\text{г) } \sigma_p = 0,008 - 44,75\varepsilon + 972,87\varepsilon^2 - 7064\varepsilon^3 + 23242,7\varepsilon^4 - 35381\varepsilon^5 + 20274\varepsilon^6, \quad (28)$$

при $S=0,526$, $r=0,9999$.

При решении многих нелинейных краевых задач теории упругости (физическая или геометрическая нелинейности) считается целесообразным приведение их к последовательности решений линейных задач.

Основная идея такого подхода к решению упругопластического деформирования тел и течения вязкой жидкости принадлежит А.А. Ильюшину [5] в последующие годы этот метод неоднократно применялся в различных модификациях для решения задач теории упругости и пластичности с физической и геометрической нелинейностью и назывался «методом упругих решений». Поскольку численные методы решения указанных задач требуют кусочно-линейной аппроксимации зависимостей $\sigma_y(\varepsilon)$ и $\sigma_p(\varepsilon)$, представленных на рис. 3-7.

Процедура линейной аппроксимации представлена на рис.8 для резины марки Р-25.

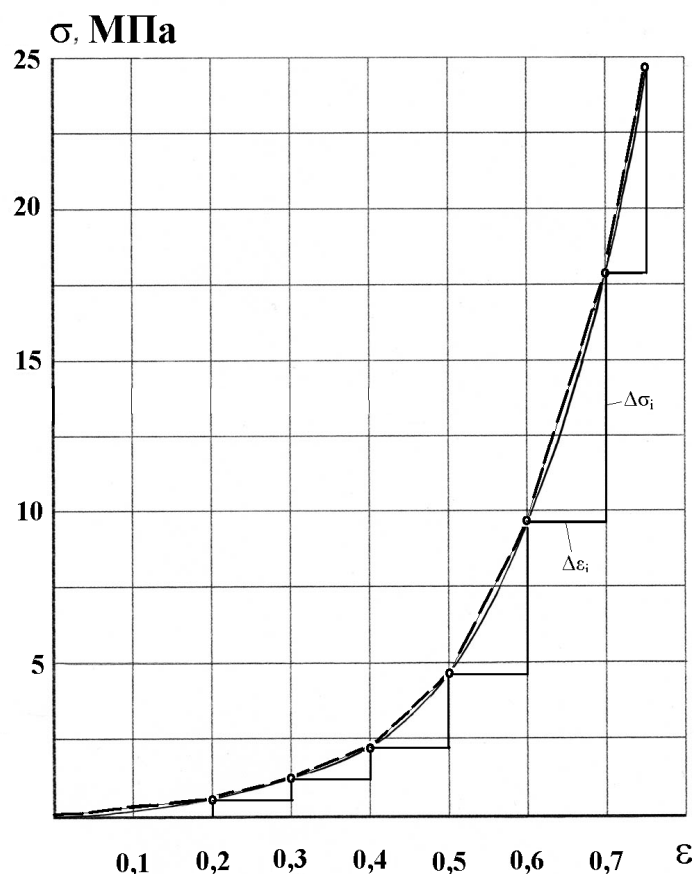


Рис.8. Линейная аппроксимация (пунктирная линия) экспериментальной зависимости $\sigma(\varepsilon)$ при сжатии резины марки Р-25

Экспериментальная зависимость $\sigma(\varepsilon)$ (сплошная линия) заменяется ломаной прямой (пунктирная линия). Для каждого участка ломаной линии показаны приращения напряжений $\Delta\sigma_i$, соответствующие приращению относительных деформаций сжатия $\Delta\varepsilon_i$. На каждом участке ломаной зависимости $\sigma(\varepsilon)$ вычислялся модуль упругости резины при сжатии

$$E_y = \frac{\Delta\sigma_{yi}}{\Delta\varepsilon_i} \text{ и } E_p = \frac{\Delta\sigma_{pi}}{\Delta\varepsilon_i}.$$

Полученные таким образом значения модулей упругости резины при сжатии в каждом диапазоне деформаций для 5-ти марок испытываемых резин приведены в табл. 1.

Как следует из данных таблицы 1, реальные значения модулей упругости резин E_p отличаются от вычисленных без учета изменения площади поперечного сечения испытываемых образцов E_y на 17-89% в зависимости от диапазона относительной продольной деформации. Неучет такого отличия модулей упругости материала может привести к значительным погрешностям при расчете напряженно-деформированного состояния резинотехнических изделий.

Таблица 1

Значения модулей упругости испытываемых резин при сжатии в разных диапазонах деформации

Диапазон относительной деформации	Модуль упругости резины при сжатии, МПа									
	Марка резины									
	P-25		16-02		PM3-1		PM3-2		RTT	
	E_y	E_p	E_y	E_p	E_y	E_p	E_y	E_p	E_y	E_p
$0 < \varepsilon \leq 0,2$	2,7	2,3	5,1	4,3	7,1	5,9	2,6	2,1	8,8	7,3
$0,2 < \varepsilon \leq 0,3$	7,1	5,1	8,8	6,1	12,81	9,0	5,1	4,1	14,9	10,3
$0,3 < \varepsilon \leq 0,4$	9,8	6,3	17,06	11,5	31,1	20,7	9,5	6,2	27,7	18,0
$0,4 < \varepsilon \leq 0,5$	25,0	15,6	36,5	22,6	47,3	28,8	16,5	10,0	45,3	27,3
$0,5 < \varepsilon \leq 0,6$	48,6	28,4	66,2	38,4	82,4	47,1	41,9	24,7	84,5	48,4
$0,6 < \varepsilon \leq 0,7$	83,2	45,5	148,0	83,1	116	63,4	152	86,7	110	59,1
$0,7 < \varepsilon \leq 0,75$	142,0	75								

Список литературы

1. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1976 – 607с.
2. ГОСТ 269-80 «Резина. Общие требования к определению физико-механических свойств».
3. ГОСТ 265-80 «Резина. Метод испытания на кратковременное сжатие».
4. Ермеков М.М., Сериков Н.Ж., Ропай В.А. Экспериментальные исследования механических характеристик резин при сжатии. – НТЖ «Нефтепромысловое дело» - М.: ВНИИО-ЭНГ. 2003. - №4. – С. 31-34.
5. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.,Л.: Гостехиздат, 1948.- 376 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Самусею В.І.
Надійшла до редакції 19.06.2012*