УДК 622.64

© Р.В. Кирия, В.Ю. Максютенко, Д.Д. Брагинец, Т.Ф. Мищенко

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ АККУМУЛИРУЮЩИХ БУНКЕРОВ СИСТЕМЫ ПОДЗЕМНОГО КОНВЕЙЕРНОГО ТРАНСПОРТА УГОЛЬНЫХ ШАХТ

Разработана упрощенная марковская модель функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер», которая сопоставлялась с результатами имитационного моделирования. На основе этой модели исследована пропускная способность системы в зависимости от объема аккумулирующего бункера и значений производительности надбункерного и подбункерного конвейеров.

Розроблено спрощену марківську модель функціонування системи «конвеєр – бункер – конвеєр», яка зіставлялася з результатами імітаційного моделювання. На основі цієї моделі досліджено пропускну спроможність системи залежно від об'єму акумулюючого бункера і значень продуктивності надбункерного і підбункерного конвеєрів.

A simplified Markov model of the functioning of the "conveyor belt - the bunker - conveyor", which was compared with the results of the simulation. Based on this model the capacity of the system depending on the volume accumulation hopper and hopper performance values above and below hopper conveyor.

В системах подземного конвейерного транспорта угольных шахт широкое распространение получили аккумулирующие бункеры. Они позволяют за счет накопление некоторого количества груза в бункере в процессе работы конвейерной линии существенно увеличить пропускную способность системы конвейерного транспорта угольных шахт.

Однако из-за ограниченности объема бункера максимально повысить пропускную способность системы подземного конвейерного транспорта невозможно.

Для разработки методов и средств повышения эффективности применения аккумулирующих бункеров в системах подземного конвейерного транспорта необходимо исследовать влияние объема бункера на пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер».

Вопросами исследования функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер» занимались многие исследователи [1–3]. Поученные в этих работах результаты применимы для частных случаев режимов функционирования аккумулирующего бункера. Полученную в работе [4] математическую модель функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер» можно использовать в инженерных расчетах только в частном случае равенства поступающего в бункер и разгружаемого из бункера грузопотоков. В остальных случаях получены сложные зависимости, которые очень плохо поддаются инженерному анализу.

В работе получены достаточно простые математические модели функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер», на основе которых исследована зависимость пропускной способности от объема бункера и величины поступающего в бункер и разгружаемого из бункера грузопотоков.

Предположим, что в системе «конвейер – бункер – конвейер» параметры потоков отказов и восстановлений надбункерного и подбункерного конвейеров равны λ_1, μ_1 и λ_2, μ_2 соответственно. Производительность надбункерного конвейера и питателя соответственно равны m_Q и Q_n. Объем бункера равен V (рис. 1).

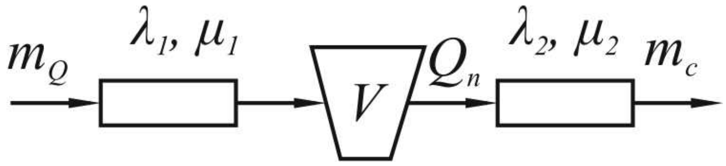


Рис. 1. Расчетная схема функционирования системы
«конвейер – бункер – конвейер»

Рассмотрим сначала случай $m_Q > Q_n$.

Предположим, что подбункерный конвейер функционирует без остановок, т.е. $\lambda_2 = \mu_2 = 0$. Тогда граф состояния такой системы имеет вид (рис. 2).

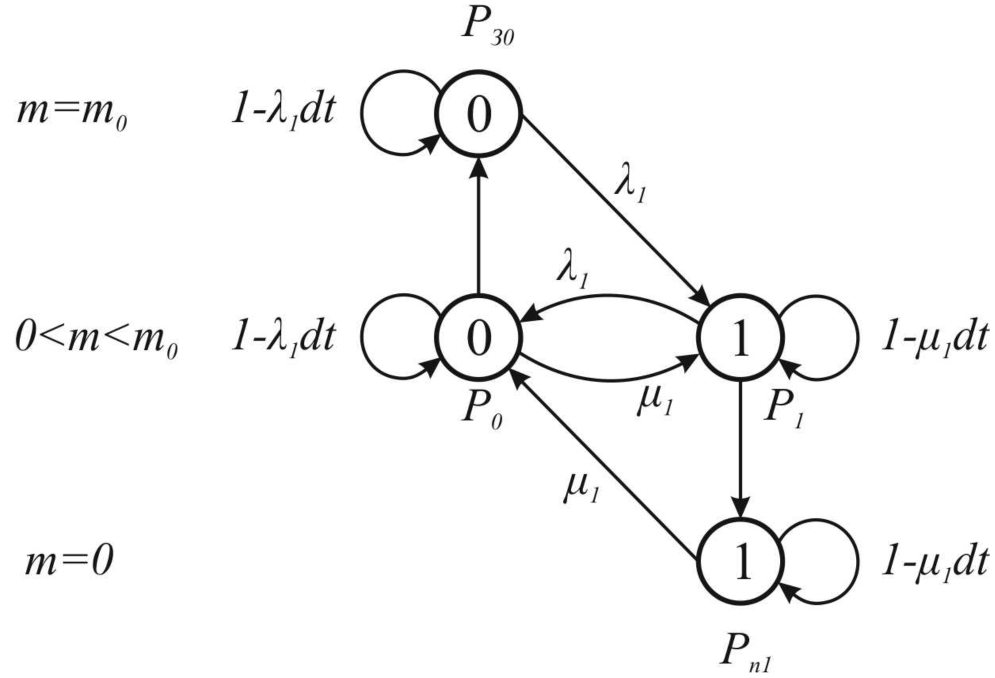


Рис. 2. Граф состояний системы
«конвейер – бункер – конвейер» при $m_Q > Q_n$

На рис. 2 индекс «0» обозначает состояние системы, при котором надбункерный конвейер работает, индекс «1» обозначает состояние системы, при котором надбункерный конвейер не работает.

Тогда в этом случае обозначим через $P_0(m,t)$ и $P_1(m,t)$ соответственно вероятности нахождения системы в состояниях «0» и «1» при количестве груза в бункере, равном m, а через $P_{30}(t)$ – вероятность нахождения системы в состоянии «0», при этом бункер заполнен, и $P_{n1}(t)$ – вероятность нахождения системы в состоянии «1», при этом бункер пуст.

Система уравнений Колмогорова [5], описывающая процесс функционирования бункеров, в этом случае примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P_0}{\partial t} + \left(m_Q - Q_n\right)\dfrac{\partial P_0}{\partial m} = -\lambda_1 P_0(m,t) + \mu_1 P_1(m,t), \\ \dfrac{\partial P_0}{\partial t} - Q_n \dfrac{\partial P_1}{\partial m} = \lambda_1 P_0(m,t) - \mu_1 P_1(m,t), \\ \dfrac{dP_{30}}{dt} = -\lambda_1 P_{30}(t) + \left(m_Q - Q_n\right) P_0(m_0,t), \\ \dfrac{dP_{n1}}{dt} = -\mu_1 P_{n1}(t) + Q_n P_1(0,t). \end{cases} \tag{1}$$

Кроме того, должны выполняться:
начальные условия:

при $t = 0$ $P_0(m,0) = P_1(m,0) = P_{30}(0) = 0$, $P_{n1}(0) = 1$; (2)

граничные условия:

при $m = m_0$ $Q_n P_1(m_0,t) = \lambda_1 P_{30}(t)$; (3)

при $m = 0$ $(m_Q - Q_n)P_0(0,t) = \mu_1 P_{n1}(t)$, (4)

а также условие нормирования

$$P_{30}(t) + P_{n1}(t) + \int_0^{m_0} P_0(m,t)dm + \int_0^{m_0} P_1(m,t)dm = 1, \tag{5}$$

где m – текущее значение количества груза в бункере, т; m_0 – максимальное количество груза в бункере, т.

Для стационарного случая, т.е. при $t \to \infty$, система уравнений (1) с учетом граничных условий (2)–(4) примет вид:

$$\begin{cases} \left(m_Q - Q_n\right)\dfrac{dP_0}{dm} = -\lambda_1 P_0(m) + \mu_1 P_1(m), \\ -Q_n \dfrac{dP_1}{dm} = \lambda_1 P_0(m) - \mu_1 P_1(m), \\ -\lambda_1 P_{30} + \left(m_Q - Q_n\right) P_0(m_0) = 0, \\ -\mu_1 P_{n1} + Q_n P_1(0) = 0, \\ Q_n P_1(m_0) = \lambda_1 P_{30}, \\ \left(m_Q - Q_n\right) P_0(0,0) = \mu_1 P_{n1}, \end{cases} \tag{6}$$

где $P_0(m), P_1(m)$ – значения $P_0(m,t)$ и $P_1(m,t)$ при $t \to \infty$; P_{30} и P_{n1} – значения $P_{30}(t)$ и $P_{n1}(t)$ при $t \to \infty$.

Пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер» в этом случае определится из выражения:

$$m_c = \left[P_{30} + \int_0^{m_0} P_0(m)dm + \int_0^{m_0} P_1(m)dm \right] Q_n . \tag{7}$$

Подставляя решение уравнений (6) в (7), получим пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер» в виде:

$$m_c = \left[\frac{\dfrac{e^{A_1 m_0}}{\gamma_1} + \dfrac{\overline{m}_Q}{(\overline{m}_Q - Q_n)} \left(e^{A_1 m_0} - 1 \right)}{1 + \dfrac{e^{A_1 m_0}}{\gamma_1} + \dfrac{\overline{m}_Q}{(\overline{m}_Q - Q_n)} \left(e^{A_1 m_0} - 1 \right)} \right] Q_n, \tag{8}$$

где

$$A_1 = \frac{\mu_1 \left[m_Q - (1+\gamma_1) Q_n \right]}{\left(m_Q - Q_n \right) Q_n}; \;\; \overline{m}_Q = \frac{m_Q}{1+\gamma_1}; \;\; \gamma_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}; \;\; m_0 = \gamma V .$$

Здесь γ_1 – коэффициент аварийности надбункерного конвейера; γ – удельный вес груза.

Если подбункерный конвейер функционирует с простоями, т.е. $\lambda_2 \neq 0$, $\mu_2 \neq 0$, то, подставив в формулу (8) вместо Q_n его среднее значение, равное

$$\overline{Q}_n = \frac{Q_n}{1+\gamma_2},$$

где $\gamma_2 = \dfrac{\lambda_2}{\mu_2}$ – коэффициент аварийности подбункерного конвейера,

получим пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер» без дополнительных ограничений, т.е. при $m_Q > Q_n$:

$$m_c = \left[\frac{\dfrac{e^{A_1 \gamma V}}{\gamma_1} + \dfrac{\overline{m}_Q}{(\overline{m}_Q - \overline{Q}_n)} \left(e^{A_1 \gamma V} - 1 \right)}{1 + \dfrac{e^{A_1 \gamma V}}{\gamma_1} + \dfrac{\overline{m}_Q}{(\overline{m}_Q - \overline{Q}_n)} \left(e^{A_1 \gamma V} - 1 \right)} \right] \overline{Q}_n, \tag{9}$$

где

$$A_1 = \frac{\mu_1 \left[m_Q - (1+\gamma_1) \overline{Q}_n \right]}{\left(m_Q - \overline{Q}_n \right) \overline{Q}_n}.$$

Рассмотрим случай $m_Q < Q_n$.

Предположим, что в системе «конвейер – бункер – конвейер» надбункерная конвейерная линия функционирует без остановок, т.е. $\lambda_1 = \mu_1 = 0$. Тогда граф состояний этой системы имеет, представленный на рис. 3.

На рис. 3 индекс «0» обозначает состояние системы, при котором подбункерный конвейер работает, индекс «2» обозначает состояние системы, при котором подбункерный конвейер не работает.

Тогда в этом случае обозначим через $\overline{P}_0(m,t)$ и $\overline{P}_2(m,t)$ соответственно вероятности нахождения системы в состояниях «0» и «1» при условии, что количестве груза в бункере равно m, а через $\overline{P}_{32}(t)$ вероятность нахождения системы в состоянии «0», при этом бункер заполнен, и $\overline{P}_{n0}(t)$ – вероятность нахождения системы в состоянии «2», при этом бункер пуст.

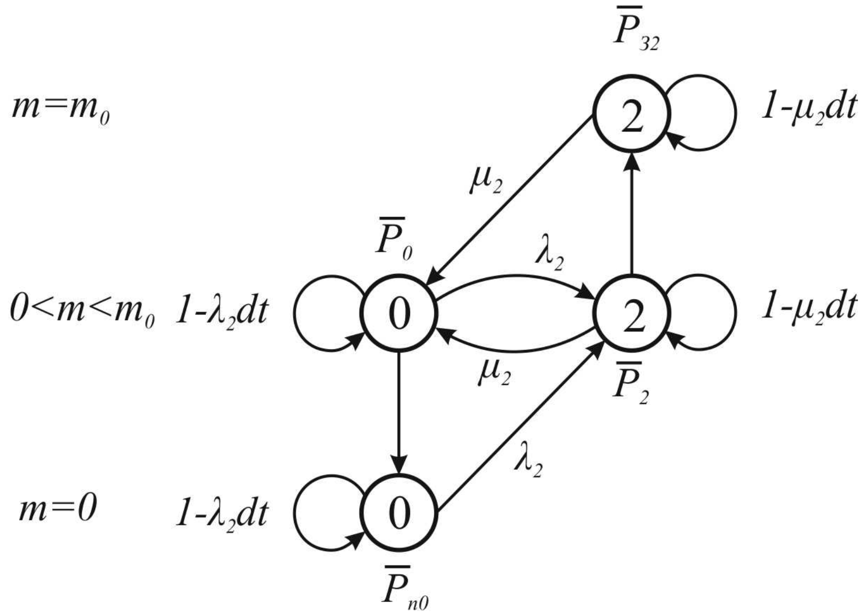


Рис. 3. Граф состояний системы
«конвейер – бункер – конвейер» при $m_Q \le Q_n$

Система уравнений Колмогорова, описывающая процесс функционирования бункеров, в этом случае примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \overline{P}_0}{\partial t} + \left(m_Q - Q_n\right)\dfrac{\partial \overline{P}_0}{\partial m} = -\lambda_2 \overline{P}_0(m,t) + \mu_2 \overline{P}_2(m,t), \\ \dfrac{\partial \overline{P}_2}{\partial t} + m_Q \dfrac{\partial \overline{P}_2}{\partial m} = \lambda_2 \overline{P}_0(m,t) - \mu_2 \overline{P}_2(m,t), \\ \dfrac{d\overline{P}_{32}}{dt} = -\mu_2 \overline{P}_{32}(t) + m_Q \overline{P}_2(m_0,t), \\ \dfrac{d\overline{P}_{n0}}{dt} = -\lambda_2 \overline{P}_{n0}(t) + \left(m_Q - Q_n\right)\overline{P}_2(0,t). \end{cases} \tag{10}$$

Кроме того, должны выполняться:
начальные условия:

при $t = 0$ $\overline{P}_0(m,0) = \overline{P}_2(m,0) = \overline{P}_{32}(0) = 0$, $\overline{P}_{n0} = 1$; (11)

граничные условия:

при $m = m_0$ $(Q_n - m_Q)\overline{P}_0(m_0,t) = \mu_2 \overline{P}_{32}(t)$; (12)

при $m = 0$ $\overline{P}_2(0,t) = \lambda_2 \overline{P}_{n0}(t)$, (13)

а также условие нормирования

$$\overline{P}_{32} + \overline{P}_{n0} + \int_0^{m_0} \overline{P}_0(m,t)dm + \int_0^{m_0} \overline{P}_1(m,t)dm = 1. \tag{14}$$

Для стационарного случая, т.е. при $t \to \infty$, система уравнений (10) с учетом условий (11)-(13) примет вид:

$$\begin{cases} \left(m_Q - Q_n\right)\dfrac{d\overline{P}_0}{dm} = -\lambda_2\overline{P}_0(m) + \mu_2\overline{P}_2(m), \\ m_Q\dfrac{d\overline{P}_2}{dm} = \lambda_2\overline{P}_0(m) - \mu_2\overline{P}_2(m), \\ -\mu_2\overline{P}_{32} + m_Q\overline{P}_2(m_0) = 0, \\ -\lambda_2\overline{P}_{n0} + (Q_n - m_Q)\overline{P}_0(0) = 0, \\ (Q_n - m_Q)\dfrac{d\overline{P}_0}{dm} = \mu_2\overline{P}_{32}, \\ m_Q\dfrac{d\overline{P}_2}{dm} = \lambda_2\overline{P}_{n0}, \end{cases} \tag{15}$$

где $\overline{P}_0(m), \overline{P}_2(m)$ – значения $\overline{P}_0(m,t)$ и $\overline{P}_2(m,t)$ при $t \to \infty$; $\overline{P}_{32}$ и $\overline{P}_{n0}$ – значения $\overline{P}_{32}(t)$ и $\overline{P}_{n0}(t)$ при $t \to \infty$.

Пропускная способность в этом случае определяется из выражения:

$$m_c = m_Q\overline{P}_{n0} + Q_n \int\limits_0^{m_0} \overline{P}_0(m)dm. \tag{16}$$

Подставляя решение уравнений (15) в (16), получим пропускную способность в виде:

$$m_c = \left[\frac{1 + \dfrac{(Q_n - \overline{Q}_n)}{(\overline{Q}_n - m_Q)}\left(1 - e^{A_2\gamma V}\right)}{1 + \gamma_2 e^{A_2\gamma V} + \dfrac{(Q_n - \overline{Q}_n)}{(\overline{Q}_n - m_Q)}\left(1 - e^{A_2\gamma V}\right)}\right] m_Q, \tag{17}$$

где

$$A_2 = \frac{\mu_2\left[(1+\gamma_2)m_Q - Q_n\right]}{m_Q\left(Q_n - m_Q\right)}.$$

Если надбункерный конвейер функционирует с простоями, т.е. $\lambda_1 \neq 0$, $\mu_1 \neq 0$, то подставив в последнюю формулу вместо m_Q его среднее значение, равное $\overline{m}_Q = \dfrac{m_Q}{1+\gamma_1}$, получим пропускную способность системы «конвейер – бункер – конвейер» в случае $m_Q \leq Q_n$ без дополнительных ограничений в виде:

$$m_c = \left[\frac{1 + \dfrac{(Q_n - \overline{Q}_n)}{(\overline{Q}_n - \overline{m}_Q)}\left(1 - e^{A_2\gamma V}\right)}{1 + \gamma_2 e^{A_2\gamma V} + \dfrac{(Q_n - \overline{Q}_n)}{(\overline{Q}_n - \overline{m}_Q)}\left(1 - e^{A_2\gamma V}\right)}\right] \overline{m}_Q, \tag{18}$$

где

$$A_2 = \frac{\mu_2\left[\overline{m}_Q(1+\gamma_2) - Q_n\right]}{\overline{m}_Q\left(Q_n - \overline{m}_Q\right)}.$$

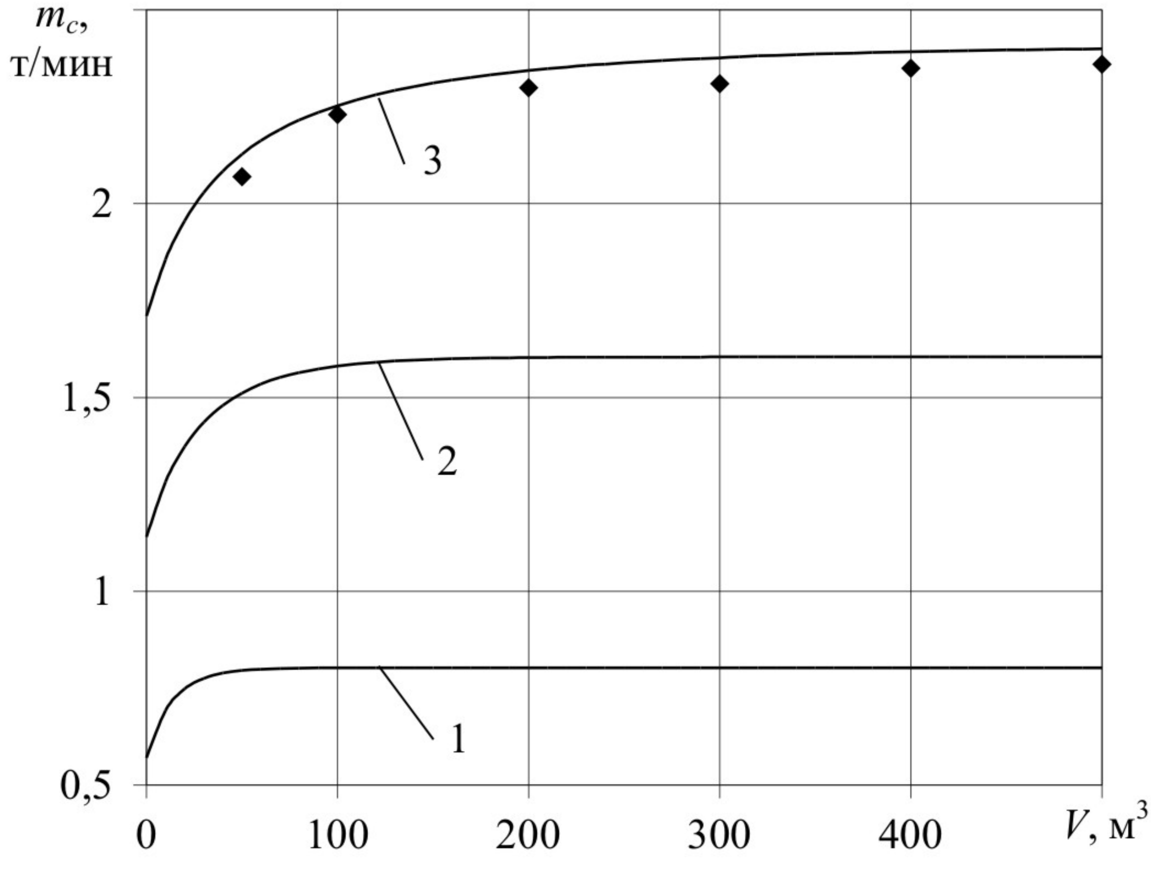
На рис. 4–6 показаны графики зависимости средней производительности m_c системы «конвейер – бункер – конвейер» от объема бункера V при различных значениях поступающего m_Q и разгружаемого Q_n грузопотоков, построенные согласно формул (9) и (18).

При этом, для всех случаев средняя производительность поступающего грузопотока m_Q = 3,7 т/мин, а параметры потоков отказов и восстановлений надбункерного и подбункерного конвейеров принимали значения соответственно λ_1 = 0,025 мин$^{-1}$, μ_1 = 0,0614 мин$^{-1}$; λ_2 = 0,017 мин$^{-1}$, μ_2 = 0,069 мин$^{-1}$; удельный вес груза γ = 1 т/м^3.

На рис. 4 кривым 1, 2, 3 соответствуют значения Q_n =1; 2; 3 т/мин (см. (9)).

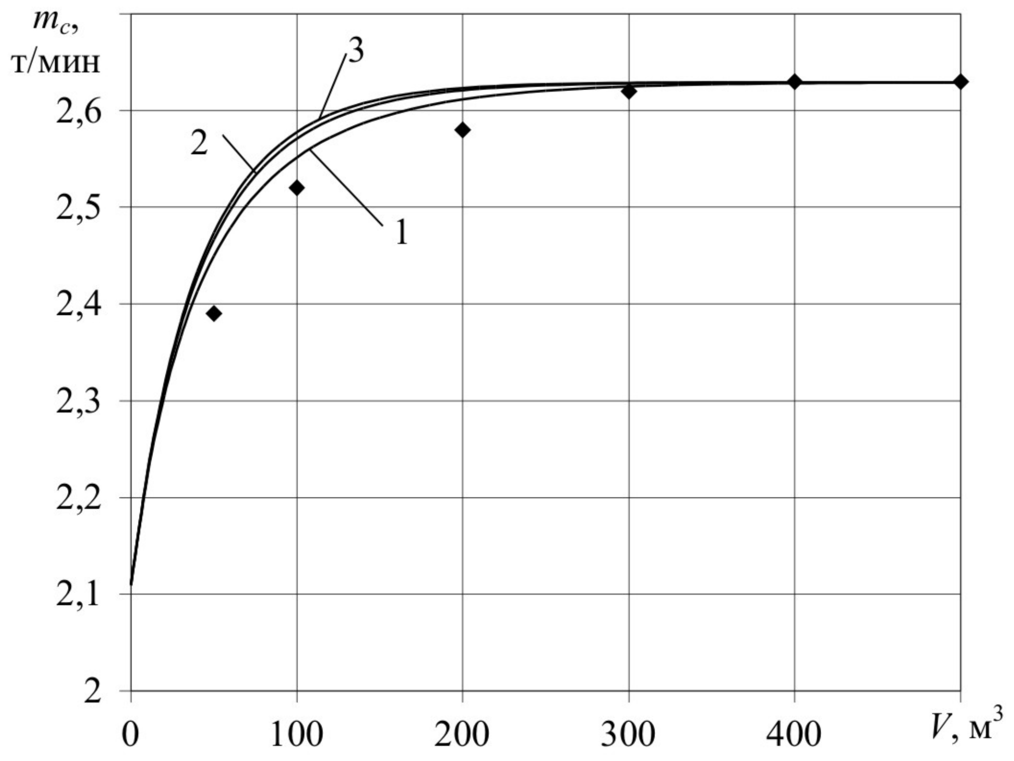
На рис. 5 кривым 1, 2, 3 соответствуют значения Q_n =4; 5; 6 т/мин (см. (18)).

На рис. 6 кривая 1 соответствует случаю m_Q = Q_n = 3,7 т/мин (см. (18); кривая 2 соответствует формуле Черкесова [4].

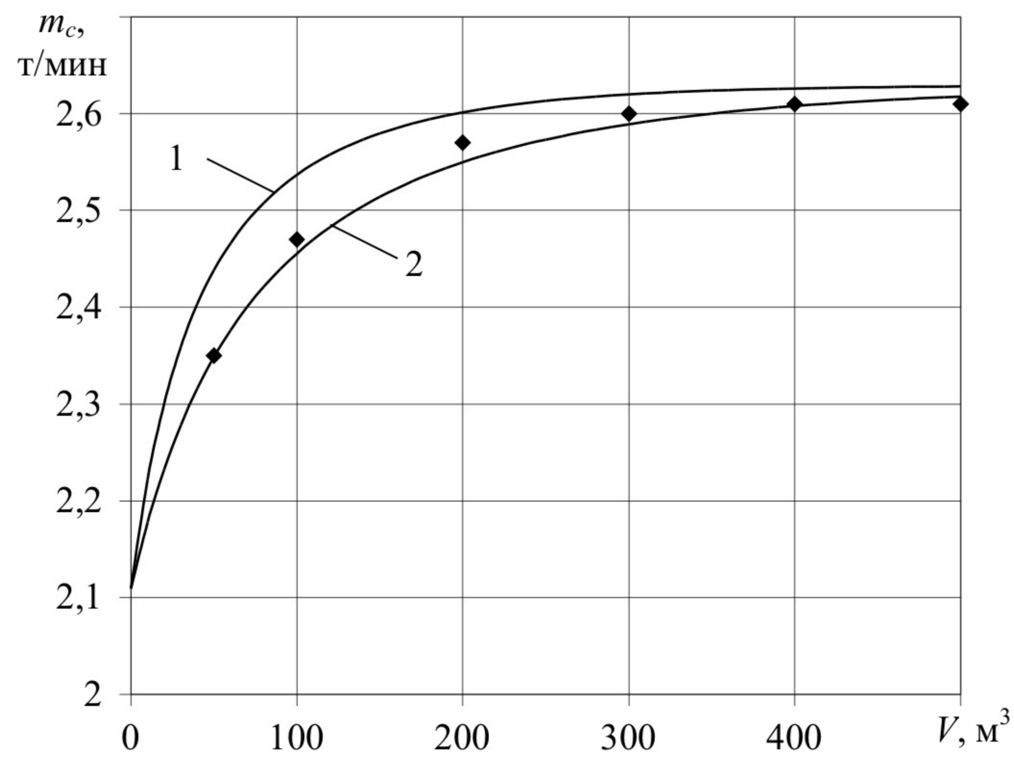


1 – Q_n = 1 т/мин; 2 – Q_n = 2 т/мин; 3 – Q_n = 3 т/мин

Рис. 4. Графики зависимости средней производительности m_c системы «конвейер – бункер – конвейер» от объема бункера V при $m_Q > Q_n$



1 – Q_n = 4 т/мин; 2 – Q_n = 5 т/мин; 3 – Q_n = 6 т/мин
Рис. 5. Графики зависимости средней производительности m_c
системы «конвейер – бункер – конвейер» от объема бункера V при $m_Q < Q_n$



1 – формула Кирии Р.В.; 2 – формула Черкесова Г.Н.
Рис. 6. Графики зависимости средней производительности m_c
системы «конвейер – бункер – конвейер» от объема бункера V при $m_Q = Q_n$

Из рис. 4–6 видно, что при любых значениях m_Q и Q_n при увеличении объема бункера пропускная способность системы «конвейер – бункер – конвейер» m_c сначала увеличивается, а затем с увеличением объема груза V в бункере m_c не изменяется и принимает постоянное значение.

При этом, в случае $m_Q > Q_n$ с увеличением производительности разгрузки Q_n пропускная способность m_c системы «конвейер – бункер – конвейер» увеличивается, а в случае $m_Q \leq Q_n$ с увеличением Q_n пропускная способность m_c не изменяется.

Кроме того, на рис. 4–6 точками показаны результаты имитационного моделирования.

Выводы. На основе теории марковских процессов с непрерывным временем и дискретным состоянием получены упрощенные модели, описывающие процесс функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер» при различных соотношениях производительностей надбункерной и подбункерной конвейерных линий.

Анализ процесса функционирования системы «конвейер – бункер – конвейер» показал, что для любых значений поступающего в бункер и разгружаемого из него грузопотоков с увеличением объема груза в бункере пропускная способность системы сначала увеличивается, а затем принимает постоянное значение.

Кроме того, если производительность надбункерного конвейера больше производительности подбункерного конвейера ($m_Q > Q_n$), то с увеличением Q_n пропускная способность m_c системы «конвейер – бункер – конвейер» увеличивается. Если же $m_Q \leq Q_n$, то с увеличением Q_n пропускная способность m_c системы «конвейер – бункер – конвейер» практически не изменяется.

Полученные теоретические результаты достаточно хорошо совпали с результатами имитационного моделирования.

Список литература

1. Владзиевский Д. П. Автоматические линии в машиностроении. Книга 1. / Д. П. Владзиевский. – М.: Машгиз, 1958. – 430 с.

2. Шахмейстер Л. Г. Расчет осредняющей емкости у лавы методами терии массового обслуживания / Л. Г. Шахмейстер, П. И. Ярошевский // Уголь Украины. – 1967. – №8. – С. 66–68.

3. Алотин Л. М. Исследование и обоснование увеличения угледобычи при использовании аккумулирующего бункера в транспортной линии / Л. М. Алотин, В. Л. Белгородский // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 1970. – № 6. – С. 108–111.

4. Черкесов Г. Н. Надежность технических систем с временной избыточностью / Г. Н. Черкесов. – М.: Советское радио, 1974. – 296 с.

5. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебное пособие / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: КНОРУС, 2011. – 448 с.

Рекомендовано до публікації д.т.н. Ширіним Л.Н.
Надійшла до редакції 27.04.2013