

Список литературы

1. Долина Л.Ф. Классификация низкомолекулярных поверхностно-активных веществ по смачиваемости углей и горных пород / Л.Ф. Долина // Уголь Украины. – Киев, 1980. – Вып. № 3. – с. 27–29.
2. Ищук И.Г. Охрана окружающей среды при перевозке угля железнодорожным транспортом [Электронный ресурс] / И.Г. Ищук, Е.А. Старокожева // Материалы симпозиума «Неделя горняка 2000» - Москва, МГУ, 2000. – Режим доступа: <http://cyberleninka.ru/article/n/ohrana-okruzhayushey-sredy-pri-perevozke-uglya-zheleznodorozhnym-transportom>
3. Патент 109510 України, МПК E21F 5/06, C09K 3/22. Композиція для зниження пилоутворюючої спроможності поверхні штабелів вугілля / Давиденко В.А., Карпо А.О. (Україна); заявники на патентовласник Давиденко В.А., Карпо А.О. - № а 2014 08254; заяв. 21.04.2014; опубл. 25.08.2015, Бюл. № 16. – 4 с.
4. Патент 2061641 Россия, МПК 7 B65G6 9/18. Способ борьбы с пылью при складировании и переработке угольных штабелей в условиях отрицательных температур атмосферного воздуха / Быков Н.А., Быков А.Н. (Россия), заявители на патентообладание Институт горного дела Севера СО РАН. - № 93040115/11, заяв. 06.08.1993; публ. 10.06.1996.
5. Патент 2137923 Россия, МПК 6 E21F 5/06, C09K 3/22. Состав для закрепления пылящих поверхностей / Кичигин Е.В., Тикунова И.В., Дейнека Л.А (Россия); заявители на патентообладание Кичигин Е.В., Тикунова И.В., Дейнека Л.А. - № 98107795/03, заяв. 27.04.1998; публ. 20.09.1989.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Колесником В.Є.  
Надійшла до редакції 20.01.2015*

УДК 536.2

© В.В. Біляєва, Д.Ю. Смалій, З.М. Якубовська

## **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАБРУДНЕННЯ ПОВЕРХНЕВИХ ВОД**

Запропонована чисельна модель для прогнозу теплового забруднення акваторії річки. Модель заснована на інтегруванні двовимірного рівняння енергії. Гідродинаміка течії розраховується на базі моделі ідеальної рідини. Для чисельного інтегрування використовується неявна різницева схема розщеплення. Представлені результати чисельного експерименту.

Предложена численная модель для прогноза теплового загрязнения акватории реки. Модель основана на интегрировании двумерного уравнения энергии. Гидродинамика течения рассчитывается на базе модели идеальной жидкости. Для численного интегрирования используется неявная разностная схема расщепления. Представлены результаты численного эксперимента.

A numerical model to simulate the heat pollution of the rivers was developed. The model is based on the integration of the 2D equation of the energy conservation. The model of invicid fluid was used to compute the flow in the river. The implicit difference scheme is used for numerical integration. The results of numerical experiments are presented.

**Актуальність.** Як відомо, річки є приймачами стічних вод. Тому має місце суттєве забруднення річок та інших водних джерел. В наступний час має

місце, як хімічне, так і теплове забруднення водоймищ. Слід підкреслити, що в основному в літературі приділяється значна увага дослідженню хімічному забрудненню поверхневих вод в наслідок функціонування різноманітних підприємств (рис. 1) [2, 3]. Кількість наукових робіт, які присвячені проблемі о теплого забруднення річок – значно менше. Як відомо, таке забруднення дуже розповсюджено поблизу крупних міст та промислових об'єктів, що розташовуються уздовж русла річок.



Рис. 1. Скид стічних вод до річки.

**Ціль роботи** – побудова чисельної моделі для експрес-розрахунку теплового забруднення річок при скиді стічних вод.

**Математична модель.** Розглядається зосереджений скид нагрітих стічних вод в певне русло річки, наприклад крізь водовипуск (рис. 1). На практиці такий скид має місце практично безперервно. Існує інформація щодо геометричної форми (в плані) русла річки.

Для розрахунку поля температур в акваторії ріки будемо використовувати наступне рівняння [1, 2]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \sum_{i=1}^N q_i(t) \delta(r-r_i), \quad (1)$$

де  $T$  – температура, К;  $r_i = (x_i, y_i)$ ,  $x_i, y_i$  – координати джерела викиду нагрітих вод, м;  $u, v$  – компоненти вектора швидкості водного потоку, м/с;  $q_i$  – інтенсивність точкового джерела викиду теплового забруднення, Вт;  $\mu_x, \mu_y$  – коефіцієнти теплопровідності, м<sup>2</sup>/с;  $t$  – час, с.

Розв'язок цього рівняння будемо визначати в області, що має форму прямокутника:  $R = \{0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y\}$ . На бічних сторонах області  $R$  для моментів часу  $t > 0$  ставляться такі граничні умови. На частині границі  $\Gamma$ , де водні маси втікають в розрахункову область, вважаємо, що температура відома, тому:

$$T|_{\Gamma} = T_0, \text{ на частині границі } \Gamma, \text{ де } (\vec{V} \cdot \vec{n}) < 0.$$

На частині границі  $\Gamma$ , де водні маси витікають із розрахункової області, гранична умова має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \text{ на частині границі } \Gamma, \text{ де } (\vec{V} \cdot \vec{n}) \geq 0,$$

де  $\vec{n}$  – одиничний вектор зовнішньої нормалі до границі  $\Gamma$ .

$\vec{V}$  – вектор швидкості течії води.

На границі  $y = 0$ , та  $y = Y$  ставиться умова:  $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right| = 0$ .

Початкову умову для рівняння (1) поставимо у вигляді  $T = 0$  при  $t = 0$ ,  $T = T_0(x, y)$  при  $t = 0$ .

Для розрахунку поля швидкості течії в руслі річки використовується рівняння для потенціалу швидкості:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0, \quad (2)$$

де  $P$  – потенціал швидкості. Краєві умови для цього рівняння наведені в роботі [5].

**Чисельне інтегрування рівняння моделі.** Для чисельного інтегрування рівнянь використовуються неявні різницеві схеми. Чисельне інтегрування рівняння (2) здійснюється за допомогою методу А. А. Самарського [4]. Для чисельного інтегрування рівняння (1) використовується неявна попеременно-трикутна різницева схема. Розглянемо основні риси цієї схеми. Розрахунок здійснюється у області  $G = \{0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y\}$ . Розрахункова область розбивається рівномірною прямокутною сіткою. Невідоме значення температури будемо визначати в центрі різницевих комірок, а компоненти вектора швидкості  $u$ ,  $v$  – на гранях різницевих комірок.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\Delta t}.$$

Конвективні похідні запишемо у вигляді [5]:

$$\frac{\partial u T}{\partial x} = \frac{\partial u^+ T}{\partial x} + \frac{\partial u^- T}{\partial x}, \quad \frac{\partial v T}{\partial y} = \frac{\partial v^+ T}{\partial y} + \frac{\partial v^- T}{\partial y},$$

$$\text{де } u^+ = \frac{u + |u|}{2}, \quad u^- = \frac{u - |u|}{2}; \quad v^+ = \frac{v + |v|}{2}, \quad v^- = \frac{v - |v|}{2}.$$

Апроксимуємо конвективні похідні розділеними різницями «проти потоку» на верхньому тимчасовому шарі таким чином [5]:

$$\frac{\partial u^+ T}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j}^+ T_{ij}^{n+1} - u_{ij}^+ T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^+ T^{n+1},$$

$$\frac{\partial u^- T}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j}^- T_{i+1,j}^{n+1} - u_{ij}^- T_{ij}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^- T^{n+1},$$

$$\frac{\partial v^+ T}{\partial y} \approx \frac{v_{i,j+1}^+ T_{ij}^{n+1} - v_{ij}^+ T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^+ T^{n+1},$$

$$\frac{\partial v^- T}{\partial y} \approx \frac{v_{i,j+1}^- T_{i,j+1}^{n+1} - v_{ij}^- T_{ij}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^- T^{n+1},$$

де  $L_x^+$ ,  $L_x^-$ ,  $L_y^+$ ,  $L_y^-$  – позначення різницевих операторів при апроксимації конвективних похідних.

Другі похідні апроксимуємо наступними виразами [5]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) \approx \mu_x \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{ij}^{n+1}}{\Delta x^2} - \mu_x \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} = M_{xx}^- T^{n+1} + M_{xx}^+ T^{n+1},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) \approx \mu_y \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{ij}^{n+1}}{\Delta y^2} - \mu_y \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} = M_{yy}^- T^{n+1} + M_{yy}^+ T^{n+1},$$

де  $M_{xx}^+$ ,  $M_{xx}^-$ ,  $M_{yy}^+$ ,  $M_{yy}^-$  – позначення різницевих операторів при апроксимації других похідних. З врахуванням приведених вище позначень різницевих операторів запишемо різницевий аналог рівняння:

$$\begin{aligned} & \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\Delta t} + L_x^+ T^{n+1} + L_x^- T^{n+1} + L_y^+ T^{n+1} + L_y^- T^{n+1} + \sigma T_{ij}^{n+1} = \\ & = (M_{xx}^+ T^{n+1} + M_{xx}^- T^{n+1} + M_{yy}^+ T^{n+1} + M_{yy}^- T^{n+1}) + q_{ij} \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (3)$$

Символ  $\delta_{ij}$  позначає число "1" або "0", залежно від того, знаходиться чи ні в різницевій комірці "ij" джерело теплового забруднення. Величина  $q_{ij}$  дорівнює інтенсивності викиду  $q_k$  відповідного  $k$ -го джерела, що знаходиться в різницевій комірці "ij":  $q_{ij} = q_k / \Delta x / \Delta y$ .

Розщепимо різницеве рівняння (3) на чотири різницеві рівняння так, щоб на кожному кроці враховувався лише один напрям перенесення температури, обумовлений знаком при конвективних похідних. При апроксимації других похідних використовуватимемо два часових шару з метою здобуття на верхньому часовому шарі трикутного шаблону. Це дозволить здійснити розв'язок кожного різницевого рівняння по методу рахунку, що біжить. В цьому випадку різницеві рівняння мають вигляд [5]:

– на першому кроці розщеплення  $k = n + \frac{1}{4}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{T_{ij}^k - T_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} (L_x^+ T^k + L_y^+ T^k) = \\ & = \frac{1}{4} (M_{xx}^+ T^k + M_{xx}^- T^k + M_{yy}^+ T^n + M_{yy}^- T^n) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l, \end{aligned}$$

– на другому кроці розщеплення  $k = n + \frac{1}{2}$ ;  $c = n + \frac{1}{4}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{T_{ij}^k - T_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- T^k + L_y^- T^k) = \\ & = \frac{1}{4}(M_{xx}^- T^k + M_{xx}^+ T^c + M_{yy}^- T^k + M_{yy}^+ T^c) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l, \end{aligned}$$

– на третьому кроці розщеплення  $k = n + \frac{3}{4}$ ;  $c = n + \frac{1}{2}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{T_{ij}^k - T_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ T^k + L_y^- T^k) = \\ & = \frac{1}{4}(M_{xx}^- T^c + M_{xx}^+ T^k + M_{yy}^- T^k + M_{yy}^+ T^c) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l, \end{aligned}$$

– на четвертому кроці розщеплення  $k = n + 1$ ;  $c = n + \frac{3}{4}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{T_{ij}^k - T_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- T^k + L_y^+ T^k) = \\ & = \frac{1}{4}(M_{xx}^- T^k + M_{xx}^+ T^c + M_{yy}^- T^c + M_{yy}^+ T^k) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l. \end{aligned}$$

З даних виразів можна отримати явні формули для визначення невідомого значення температури на кожному кроці розщеплення.

На першому етапі обчислювального експерименту розраховується поле швидкості водного потоку, а на другому етапі – розраховується розподіл температури у водоймищі.

На базі розглянутих різницевих схем створена програма розрахунку теплового забруднення річок.

**Практична реалізація моделі.** Розглянемо результати обчислювального експерименту, проведеного на базі розробленої чисельної моделі.

В акваторію р. Самара (рис. 1) здійснюється скид нагрітих вод в кількості  $2 \text{ м}^3/\text{сек}$ , з температурою  $343 \text{ К}$ . Припускається що викид постійний. Відома середня швидкість води в річці; коефіцієнти температуропровідності дорівнюють  $0.03 \text{ м}^2/\text{с}$ . Необхідно розрахувати динаміку розповсюдження зони теплового забруднення у річці з часом. Під зоною теплового забруднення мається на увазі зона, де температура води перевищує фонову.

На рис.2-4 показано, як формується зона теплового забруднення акваторії.

З наведених рисунків видно, що зона теплового забруднення в річці має вигляд схожий до еліпсу. Ця зона видовжується в напрямку течії у річці. Спостерігається збільшення розмірів зони з часом.



Рис. 2. Зона теплового забруднення для моменту часу  $t=56$  хв після початку скиду стічних вод

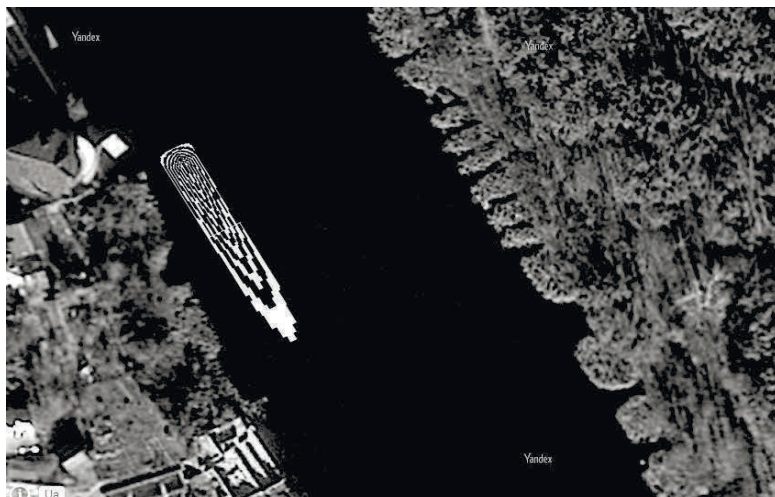


Рис. 3. Зона теплового забруднення для моменту часу  $t=85$  хв після початку скиду стічних вод

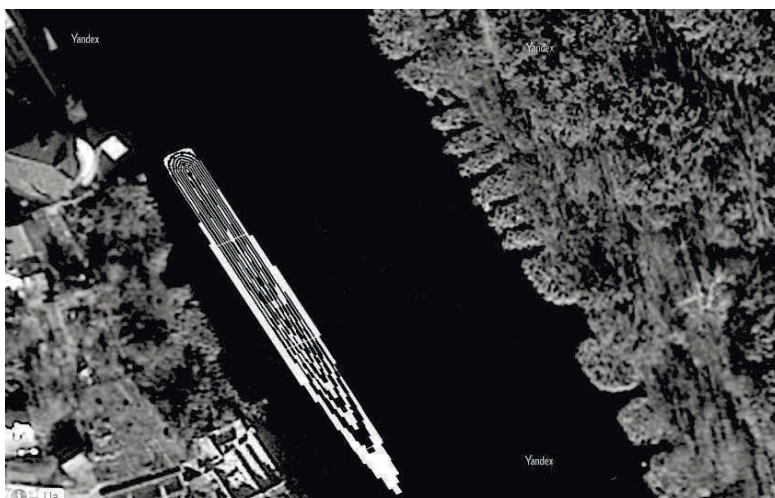


Рис. 4. Зона теплового забруднення для моменту часу  $t=128$  хв після початку скиду стічних вод

Відзначимо, що розрахунковий час задачі склав 15 сек на комп'ютері.

**Висновки.** Побудовано чисельну модель для прогнозу теплового забруднення акваторії річок при скиді нагрітих промислових вод. На базі розробленої чисельної моделі проведено обчислювальний експеримент по дослідженню розмірів зони теплового забруднення акваторії річки. На далі планується побудова 3D моделі теплового забруднення акваторії.

#### Список літератури

1. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Марчук Г. И. – М.: Наука, 1982. – 320 с.
2. Пуллиам Т. Х. Рекомендации по размещению и проектированию рассеивающих выпусков сточных вод. М. «Стройиздат» 1981. 224с.
3. Рудаков Д. В. Математичні моделі в охороні навколишнього середовища. Навчальний посібник. Дніпропетровськ, 2004. 160с.
4. Самарский А. А. Теория разностных схем /Самарский А. А. – М.: Наука, 1983. – 616 с.
5. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М. З. Згуровский, В. В. Скопецкий, В. К. Хрущ, Н. Н. Беляев. – К.: Наук. думка, 1997. – 368 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Колесником В.Є.  
Надійшла до редакції 08.02.2015*

УДК 622 – 032. 35: 502. 7

© О.І. Повзун, С.В. Подковаєв, О.В. Фролов, С.В. Кононихін

## **ВИКОРИСТАННЯ ВІДХОДІВ ВУГІЛЬНОЇ ТА ХІМІЧНОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ В ОСНОВАХ АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ**

Показано можливість використання відходів вугільної промисловості — горілих порід шахтних териконів — як техногенної сировини у дорожньому будівництві. Досліджено ефективно кам'яновугільне в'язуче для укріплення горілопородних основ автомобільних доріг. Кам'яновугільним в'язучим є кам'яновугільний дьоготь, модифікований відходами хімічної промисловості — відходами полівінілхлориду та деревним гідролізним лігніном.

Рассматривается возможность использования отходов угольной промышленности — горелых пород шахтных терриконов — в качестве техногенного сырья в дорожном строительстве. Исследовано каменноугольное вяжущее для укрепления горелопородных оснований автомобильных дорог. Каменноугольным вяжущим является каменноугольный деготь, модифицированный отходами поливинилхлорида и древесным гидролизным лигнином.

A possibility of the use of coal mining wastes, namely combustion metamorphic rocks, as industry-related material in road construction was presented. Coal tar asphalt viscous material for binding combustion metamorphic rocks as a base for motorways was researched. The viscous material is coal tar which was modified by of the polyvinichloride production wastes and wooden hydrolytic ligin.