

УДК 539.3
П 94

О СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ НЕКРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ГОФРИРОВАННЫМ ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ СЕЧЕНИЕМ

С. В. Пузырев, канд. физ.-мат. наук

Черноморский государственный университет имени Петра Могилы, г. Николаев

Аннотация. Проведены исследования резонансных частот некруговых цилиндрических оболочек с эллиптическим гофрированным поперечным сечением. Проанализировано влияние плотности гофрировки на распределение резонансных частот колебаний. Для численных расчетов использована методика сплайн-коллокации в сочетании с методом дискретной ортогонализации.

Ключевые слова: гофрированные оболочки, резонансные частоты, сплайн-коллокация, дискретная ортогонализация.

Анотація. Проведені дослідження резонансних частот некругових циліндричних оболонок з еліптичним гофрованим поперечним перерізом. Проаналізовано вплив густини гофрування на розподіл резонансних частот коливань. Для числових розрахунків використовується методика сплайн-колокації у поєднанні з методом дискретної ортогоналізації.

Ключові слова: гофровані оболонки, резонансні частоти, сплайн-колокація, дискретна ортогоналізація.

Abstract. The research of the resonant frequencies of the non-circular cylindrical shells with the elliptical corrugated cross-section has been held. The influence of the corrugation density on the distribution of the resonant vibrations frequencies is analyzed. The spline-collocation method combined with the discrete orthogonalization method was used for the numerical calculations.

Keywords: corrugated shells, resonant frequencies, spline-collocation, discrete orthogonalization.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Тонкостенные элементы конструкций в виде некруговых цилиндрических оболочек находят широкое применение в технике [5, 14]. Выбор профиля сечения таких оболочек обусловлен прежде всего увеличением прочности конструкции в целом при сохранении ее веса.

Одними из основных параметров, влияющих на эксплуатационные характеристики оболочек, являются их резонансные частоты и формы колебаний. Существует большое количество работ, в которых исследуется динамическое поведение тонкостенных элементов определенных классов на основании различных подходов, например [3, 4, 14].

Для решения задач статики и динамики тонкостенных оболочечных конструкций существует большое количество численных, аналитических или смешанных подходов: методы Релея–Ритца, конечных и граничных элементов, конечных разностей и т. д. Однако на трудоемкость и погрешности этих приближенных методов решения указанного класса задач влияют как наличие в уравнениях теории оболочек быстроизменяющихся членов, так и приближенные аппроксимации граничных условий [7].

В связи с этим разработка эффективных и надежных методов решения динамических задач теории оболочек является *актуальной* фундаментальной и прикладной проблемой современной механики тонкостенных конструкций.

В данной работе используется подход, основанный на сведении исходной двумерной краевой задачи к последовательности одномерных задач на собственные значения с помощью метода сплайн-коллокации с предварительно точным удовлетворением краевым условиям в направлении аппроксимации. Выбор в качестве аппроксимирующих функций сплайнов обусловлен некоторыми их полезными свойствами, а именно [7]:

устойчивостью относительно локальных возмущений, т. е. поведение сплайнов в окрестности точки не влияет на поведение сплайна в целом;

более эффективной сходимостью в отличие от применения многочленов как функций аппроксимации;

простотой и удобством при вычислении и реализации сплайн-функций на современных персональных компьютерах.

Отметим, что сплайн-функции успешно применялись для решения задач статики и динамики оболочек в работах [3, 6, 10, 11, 13, 17, 20].

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Изучению напряженно-деформированного состояния некруговых цилиндрических оболочек посвящены работы [10, 13, 17, 20]. Свободные колебания некруговых цилиндрических оболочек в различных постановках исследовались в [8, 15, 16, 18, 19, 21, 22, 24]. Динамике гофрированных оболочек посвящены работы [11, 12].

Из анализа отмеченных публикаций можно сделать вывод, что динамике некруговых цилиндрических оболочек посвящено относительно небольшое количество работ, а динамические задачи гофрированных цилиндрических оболочек только недавно привлекли внимание исследователей.

ЦЕЛЮЮ ДАННОЙ РАБОТЫ является исследование влияния плотности гофрировки на резонансные частоты гофрированных эллиптических цилиндрических оболочек постоянной толщины, жестко заземленных по контуру, при неизменной массе.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

1. *Исходные соотношения.* Будем рассматривать задачу о свободных колебаниях ортотропной цилиндрической оболочки переменной толщины $h(s, t)$ и произвольного очертания поперечного сечения. В качестве координатных линий выберем длины дуг по образующей s и направляющей t .

Согласно классической теории Кирхгофа–Лява [1, 2, 14] уравнения, описывающие свободные колебания цилиндрических оболочек, будут иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_s}{\partial s} + \frac{\partial S}{\partial t} &= \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}, \\ \frac{\partial N_t}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial s} + k_t \left(Q_t + \frac{\partial H}{\partial s} \right) &= \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2}; \\ \frac{\partial Q_s}{\partial s} + \frac{\partial Q_t}{\partial t} - k_t N_t &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2}, \quad \frac{\partial M_s}{\partial s} + \frac{\partial H}{\partial t} = Q_s, \\ \frac{\partial M_t}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial s} &= Q_t, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ – плотность материала оболочки; h – толщина оболочки; τ – время.

Для нормальных N_s, N_t и сдвигающих S усилий, изгибающих M_s, M_t и крутящих H моментов справедливы материальные соотношения вида [14]:

$$\begin{aligned} N_s &= C_{11}\varepsilon_s + C_{12}\varepsilon_t, \quad N_t = C_{12}\varepsilon_s + C_{22}\varepsilon_t, \quad S = C_{66}\varepsilon_{st}; \\ M_s &= D_{11}\chi_s + D_{12}\chi_t, \quad M_t = D_{12}\chi_s + D_{22}\chi_t, \quad H = 2D_{66}\chi_{st}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $C_{ij} = B_{ij}h(s, t)$ и $D_{ij} = B_{ij}h^3(s, t)/12$ ($\{i, j\} = \{1, 2, 6\}$) – жесткости оболочки на растяжение–сжатие и изгиб соответственно; $B_{11} = E_{11}/(1-\nu_1 \nu_2)$, $B_{22} = E_{22}/(1-\nu_1 \nu_2)$, $B_{12} = \nu_2 B_{11} = \nu_1 B_{22}$, $B_{66} = G_{12}$.

Выражения для деформаций срединной поверхности оболочки [14]:

$$\varepsilon_s = \frac{\partial u}{\partial s}, \quad \varepsilon_t = \frac{\partial v}{\partial t} + k_t w, \quad \varepsilon_{st} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s};$$

$$\chi_s = -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}, \quad \chi_t = -\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad \chi_{st} = -\frac{\partial^2 w}{\partial s \partial t}, \quad (3)$$

где $u(s, t, \tau)$, $v(s, t, \tau)$ и $w(s, t, \tau)$ – перемещения точек срединной поверхности оболочки; k_t – кривизна направляющей оболочки. На низших частотах на изгибные деформации наибольшее влияние оказывает прогиб, поэтому тангенциальными перемещениями в них можно пренебречь [2].

Подставив (3) в (2), а затем в (1), получим три эквивалентных дифференциальных уравнения в частных производных с переменными коэффициентами относительно трех неизвестных перемещений u, v и w :

$$\begin{aligned} C_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial C_{66}}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial t} + C_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\partial C_{11}}{\partial s} \frac{\partial u}{\partial s} + \\ + (C_{66} + C_{12}) \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial s} + \frac{\partial C_{12}}{\partial s} \frac{\partial v}{\partial t} + \\ + \frac{\partial C_{66}}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial s} + k_t C_{12} \frac{\partial w}{\partial s} + k_t \frac{\partial C_{12}}{\partial s} w = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}; \\ C_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial C_{22}}{\partial t} \frac{\partial v}{\partial t} + C_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} + \frac{\partial C_{66}}{\partial s} \frac{\partial v}{\partial s} + \\ + (C_{66} + C_{12}) \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial s} + \frac{\partial C_{66}}{\partial s} \frac{\partial u}{\partial t} + \\ + \frac{\partial C_{12}}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial s} - k_t D_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} - k_t \frac{\partial D_{22}}{\partial t} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \\ - k_t (D_{12} + 4D_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial s^2} - 4k_t \frac{\partial D_{66}}{\partial s} \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial s} + \\ + k_t C_{22} \frac{\partial w}{\partial t} - k_t \frac{\partial D_{12}}{\partial t} \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \left(k_t \frac{\partial C_{22}}{\partial t} + \frac{dk_t}{dt} C_{22} \right) w = \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2}; \\ D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} + 2 \frac{\partial D_{22}}{\partial t} \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial s^2} + \\ + 2 \frac{\partial (D_{12} + 2D_{66})}{\partial s} \frac{\partial^3 w}{\partial t^2 \partial s} + \left(\frac{\partial^2 D_{12}}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 D_{22}}{\partial t^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \\ + 2 \frac{\partial (D_{12} + 2D_{66})}{\partial t} \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial s^2} + 4 \frac{\partial^2 D_{66}}{\partial t \partial s} \frac{\partial^2 w}{\partial t \partial s} + D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + \\ + 2 \frac{\partial D_{11}}{\partial s} \frac{\partial^3 w}{\partial s^3} + \left(\frac{\partial^2 D_{11}}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 D_{12}}{\partial t^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + k_t^2 C_{22} w + \\ + k_t C_{22} \frac{\partial v}{\partial t} + k_t C_{12} \frac{\partial u}{\partial s} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

На контурах $s = \text{const}$ задаются граничные условия, которые определяются через перемещения [14]:
1) жестко закрепленный контур (C):

$$u = v = w|_{s=\text{const}} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial s}|_{s=\text{const}} = 0; \quad (5)$$

2) шарнирно закрепленный контур (Sc):

$$u = v = w|_{s=\text{const}} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right|_{s=\text{const}} = 0; \quad (6)$$

3) шарнирно опертый контур (S):

$$\left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s=\text{const}} = 0, \quad v = w|_{s=\text{const}} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right|_{s=\text{const}} = 0; \quad (7)$$

4) свободный контур (F)

$$N_s|_{s=\text{const}} = 0, \quad M_s|_{s=\text{const}} = 0, \quad S + 2k_t H|_{s=\text{const}} = 0, \\ Q_s + \left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|_{s=\text{const}} = 0. \quad (8)$$

Аналогичные условия могут быть заданы и на контурах $t = \text{const}$, если в уравнениях (5)–(8) сделать замену $s \rightarrow t, u \rightarrow v, v \rightarrow u, k_t \rightarrow 0$. Кроме того, на контурах $t = \text{const}$ можно задать условия симметрии (**Sm**)

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} \right|_{t=\text{const}} = 0; \quad v|_{t=\text{const}} = 0; \quad \left. \frac{\partial^3 w}{\partial t^3} \right|_{t=\text{const}} = 0. \quad (9)$$

На контурах оболочек могут быть заданы произвольные комбинации граничных условий вида (5)–(9). Например, *CCCC* – жестко закрепленная по всем контурам открытая цилиндрическая оболочка; *CSCS* – защемленная на прямолинейных контурах и шарнирно опертая по криволинейным торцам открытая цилиндрическая оболочка и т. д.

2. *Методика решения.* Пусть направляющая оболочки задана параметрически: $x = f_1(\theta), y = f_2(\theta)$ или в полярной системе координат: $r = r(\theta)$, где θ – параметр направляющей. Тогда элемент дуги направляющей

$$dt = \gamma(\theta)d\theta,$$

$$\text{где } \gamma(\theta) = \sqrt{x'(\theta)^2 + y'(\theta)^2} \text{ или } \gamma(\theta) = \sqrt{r^2 + r'^2}.$$

Выражая производные перемещений по дуге направляющей через производные по параметру [8, 11], искомые перемещения представим в виде [3, 5, 10–12]

$$u(\theta, s, \tau) = e^{i\omega_0 \tau} \sum_{j=0}^N u_j(\theta) \varphi_{1,j}(s), \\ v(\theta, s, \tau) = e^{i\omega_0 \tau} \sum_{j=0}^N v_j(\theta) \varphi_{2,j}(s), \quad (10) \\ w(\theta, s, \tau) = e^{i\omega_0 \tau} \sum_{j=0}^N w_j(\theta) \varphi_{3,j}(s),$$

где $u_j(\theta), v_j(\theta), w_j(\theta)$ ($j = 0 \dots N$) – искомые функции; $\varphi_{1,j}(s), \varphi_{2,j}(s)$ – функции, построенные с помощью линейных комбинаций *B*-сплайнов третьей степени

($N \geq 4$); $\varphi_{3,j}(s)$ – функции, построенные с помощью линейных комбинаций *B*-сплайнов пятой степени ($N \geq 6$), которые точно удовлетворяют граничным условиям при $s = \text{const}$ [4, 7, 14].

Подставив (10) в уравнения (4), будем требовать, чтобы они удовлетворялись в заданных точках коллокации $\xi_k \in [0, L], k = 0 \dots N$. В случае четного числа узлов сетки ($N = 2n+1, n \geq 3$) и при условии, что узлы коллокации удовлетворяют требованиям $\xi_{2q} \in [s_{2q}, s_{2q+1}], \xi_{2q+1} \in [s_{2q}, s_{2q+1}]$ ($q = 0 \dots n$), на отрезке $[s_{2q}, s_{2q+1}]$ имеем два узла коллокации, а на соседних отрезках $[s_{2q+1}, s_{2q+2}]$ узлы коллокации отсутствуют. На каждом из отрезков $[s_{2q}, s_{2q+1}]$ точки коллокации выбираются следующим образом: $\xi_{2q} = s_{2q} + z_1 h, \xi_{2q+1} = s_{2q} + z_2 h$ ($q = 0 \dots n$), где z_1 и z_2 – корни полинома Лежандра второго порядка на отрезке $[0, 1]$:

$$z_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} \quad \text{и} \quad z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Такой выбор точек коллокации является оптимальным и существенно повышает порядок точности аппроксимации [7]. После всех преобразований получим систему $8(N+1)$ линейных дифференциальных уравнений относительно искомых перемещений, которую можно записать в нормальной форме Коши

$$\frac{d\bar{Y}}{d\theta} = \mathbf{A}(\theta, \omega_0) \bar{Y} \quad (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2), \quad (11)$$

где $\bar{Y}^T = \{\bar{u}, \bar{u}', \bar{v}, \bar{v}', \bar{w}, \bar{w}', \bar{w}'', \bar{w}'''\}^T$ – вектор искомых функций; $\mathbf{A}(\theta, \omega_0)$ – квадратная матрица порядка $8(N+1)$.

Граничные условия (5)–(9) для системы (11) можно записать в виде

$$\mathbf{B}_1 \bar{Y}(\theta_1) = \bar{0}, \quad \mathbf{B}_2 \bar{Y}(\theta_2) = \bar{0}. \quad (12)$$

Задача на собственные значения для системы ОДУ (11) с граничными условиями (12) решалась методом дискретной ортогонализации вместе с методом пошагового поиска [4, 5].

3. *Результаты и обсуждение.* На основе описанной выше методики были рассчитаны собственные частоты открытых изотропных гофрированных цилиндрических оболочек постоянной толщины, жестко защемленных по контуру. Параметрические уравнения срединной поверхности оболочек имеют вид

$$x(\theta) = [a + r \cos(k\theta)] \cos \theta; \quad y(\theta) = [b + r \cos(k\theta)] \sin \theta, \quad (13)$$

где a, b – полуоси базового эллипса; r – амплитуда гофра; k – плотность гофрировки.

На рис. 1 представлены поперечные сечения оболочек с различной плотностью гофрировки.

В качестве материала оболочек рассматривалась инструментальная сталь X40Cr14, ее механические характеристики: упругие постоянные – $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu = 0,28$; плотность для первой оболочки была принята $\rho_0 = 7740$ кг/м³.

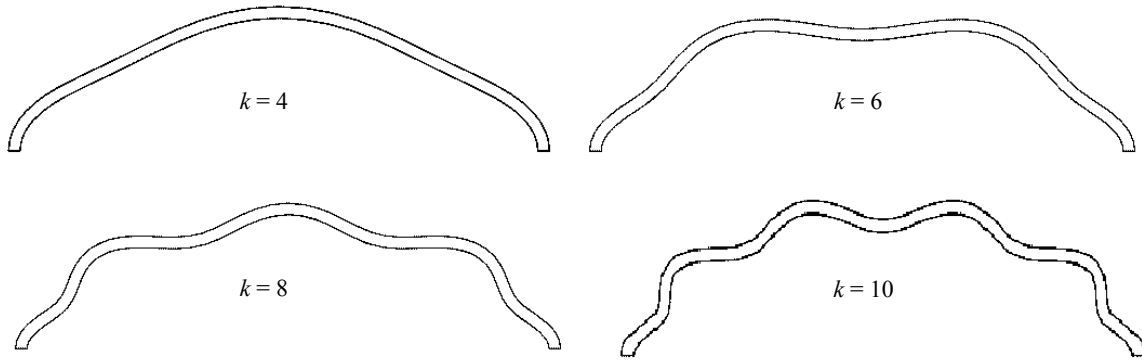


Рис. 1

Геометрические параметры оболочек: $a = 0,044$ м; $b = 0,044 - 0,11 \cdot i$ м ($i = 0 \dots 2$); $r = 0,002$ м; $L = 0,12$ м; $h = 0,002$ м; $k = 2 \cdot j$ ($j = 0 \dots 5$); $0 \leq \theta \leq \pi$.

Все расчеты проводились при $N = 12$ точках коллокации.

Известно [5, 9, 14], что резонансные частоты колебаний упругих систем пропорциональны их жесткости и обратно пропорциональны их массе. Гофрировка влияет на оба эти параметра, и чтобы оценить ее влияние, необходимо один из них «зафиксировать». Как правило [4, 8, 10–14, 17, 20], сравнивают резонансные частоты оболочек одинаковой (эквивалентной) массы. Здесь также рассматриваются оболочки одинаковой массы.

Масса некрутовой цилиндрической оболочки может быть вычислена по формуле

$$M = \rho V = \rho S L, \quad (14)$$

где ρ – плотность материала; S – площадь поперечного сечения оболочки по направляющей; L – длина образующей.

Площади сечений рассматриваемых оболочек равны произведениям их периметров на соответствующие толщины:

$$S = h l = h \int_0^\pi \sqrt{x'^2 + y'^2} dt. \quad (15)$$

Трудность заключается в том, что интеграл (15) для заданного очертания сечения оболочки (13) вычисляется лишь приближенно, с предварительно заданной точностью. Следовательно, геометрические параметры поперечного сечения оболочки будут определяться с еще меньшей точностью и девиация масс оболочек может выйти за заданные рамки.

Один из вариантов решения этой проблемы таков: приближенно с заданной точностью вычислить периметры заданных оболочек и обратно пропорционально им изменять плотность материала:

$$\rho_i = \rho_0 \frac{l_0}{l_i}. \quad (16)$$

В качестве ρ_0 и l_0 возьмем плотность стали X40Cr14 и периметр оболочки при $k = 4$ и $b/a = 1$ с точностью 10^{-5} : $l_0 = 0,13937$ м.

На основании (15) и (16) была рассчитана с той же точностью плотность материалов оболочек эквивалентной массы, для удобства сведенная в табл. 1.

Таблица 1. Плотность оболочек эквивалентной массы ρ , кг/м³

| b/a | Значения k | | | | | |
|------|------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 0,50 | 9572,4 | 9903,0 | 9920 | 9802 | 9603,2 | 9354,4 |
| 0,75 | 8439,0 | 8785,9 | 8770,2 | 8666,8 | 8519,5 | 8340,9 |
| 1,00 | 7464,3 | 7787,5 | 7740 | 7662,9 | 7559,5 | 7433,2 |

Для проверки достоверности и надежности предлагаемой методики можно сравнить результаты известного численно-аналитического решения некоторой эталонной задачи.

Такой задачей может служить задача о свободных изгибных колебаниях шарнирно опертой по контурам (SSSS) открытой цилиндрической оболочки кругового поперечного сечения при $k = 0$ и $a + r = b + r = R = 0,046$ мм (рис. 2). Для такой оболочки частоты свободных колебаний могут быть найдены по формуле [4]

$$\omega_{mn} = \sqrt{\left\{ \frac{h_0^2}{12\rho} (B_{11}\lambda_m^4 + 2(B_{12} + 2B_{66})\lambda_m^2\lambda_n^2 + B_{22}\lambda_n^4) + \frac{\Theta_0}{\Delta_{mn}R^2} \lambda_m^4 \right\}},$$

где $\Theta_0 = B_{11}B_{22} - B_{12}^2$; $\Delta_{mn} = B_{11}\lambda_m^4 + \frac{\Theta_0 - 2B_{12}B_{66}}{B_{66}}\lambda_m^2\lambda_n^2 + B_{22}\lambda_n^4$; $\lambda_m = \frac{m\pi}{a}$, $\lambda_n = \frac{n\pi}{b}$; m, n – числа полуволн вдоль направляющей и вдоль образующей соответственно.



Рис. 2

В табл. 3 приведены частоты колебаний такой оболочки, плотность материала которой взята из табл. 1 ($\rho = 7464,3 \text{ кг/м}^3$). Расчеты проводились при 12 точках коллокации по образующей и 101 точке выдачи результатов по направляющей.

Таблица 2. Сравнение аналитических и точных частот f , Гц

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|------|------|
| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Эталон | 3479 | 4333 | 5019 | 6300 | 7052 |
| Расчет | 3479,6 | 4333,6 | 5019,7 | 6300 | 7062 |

Из табл. 2 следует, что описанная в п. 1, 2 методика обладает достаточной точностью и надежностью. На ее основе были рассчитаны частоты жестко заземленных оболочек эквивалентной массы (согласно табл. 1) при различных параметрах эллиптичности и гофрировки. Данные расчетов сведены в табл. 3.

Зависимость резонансных частот рассматриваемых оболочек от плотности гофрировки представлена на рис. 3 (a – первая; b – вторая; v – третья).

Таблица 3. Частоты гофрированных эллиптических оболочек f_p , Гц

| b/a | i | Значения k | | | | | |
|-------|-----|--------------|------|------|------|------|------|
| | | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 0,50 | 1 | 4035 | 3574 | 3595 | 3116 | 3873 | 3735 |
| | 2 | 4738 | 4901 | 5264 | 4519 | 4457 | 4817 |
| | 3 | 6208 | 5300 | 5291 | 6497 | 5846 | 6055 |
| | 4 | 6689 | 6733 | 6432 | 6657 | 6639 | 7080 |
| | 5 | 8380 | 7228 | 7198 | 7732 | 7534 | 7525 |
| 0,75 | 1 | 4708 | 4304 | 4254 | 3290 | 4668 | 4497 |
| | 2 | 5090 | 5014 | 5108 | 4618 | 4708 | 5172 |
| | 3 | 7595 | 6921 | 6574 | 5846 | 6634 | 7105 |
| | 4 | 7677 | 7281 | 6874 | 6735 | 6703 | 7148 |
| | 5 | 8258 | 8464 | 7399 | 7095 | 7577 | 7825 |
| 1,00 | 1 | 5219 | 5026 | 4695 | 3369 | 4792 | 5054 |
| | 2 | 5263 | 5228 | 4904 | 4841 | 5055 | 5339 |
| | 3 | 7579 | 7891 | 6617 | 4987 | 6388 | 6912 |
| | 4 | 8104 | 8096 | 6953 | 6183 | 6507 | 7140 |
| | 5 | 8318 | 8257 | 7444 | 6234 | 7151 | 8026 |

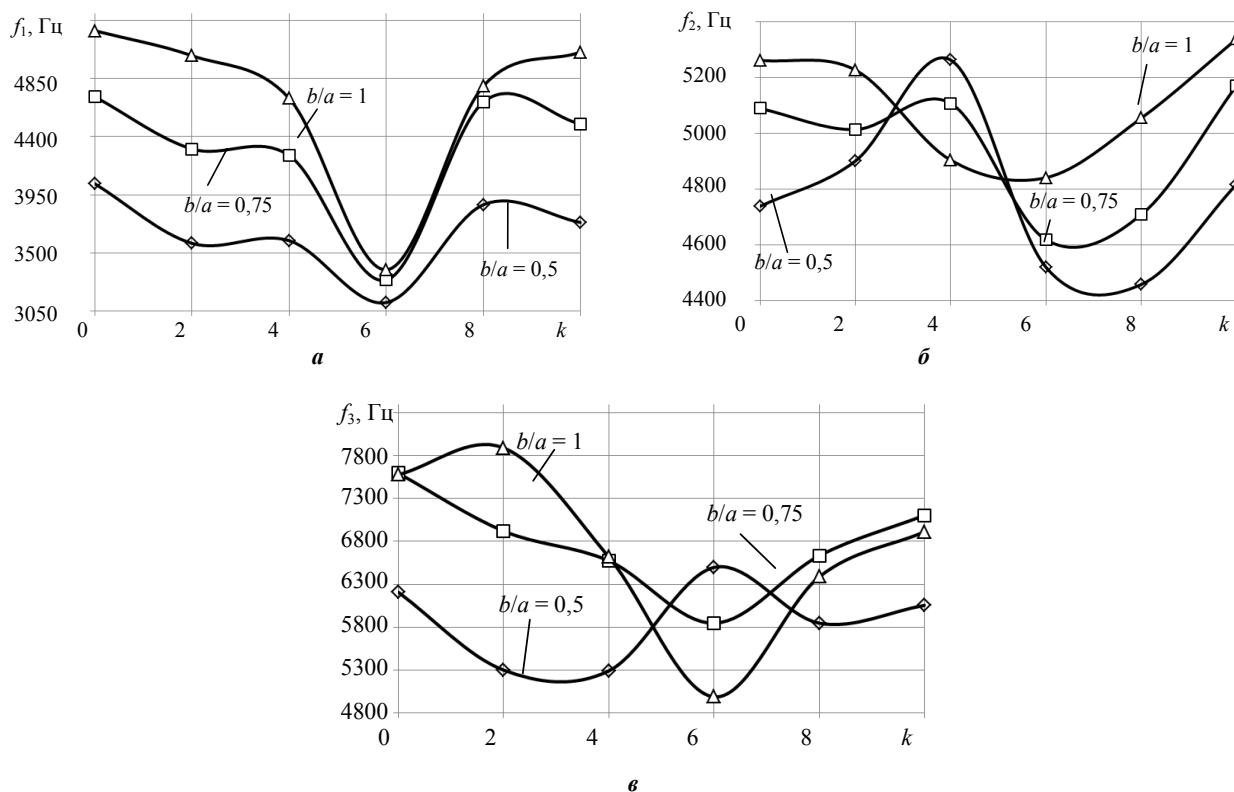


Рис. 3

ВЫВОДЫ

1. Из результатов расчетов, представленных в табл. 2, следует, что у гофрированных эллиптических тонкостенных цилиндров первая резонансная частота колебаний будет меньше соответствующей частоты круговых гофрированных оболочек эквивалентной массы. С увеличением плотности гофрировки одни резонансные частоты сначала убывают, а затем возрастают, другие ведут себя противоположным образом. Однако точка минимума частот зависит от их номера, что связано с количеством полуволн, которые укладываются на данный гофр при резонансе.

2. Как следует из анализа графиков на рис. 2, первая резонансная частота колебаний для всех типов оболочек сначала убывает, а затем возрастает. При плотности гофрировки $k = 6$ первая резонансная частота эллиптических оболочек чрезвычайно близка – в пределах погрешностей вычислений – к соот-

ветствующей резонансной частоте круговой гофрированной оболочки.

3. Несколько иная картина наблюдается для высших резонансных частот колебаний. Из рассмотрения графиков на рис. 3,б и рис. 3,в можно заключить, что увеличение плотности гофрировки эллиптических оболочек может привести к заметному увеличению резонансной частоты по сравнению с соответствующей частотой круговой гофрированной цилиндрической оболочки.

4. Резюмируя все сказанное, можно заключить, что, варьируя плотность материала и геометрические параметры гофрированных оболочек, можно существенно влиять на их собственный спектр без изменения массы оболочек в целом. При этом более вытянутые гофрированные цилиндры могут иметь большие резонансные частоты, чем соответствующие круговые цилиндрические оболочки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Амбарцумян, С. А. Общая теория анизотропных оболочек [Текст] / С. А. Амбарцумян. – М. : Наука, 1974. – 446 с.
- [2] Бидерман, В. Л. Механика тонкостенных конструкций [Текст] / В. Л. Бидерман. – М. : Машиностроение, 1977. – С. 331–344.
- [3] Будаков, В. Д. Численное решение задачи о свободных колебаниях пологих оболочек с прямоугольным планом методом сплайн-коллокации [Текст] / В. Д. Будаков, А. Я. Григоренко, С. В. Пузырев // Зб. наук. праць НУК. – Миколаїв : НУК, 2006. – № 4 (409). – С. 115–122.
- [4] Будаков, В. Д. О свободных колебаниях прямоугольных в плане пологих оболочек переменной толщины [Текст] / В. Д. Будаков, А. Я. Григоренко, С. В. Пузырев // Прикладная механика. – К. : Институт механики им. С.П. Тимошенко, 2007. – Т. 43, № 6. – С. 102–115.
- [5] Григоренко, Я. М. Теория оболочек переменной жесткости [Текст] : в 5 т. / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко. – К. : Наук. думка, 1981. – Т. 4. – 544 с.
- [6] Григоренко, Я. М. Решение задач теории пластин и оболочек на ЭВМ [Текст] / Я. М. Григоренко, А. П. Мукоед. – К. : Вища школа, 1979. – 280 с.
- [7] Григоренко, Я. М. Решение задач теории пластин и оболочек с применением сплайн-функций [Текст] / Я. М. Григоренко, Н. Н. Крюков // Прикладная механика. – 1995. – Т. 31, № 6. – С. 3–27.
- [8] Григоренко, Я. М. Решение задач о напряженно-деформированном состоянии некруговых цилиндрических оболочек с гофрированным эллиптическим поперечным сечением [Текст] / Я. М. Григоренко, А. Я. Григоренко, Л. И. Захарийченко // Прикладная механика. – 2006. – Т. 42, № 9. – С. 70.
- [9] Григоренко, А. Я. Исследование свободных колебаний некруговых цилиндрических оболочек с помощью метода сплайн-коллокации [Текст] / А. Я. Григоренко, С. В. Пузырев, Е. А. Волчек // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – Л., 2011. – Т. 54, № 3. – С. 60–69.
- [10] Завьялов, Ю. С. Методы сплайн-функций [Текст] / Ю. С. Завьялов, Ю. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко. – М. : Наука, 1980. – 352 с.
- [11] Прочность. Устойчивость. Колебания [Текст] : справочник : в 3 т. / под общ. ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. – М. : Машиностроение, 1968. – Т. 3. – 567 с.
- [12] Пузырев, С. В. Исследование свободных колебаний гофрированных цилиндрических оболочек [Текст] / С. В. Пузырев // Теоретическая и прикладная механика. – 2010. – Т. 1, № 47. – С. 106–113.
- [13] Семенов, Н. П. Свободные колебания гофрированных цилиндрических оболочек [Текст] / Н. П. Семенов, И. Ю. Бабич, Н. Б. Жукова // Прикладная механика. – 2005. – Т. 41, № 5. – С. 58–67.
- [14] Свободные колебания элементов оболочечных конструкций [Текст] / Я. М. Григоренко, Е. И. Беспалова, А. Б. Китайгородский, А. И. Шинкарь. – К. : Наук. думка, 1986. – 171 с.

- [15] **Massalas, C.** Free vibrations of non-circular cylindrical panels with arbitrary boundary conditions [Text] / C. Massalas; K. Soldatos; G. Tzivanidis // *J. Sound and Vibr.* – 1980. – Vol. 69, Is. 3. – P. 491–495.
- [16] Free vibration analysis of functionally graded elliptical cylindrical shells using higher-order theory [Text] / B. P. Patela, S. S. Gupta, M. S. Loknatha, C. P. Kadu // *Compos. Struct.* – 2005. – P. 259–270.
- [17] **Grigorenko, Ya. M.** Calculation of Stress-Strain State of Orthotropic Closed and Open Non-Circular Cylindrical Shells [Text] / Ya. M. Grigorenko, A. Ya. Grigorenko, L. I. Zakhariychenko // *Int. Appl. Mech.* – 2005. – 41, nr 7. – P. 778.
- [18] **Grigorenko, Ya. M.** Studying the Stress State of Orthotropic Non-Circular Cylindrical Shells of Variable Thickness in the Refined Statement [Text] / Ya. M. Grigorenko, S. N. Yaremchenko // *Int. Appl. Mech.* – 2004. – 40, nr 3. – P. 266.
- [19] **Grigorenko, Ya. M.** Influence of Orthotropy on Displacements and Stresses in Nonthin Cylindrical Shells with Elliptic Cross Section [Text] / Ya. M. Grigorenko, S. N. Yaremchenko // *Int. Appl. Mech.* – 2007. – 43, nr 6. – P. 654–661.
- [20] **Hayek, Sabih I.** Vibration of elliptic cylindrical shells: higher order shell theory [Text] / Hayek Sabih I., Boisvert Jeffrey E. // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 2010. – 128, nr 3. – P. 1063–1072.
- [21] **Kumar, V.** Vibration Analysis Of Non-circular Cylindrical Shells Using Bezier Functions [Text] / V. Kumar, A. V. Singh // *J. Sound and Vibr.* – 1993. – Vol. 161, Is. 2. – P. 333–354.
- [22] **Paliwal, D. N.** Free vibrations of orthotropic cylindrical shell on elastic foundation [Text] / D. N. Paliwal, S. Singh // *AIAA J.* – 1999. – 37, nr 9. – P. 1135–1139.
- [23] **Srinivasan, R. S.** Free vibration of non-circular cylindrical shell panels [Text] / R. S. Srinivasan, W. Bobby // *J. Sound and Vibr.* – 1976. – Vol. 46, Is. 1. – P. 117–126.
- [24] **Suzuki, K. W.** Exact solutions for the free vibrations of open cylindrical shells with circumferentially varying curvature and thickness [Text] / K. Suzuki, A. W. Leissa // *J. Sound and Vibr.* – 1986. – V. 107, Is. 1. – P. 1–15.
- [25] **Yamada, G.** Free vibration of non-circular cylindrical shells with variable circumferential profile [Text] / G. Yamada, T. Irie, Y. Tagawa // *J. Sound and Vibr.* – 1984. – V. 95, Is. 1. – P. 117–126.

© С. В. Пузирьов

Надійшла до редколегії 19.02.13
Статтю рекомендує до друку член редколегії ЗНП НУК
д-р техн. наук, проф. В. В. Зайцев