

<http://dx.doi.org/10.15589/jnn20140511>

УДК 005.8:519.14

К 56

STUDY OF DYNAMIC GRAPH AJUSTMENT OPERATION IN THE OPTIMIZATION PROJECTS OF HIERARCHICAL ORGANIZATIONAL STRUCTURES

ИССЛЕДОВАНИЕ ГРАФОДИНАМИЧЕСКОЙ ОПЕРАЦИИ ПЕРЕСТРОЙКИ В ПРОЕКТАХ ОПТИМИЗАЦИИ ИЕРАРХИЧЕСКИХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СТРУКТУР

Ihor I. Kovalenko

igor.kovalenko@nuos.edu.ua

ORCID: 0000-0003-2655-6667

Kateryna S. Puhachenko

pugachenko.katya@yandex.ua

ORCID: 0000-0003-0310-5724

И. И. Коваленко,

д-р техн. наук, проф.;

Е. С. Пугаченко,

асп.

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolayiv

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова, г. Николаев

Abstract. The research results of value adjustment influence on changes in the hierarchical graph structure are disclosed. The aim of the research is to establish regularities of the adjustment functions influence to the change in the hierarchical graph structure which characterizes changes in the span of control of the organizational structure. The structure of the hierarchical graph and organizational structures of span of control are experimentally studied. The original graph-fan is characterized by the maximal span of control. Using additive dynamic graph operation of the local subordination graph-fan is converted to different variations of the hierarchical graphs structures. The effect of the reduction of span of control of hierarchical organizational structure and the transition of the initial graph-fans to hierarchies of the higher level is considered. This is a result of specifying of arbitrary forms of the adjustment functions by assigning of ones and zeroes combinations to its values. The research results can be applied to the simulation modeling of organizational structures. The obtained regularities enable controlling the adjusting processes and values of spans of control of hierarchical organizational structures.

Keywords: hierarchical graph; dynamic graph theory; span of control; adjustment function.

Аннотация. Проведены исследования влияния значений переменного параметра – функции перестройки на изменение структуры исходного иерархического графа при его преобразовании с использованием унарной графодинамической операции «локальные переподчинения», а также на изменение нормы управляемости в преобразованном иерархическом графе.

Ключевые слова: иерархический граф; графодинамика; норма управляемости; функция перестройки.

Анотація. Проведено дослідження впливу значень змінного параметра – функції перебудови на зміну структури вихідного ієрархічного графа при його перетворенні з використанням унарної графодинамічної операції «локальні перепідпорядкування», а також на зміну норми керованості в перетвореному ієрархічному графі.

Ключові слова: ієрархічний граф; графодинаміка; норма керованості; функція перебудови.

REFERENCES

- [1] Burkov V.N., Korgin N.A., Novikov D.A. *Vvedenie v teoriyu upravleniya organizatsionnymi sistemami* [Introduction to organizational systems management]. Moscow, LIBROKOM Publ., 2009. 264 p.
- [2] Kovalenko I.I., Donchenko M.V., Shved A.V., Kobylinskiy I.A. *Grafodinamicheskoe imitatsionnoe modelirovanie struktur organizatsionnykh sistem (Preprint)* [Dynamic graph simulation of organizational systems structures]. Nikolaev, Ilion Publ., 2012. 59 p.
- [3] Gubko M.V. *Matematicheskie modeli optimizatsii ierarkhicheskikh struktur* [Mathematical optimization model of hierarchical structures]. Moscow, LENAND Publ., 2006. 264 p.
- [4] Ayzerman M.A., Gusev L.A., Petrov S.V., Smirnov I.M. Dinamicheskiy podkhod k analizu struktur, opisuyemykh grafami (osnovy grafodinamiki). I [Dynamic approach to the analysis of structures described by graphs (Basics of graphodynamics). I]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and remote control*, 1977, no. 7, pp. 135–151.

- [5] Ayzerman M.A., Gusev L.A., Petrov S.V., Smirnov I.M. Dinamicheskii podkhod k analizu struktur, opisuyemykh grafami (osnovy grafodinamiki). II [Dynamic approach to the analysis of structures described by graphs (Basics of graphodynamics). II]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and remote control*, 1977, no. 9, pp. 123–136.
- [6] Kovalenko I.I. Modelirovanie organizatsionnykh struktur metodami grafodinamiki [Simulation of organizational structures by means of graphodynamic methods]. *Zbirnyk naukovykh prats NUK [Collection of Scientific Publications NUS]*, 2011, no. 5, issue 440, pp. 125–130.
- [7] Yuditskiy S.A. Grafodinamicheskoe imitatsionnoe modelirovanie razvitiya setevykh struktur [Graphodynamic simulation modelling of network structures development]. *Upravlenie bolshimi sistemami – Large systems management*, 2011, no. 33, pp. 21–34.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В последние годы наряду с традиционными методами имитационного моделирования систем (вероятностные подходы, сети Петри, метод Монте-Карло и др.) развивается теория графодинамических систем, основы которой изложены в работах [4, 5]. Данная теория предназначена для моделирования и анализа динамических процессов, которые могут происходить в иерархических графах-деревьях во времени. В основе теории лежит так называемая «функция подчинения» (П-функция) и ряд операций над ней, позволяющих производить преобразования иерархических графов и имитировать такие процедуры, как «разукрупнение», «укрупнение», «предпочтение», «переподчинение» и др.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

В работах [2, 6, 7] делается попытка применения данной теории в качестве инструмента имитационного моделирования оптимальных структур организационных систем с выбором определенных графодинамических операций и критериев оптимизации. Интерес в этом плане вызывает унарная графодинамическая операция, зависящая от переменного параметра и получившая название «локальные переподчинения» [4].

Среди критериев оптимизации иерархических структур важное место занимает норма управляемости – показатель, характеризующий число исполнителей, которыми управляет один менеджер. Следовательно, задача анализа функции перестройки, определяющей операцию «локальные переподчинения» с учетом нормы управляемости, является **актуальной**.

Величина нормы управляемости r – важный показатель оптимальности иерархических организационных структур [1]. При этом для числа исполнителей $2 \leq n \leq 6$ оптимальна двухуровневая иерархия в виде графа-веера [3]. Однако в достаточно больших веерных иерархиях значение r может резко возрастать, что будет негативно влиять на эффективность управления организационными структурами. В таких случаях топ-менеджер разбивает исходное множество исполнителей на подгруппы с назначением в каждой из них подчиненного ему менеджера. В общем случае

зависимость числа менеджеров N от нормы управляемости r можно представить выражением [3]

$$N = (n - 1)/(r - 1),$$

из которого следует, что с увеличением r число менеджеров N убывает и наоборот.

При заданном значении нормы управляемости r для определенного числа исполнителей n , заданного узлами графа, использование существующих методов построения оптимальных иерархий являются сложным и трудоемким. С учетом этого целесообразно выполнение анализа величины r на основе проведения имитационного моделирования изменения веерных структур с использованием графодинамической операции, интерпретирующей локальные переподчинения на исходном графе.

В работе [4] операция «локальные переподчинения» аналитически задается в виде

$$\psi(n) = \varphi(n) + p(n). \quad (1)$$

Здесь $\psi(n)$ – функция подчинения преобразованного графа, которая вычисляется исходя из следующих условий:

$$\psi(n) = \begin{cases} \varphi(n) & \text{при тех } n, \text{ где } p(n) = 0; \\ 0 & \text{при тех } n, \text{ где } p(n) = -1, 0 \leq \varphi(n) \leq 1; \\ n-1 & \text{при тех } n, \text{ где } p(n) = 1; \\ \varphi(n) + p(n) & \text{при тех } n, \text{ где } p(n) = -1, \varphi(n) > 1; \end{cases}$$

$\varphi(n)$ – функция подчинения исходного иерархического графа, которая строится итерационно по всем вершинам с выполнением следующих условий:

1) $\varphi(n) < n$, т. е. номер любой вершины всегда больше номера той вершины, которой она «подчинена»;

2) $\varphi(n)$ определена на всех целых n от 1 до некоторого N ;

3) $\varphi(n) = 0$ – вершина графа с номером n не подчинена ни одной вершине, т. е. данное ограничение характеризует процедуру появления корня (корневой вершины) дерева;

$p(n)$ – получила название «функция перестройки», значение которой задается из следующего множества:

$$p(n) \in \{-1; 0; +1\}.$$

ЦЕЛЬЮ СТАТЬИ является исследование функции перестройки $p(n)$ и влияния ее значений на изменение структуры иерархического графа, что будет характеризовать изменения нормы управляемости r .

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

В качестве исходного графа рассмотрим граф-веер с числом вершин $n = 9^{1)}$ (рис. 1,а) и проведем его преобразование операцией локальных переподчинений (1), в которой функция перестройки принимает значение $p(n) = +1$ для всех его узлов. В результате имеем:

- $n = 1: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 1 - 1 = 0$ – (1-я вершина – корневая);
- $n = 2: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow 2 < 1;$
- $n = 3: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 3 - 1 = 2 \Rightarrow 3 < 2;$
- $n = 4: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 4 - 1 = 3 \Rightarrow 4 < 3;$
- $n = 5: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 5 - 1 = 4 \Rightarrow 5 < 4;$
- $n = 6: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 6 - 1 = 5 \Rightarrow 6 < 5;$
- $n = 7: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 7 - 1 = 6 \Rightarrow 7 < 6;$
- $n = 8: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 8 - 1 = 7 \Rightarrow 8 < 7;$
- $n = 9: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 9 - 1 = 8 \Rightarrow 9 < 8.$

В результате преобразований получим граф-цепочку (рис. 1,з).

Выполнение преобразования исходного графа со значениями функции перестройки $p(n) = -1$ для всех его узлов дает следующие результаты:

- $n = 1: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$
- $n = 2: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$
- $n = 3: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$
- $n = 4: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$
- $n = 5: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$
- $n = 6: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$
- $n = 7: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$
- $n = 8: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$
- $n = 9: p(n) = -1; \psi(n) = 0;$

Данная процедура графически представлена на рис. 2.

Выполненное преобразование переводит исходный граф-веер в так называемый рассыпанный граф, т. е. исходная структура разрушается.

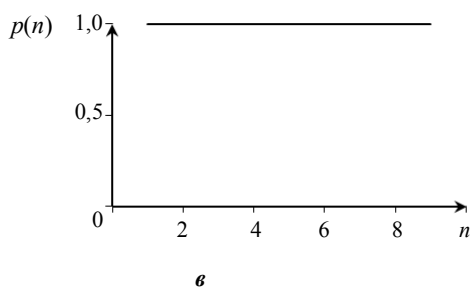
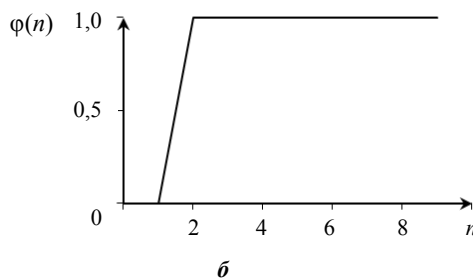
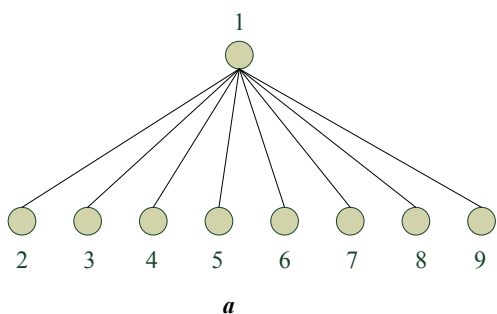


Рис. 1. Процесс преобразования графа: а – граф-веер; б – П-функция графа; в – функция перестройки $p(n) = +1$; з – преобразованный граф

¹⁾ Число вершин графа-веера не влияет на результат исследования. Как показали эксперименты, при $n = 50$ выявленные закономерности сохраняются.

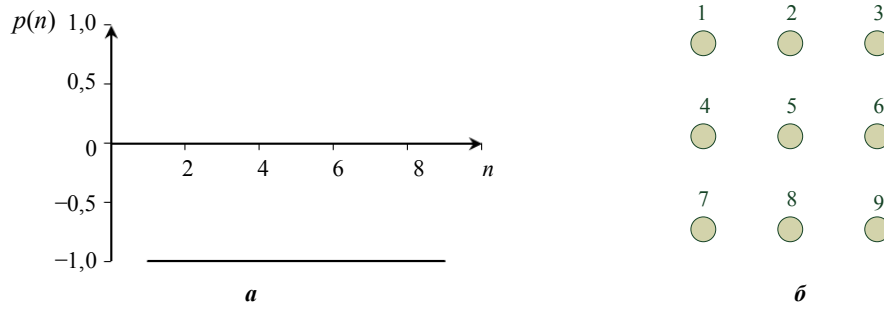


Рис. 2. Преобразование графа: *a* – функция перестройки $p(n) = -1$; *б* – преобразованный граф

Для случая, когда функция перестройки $p(n) = 0$, имеем:

- $n = 1: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 0$ – (1-я вершина – корневая);
- $n = 2: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 2 < 1;$
- $n = 3: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 3 < 1;$
- $n = 4: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 4 < 1;$

- $n = 5: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 5 < 1;$
- $n = 6: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 6 < 1;$
- $n = 7: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 7 < 1;$
- $n = 8: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 8 < 1;$
- $n = 9: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 9 < 1;$

Графическое представление данной операции – на рис. 3.

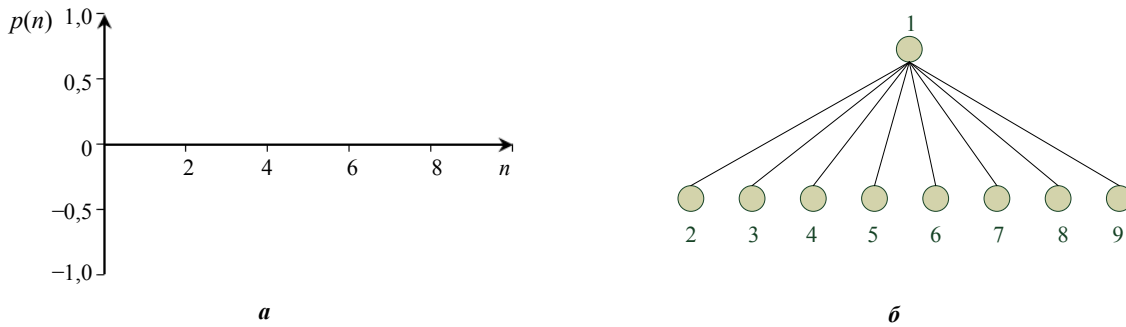


Рис. 3. Преобразование графа: *a* – функция перестройки $p(n) = 0$; *б* – граф-всеп, не изменивший свою структуру

Выполним теперь преобразование исходного графа с использованием функции перестройки $p(n)$, вид которой показан на рис. 4, *a*, посредством задания следующих ее значений:

$$p(n_1) = p(n_3) = p(n_5) = p(n_7) = p(n_9) = 0;$$

$$p(n_2) = p(n_4) = p(n_6) = p(n_8) = 1.$$

Тогда имеем:

- $n = 1: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 0$ – (1-я вершина – корневая);

- $n = 2: p(n) = 1; \psi(n) = (n-1) = 2-1 = 1 \Rightarrow 2 < 1;$
- $n = 3: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 3 < 1;$
- $n = 4: p(n) = 1; \psi(n) = (n-1) = 4-1 = 3 \Rightarrow 4 < 3;$
- $n = 5: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 5 < 1;$
- $n = 6: p(n) = 1; \psi(n) = (n-1) = 6-1 = 5 \Rightarrow 6 < 5;$
- $n = 7: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 7 < 1;$
- $n = 8: p(n) = 1; \psi(n) = (n-1) = 8-1 = 7 \Rightarrow 8 < 7;$
- $n = 9: p(n) = 0; \psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 9 < 1.$

Графически выполненное преобразование представлено на рис. 4.

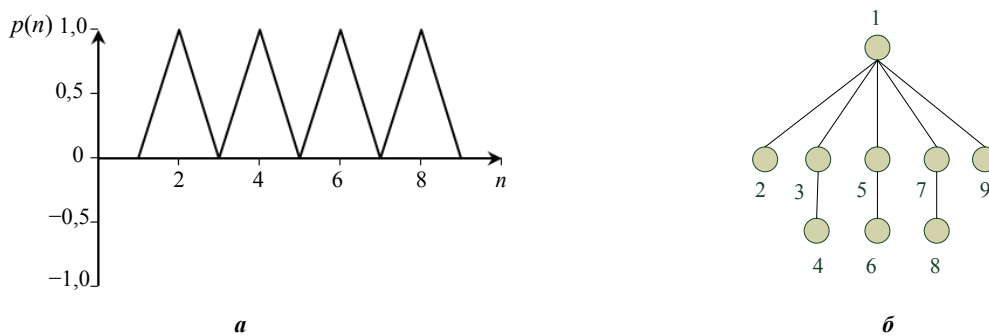


Рис. 4. Преобразование графа: *a* – функция перестройки $p(n)$, «прямая пила»; *б* – преобразованный граф

В результате исходный граф-веер принимает вид трехуровневой иерархии, которая может быть интерпретирована следующим образом. Топ-менеджер (вершина 1) снижает норму управляемости посредством выделения трех дополнительных менеджеров (вершины 3, 5, 7 остаются на втором уровне иерархии, а вершины 4, 6, 8 уходят на третий, в соответствующее подчинение нечетным вершинам). Таким образом, если норма управляемости в исходном графе была $r = 8$ (по числу вершин графа), то в результате выполненного преобразования такая норма управляемости снижается и становится $r = 5$.

Теперь зададим функцию перестройки $p(n)$ следующими значениями:

$$p(n_1) = p(n_3) = p(n_5) = p(n_7) = p(n_9) = 1;$$

$$p(n_2) = p(n_4) = p(n_6) = p(n_8) = 0.$$

Выполним преобразование:

- $n = 1$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 1-1 = 0$ – (1-я вершина – корневая);
- $n = 2$: $p(n) = 0$; $\psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 2 < 1$;
- $n = 3$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 3-1 = 2 \Rightarrow 3 < 2$;
- $n = 4$: $p(n) = 0$; $\psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 4 < 1$;
- $n = 5$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 5-1 = 4 \Rightarrow 5 < 4$;
- $n = 6$: $p(n) = 0$; $\psi(n) = \varphi(n) = 1 \Rightarrow 6 < 1$;
- $n = 7$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 7-1 = 6 \Rightarrow 7 < 6$;
- $n = 8$: $p(n) = 0$; $\psi(n) = (n-1) = 8-1 = 7 \Rightarrow 8 < 7$;
- $n = 9$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 9-1 = 8 \Rightarrow 9 < 8$.

Полученные результаты приведены на рис. 5.

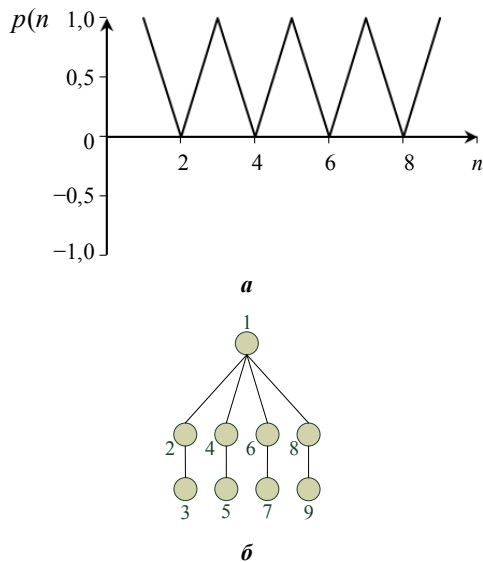


Рис. 5. Преобразования графа: *a* – функция перестройки $p(n)$, «обратная пила»; *б* – преобразованный граф

Полученный симметричный трехуровневый граф характеризует дальнейшее снижение нормы управляемости за счет выделения в исходной структуре уже четырех менеджеров (вершины 2, 4, 6, 8), подчиненных топ-менеджеру (вершина 1). Полученная структура позволяет снизить норму управляемости до $r = 4$.

Зададим функцию перестройки $p(n)$ следующими значениями:

$$p(n_1) = p(n_3) = p(n_5) = p(n_7) = p(n_9) = 1;$$

$$p(n_2) = p(n_4) = p(n_6) = p(n_8) = -1.$$

Выполним преобразование:

- $n = 1$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 1-1 = 0$ – (1-я вершина – корневая);
- $n = 2$: $p(n) = -1$; $\psi(n) = 0$ (2-я вершина – новый корень);
- $n = 3$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 3-1 = 2 \Rightarrow 3 < 2$;
- $n = 4$: $p(n) = -1$; $\psi(n) = 0$ (4-я вершина – новый корень);
- $n = 5$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 5-1 = 4 \Rightarrow 5 < 4$;
- $n = 6$: $p(n) = -1$; $\psi(n) = 0$ (6-я вершина – новый корень);
- $n = 7$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 7-1 = 6 \Rightarrow 7 < 6$;
- $n = 8$: $p(n) = -1$; $\psi(n) = 0$ (8-я вершина – новый корень);
- $n = 9$: $p(n) = 1$; $\psi(n) = (n-1) = 9-1 = 8 \Rightarrow 9 < 8$.

Результаты проведенного преобразования представлены на рис. 6. Данная процедура переводит исходный граф-веер в так называемый граф «лес», исходная иерархия разрушается.

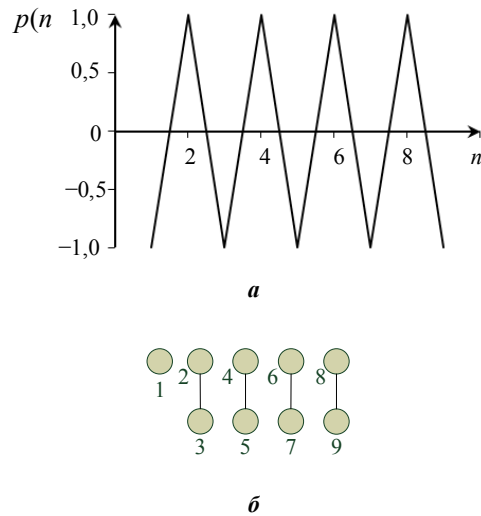


Рис. 6. Преобразования графа: *a* – функция перестройки $p(n)$; *б* – преобразованный граф

ВЫВОДЫ

1. Исследования функции перестройки $p(n)$ на экстремальные значения ($p(n) = +1$, $p(n) = -1$) приводят исходный граф-веер соответственно к графу-цепочке и рассыпанному графу.

2. Преобразование исходной структуры начинается в той вершине, где функция перестройки получает значение $p(n) = +1$. С точки зрения нормы управляемости такие графы характеризуют наличие $r = \min$ и $r = 0$.

3. При значении $p(n) = 0$ функция перестройки не влияет на исходную структуру исходного графа.

При этом норма управляемости остается максимальной ($r = \max$).

4. Задание произвольных форм функции перестройки посредством присвоения ее зна-

чениям комбинаций нулей и единиц приводит граф-веер к иерархиям более высокого уровня, что влечет за собой снижение значения нормы управляемости.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] **Бурков, В. Н.** Введение в теорию управления организационными системами [Текст] / В. Н. Бурков, Н. А. Коргин, Д. А. Новиков. – М. : ЛИБРОКОМ, 2009. – 264 с.
- [2] Графодинамическое имитационное моделирование структур организационных систем (Препринт) [Текст] / И. И. Коваленко, М. В. Донченко, А. В. Швед, И. А. Кобылинский. – Николаев : Илион, 2012. – 59 с.
- [3] **Губко, М. В.** Математические модели оптимизации иерархических структур [Текст] – М. : ЛЕНАНД, 2006. – 264 с.
- [4] Динамический подход к анализу структур, описываемых графами (основы графодинамики) I [Текст] / М. А. Айзерман, Л. А. Гусев, С. В. Петров, И. М. Смирнов // Автоматика и телемеханика. – М. : Наука. – 1977. – № 7. – С. 135–151.
- [5] Динамический подход к анализу структур, описываемых графами (основы графодинамики) II [Текст] / М. А. Айзерман, Л. А. Гусев, С. В. Петров, И. М. Смирнов // Автоматика и телемеханика. – М. : Наука. – 1977. – №9. – С. 123–136.
- [6] **Коваленко, И. И.** Моделирование организационных структур методами графодинамики [Текст] / И. И. Коваленко // Зб. наук. праць НУК. – Миколаїв : НУК. – 2011. – № 5 (440). – С. 125–130.
- [7] **Юдицкий, С. А.** Графодинамическое имитационное моделирование развития сетевых структур [Текст] / С. А. Юдицкий // Управление большими системами. – 2011. – № 33. – С. 21–34.

© И. И. Коваленко, К. С. Пугаченко

Надійшла до редколегії 16.06.2014

Статтю рекомендує до друку член редколегії ЗНП НУК
д-р техн. наук, проф. *К. В. Кошкін*