

12. Окіпняк А. С. Педагогічні умови формування професійних якостей у військовослужбовців-водолазів : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.04 / Окіпняк Анатолій Сергійович. – Кам'янець-Подільський, 2004. – 227 с.
13. Гапоненко Г. М. Аналіз розвитку водолазної справи і проблеми підготовки водолазів-підривників на сучасному етапі / Г. М. Гапоненко // Система озброєння і військова техніка. Науковий журнал / гол. ред. Ю. В. Стасев – Харків : Вид-во ХУПС ім. І. Кожедуба, 2011. – С. 200–202.
14. Ревуцький М. П. Художньо-естетична складова формування суспільно-політичних і професійних компетенцій вчителя / М. П. Ревуцький, // професійні компетенції та компетентність вчителя : матеріали рег. наук.-практ. сем. – Тернопіль : Вид-во ТНПУ ім. І. Гнатюка, 2006. – С. 27–29.
15. Дяков С. І. Методичні засади тактико-спеціальної підготовки майбутніх офіцерів інженерних військ : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Дяков Святослав Іванович. – Кам'янець-Подільський, 2011. – 337 с.
16. Мацюк О. О. Формування професійної компетентності майбутніх перекладачів засобами інформаційно-комунікаційних технологій : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.04 “Теорія і методика професійної освіти” / О. О. Мацюк – Хмельницький : Вид-во Нац. академії ПВУ, 2011. – 20 с.
17. Макодзей Л. І. Формування управлінської компетентності майбутніх магістрів лісового господарства : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.04 “Теорія і методика професійної освіти” / Л. І. Макодзей – Київ : Вид-во “Науковий світ”, 2011. – 20 с.

In the article the divers-deminer's competences which can influence on the whole competence are analyzed and determined.

Key words: competence, divers-deminer.

УДК 378.016:517.2

Думанська Т. В.*

ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ» ДЛЯ КУРСАНТІВ ФАКУЛЬТЕТУ ВІЙСЬКОВОЇ ПІДГОТОВКИ

Стаття присвячена особливостям подання теми „Похідна та її застосування” курсантам факультету військової підготовки, наведено приклади фізичних прикладних задач, розв'язання яких вимагає застосування похідної та правил диференціювання складеної функції.

Ключові слова: похідна та її застосування, диференціювання складеної функції, міжпредметні зв'язки, математична модель.

Оволодіння основами математичного аналізу нерозривно пов'язане з серйозним розумінням шляхів застосування цього апарату. Адже знання без застосування їх у реальній дійсності такими не являються, оскільки вони з важкістю засвоюються та легко забуваються. Під час навчання математиці майбутніх інженерів перед викладачем завжди стоїть питання: „Чому, насамперед, потрібно навчати курсанта?”, не забуваючи при цьому, що годин, відведених на вивчення курсу математичного аналізу, не так багато.

Звичайно, можна замість самої математики навчати її застосуванню, враховуючи те, що в останні роки курс математичного аналізу набув значної прикладної спрямованості. Але це буде уже не математика, і людина, яка вивчила такий спеціалізований курс, буде безсила в тих ситуаціях, які потребують розгляду абстрактних математичних моделей.

* © Думанська Т. В., 2012

При викладанні математики завжди слід пам'ятати, що не можна, не навчивши самій математиці, навчити її застосуванню. Навчання розв'язувати прикладні задачі не є основною задачею змісту курсу математичного аналізу, але це завжди робилося і буде робитися, тому що це потрібно й корисно.

На практичних заняттях варто розглядати такі задачі, в яких курсанти могли б навчитися за даною умовою наукового і технічного змісту підібрати відповідний математичний апарат.

Одним із основних розділів курсу математичного аналізу є розділ "Похідна та її застосування", який має розгалужену систему внутрішньо-предметних та міжпредметних зв'язків. Прикладних задач, орієнтованих на факультет військової підготовки та, крім того, пов'язаних із знаходженням похідної, недостатньо для того, щоб переконати курсантів у нероздільності „їхніх" спеціальних дисциплін з математичним аналізом. Зважаючи на важливу роль прикладних задач у посиленні мотивації вивчення похідної, формуванні у курсантів здібностей застосування знань у практичних, життєвих ситуаціях, актуальною є проблема удосконалення методики вивчення розділу "Похідна та її застосування" шляхом посилення прикладної спрямованості навчання.

Практичними основами дослідження міжпредметних зв'язків, математичного моделювання займалися В.В.Ачкан, Л.Ф. Троян. У своїх роботах вони доводять на реальних прикладах тісний взаємозв'язок між математикою та фізикою, хімією, економікою, біологією.

У підручнику [2], наукових статтях [1], [3] наведені розв'язки задач із використанням диференціального числення, у статті [3] запропоновані алгоритми розв'язання фізичних задач за допомогою математичних моделей.

Метою роботи є вивчення застосування похідної до розв'язання задач з математичного аналізу та фізики, поглиблення та розширення знань по темі „Похідна та її застосування", визначення можливостей реалізації прикладної спрямованості математичної дисципліни „Диференціальне числення функцій" через розв'язання задач фізичного змісту в процесі фахової підготовки майбутніх інженерів.

В даний час, мабуть, немає необхідності доводити важливість міжпредметних зв'язків у процесі викладання. Вони сприяють кращому формуванню окремих понять всередині окремих предметів, груп і систем, так званих міжпредметних понять, тобто таких, повне уявлення про які неможливо дати курсантам на заняттях якої-небудь однієї дисципліни. Сучасний етап розвитку науки характеризується взаємопроникненням наук одна в одну, і особливо проникненням математики у фізичні процеси та явища.

Для курсантів факультету військової підготовки з напрямку „Інженерна механіка" є дуже вагомим принцип подачі навчального матеріалу, який демонструє взаємозв'язок між темами математичного аналізу та фізики.

Зв'язок між навчальними предметами є передусім відображенням об'єктивно існуючого зв'язку між окремими науками і зв'язку наук з технікою, з практичною діяльністю людей. Необхідність зв'язку між навчальними предметами диктується також зв'язком навчання з життям, підготовкою курсантів до практичної діяльності. Ці зв'язки відіграють важливу роль у підвищенні їх практичної та науково-теоретичної підготовки.

Фізика нерозривно пов'язана з математикою. Математика дає фізиці засоби і прийоми загального і точного вираження залежності між фізичними величинами, які відкриваються в результаті експерименту або теоретичних досліджень. Одні математичні поняття можуть використовуватися для формулювання різних фізичних понять, законів, для встановлення залежностей між основними величинами фізики. Отже, математичні символи абсолютно нейтральні щодо реального об'єкта.

Підводячи курсантів до розв'язування фізичних задач на застосування похідної, варто, насамперед, розглянути таблицю залежності деяких фізичних величин від поняття похідної функції (таблиця 1).

Зв'язок між поняттям похідної функції та деякими фізичними поняттями

Таблиця 1 [3, с. 171]

За допомогою поняття похідної функції від однієї змінної вводяться поняття:	
Фізичні основи механіки	Швидкості $v = \frac{ds}{dt}$, прискорення $a = \frac{dv}{dt}$ при прямолінійному русі (ds – вектор переміщення); швидкості $w = \frac{d\phi}{dt}$, прискорення $\beta = \frac{dw}{dt}$ при обертальному русі твердого тіла ($d\phi$ – вектор кутового зміщення); миттєвої потужності $d\phi$ (A – робота тіла);
Електрика та електромагнетизм	сила струму $i = \frac{dq}{dt}$ (dq – заряд); електрорушійна сила електромагнітної індукції $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ ($d\Phi$ – зміна магнітного потоку через контур кола); електрорушійна сила самоіндукції $\varepsilon_{ci} = -L\frac{dI}{dt}$ (dI – зміна сили струму, L – індуктивність котушки);
Ядерна фізика	– активність радіоактивного препарату $A = \frac{dN}{dt}$ (dN – число розпадів ядер за час dt)

Вважаємо, що одним із шляхів розв'язання проблеми взаємозв'язку математичного аналізу з іншими предметами є використання дидактично виважених наборів задач з фізичним змістом. Наприклад, при вивченні похідної в курсі математичного аналізу можна використати задачі таких розділів фізики, як теорія відносності, оптика, електричне поле та інші. Пропонуючи такі задачі курсантам I курсу факультету військової підготовки, важливо щоразу наголошувати, що такі задачі є доступними для них.

Продемонструємо це на прикладах.

Задача 1. Канатисячого мосту має вигляд параболи і прикріплений до вертикальних підпор, які віддалені одна від одної на 200 м. Найнижча точка канату знаходиться на 40 м. нижче точок підвісу. Знайти кут між канатом і колоною (рис. 1).

Розв'язання

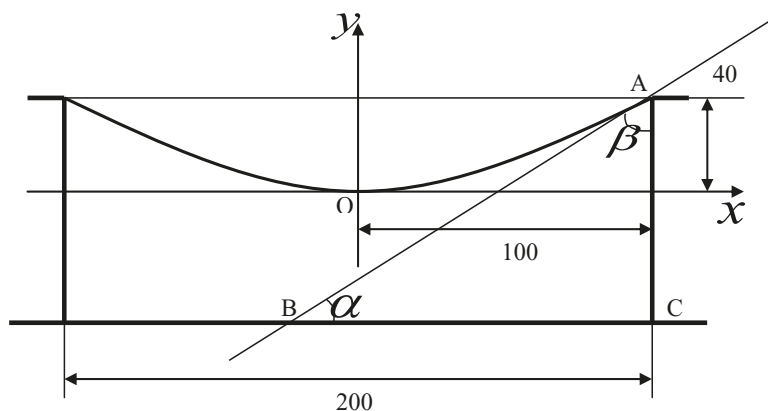


Рис. 1

Введемо прямокутну систему координат xOy таким чином, щоб точка O співпадала з вершиною параболи, а вісь Oy була віссю параболи. В точці кріплення канату до вертикальної опори побудуємо дотичну до цієї параболи. Точка $A(100; 40)$ – згадана точка кріплення канату до колон.

Спочатку складемо рівняння параболи в точці $x_0 = 100$. Матимемо:

$$y = kx^2 \Big|_{x_0=100} = 40;$$

$$40 = k \cdot 100^2;$$

$$k = \frac{40}{100^2} = \frac{1}{250}.$$

Покладемо знайдене значення k у загальне рівняння параболи $y = kx^2$. Тоді отримаємо, що:

$$y = \frac{1}{250}x^2.$$

Як відомо, кутовий коефіцієнт дорівнює похідній y' , обчислений при значенні x_0 , рівному абсцисі точки дотику. Тому:

$$y' = \frac{2x}{250} \Big|_{x_0=100} = \frac{200}{250} = \frac{4}{5}.$$

Маємо, що $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \frac{4}{5}$. Тоді шуканий кут $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{4}{5}$.

Отже, $\beta = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{4}{5}$ – кут між канатом та вертикальною колоною.

Задача 3. Визначити середню швидкість руху тіла за проміжок часу $2 \leq t \leq 2 + \Delta t$, якщо закон руху задано формулою $s = t^2 - t + 1$, де t – час (у секундах), $s(t)$ – відстань (у метрах). Підрахувати середню швидкість для: а) $\Delta t = 0,1$ с; б) $\Delta t = 0,01$ с; в) $\Delta t = 0,001$ с; г) $\Delta t = 0,0001$ с. Знайти миттєву швидкість у момент $t_0 = 2$ с.

Розв'язання. Відомо, що

$$v_{\text{серед}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, v_{\text{мит}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Враховуючи, що

$$\begin{aligned} \Delta s &= s(t + \Delta t) - s(t) = [(t + \Delta t)^2 - (t + \Delta t) + 1] - (t^2 - t + 1) = \\ &= 2t\Delta t + (\Delta t)^2 - \Delta t = (2t - 1)\Delta t + (\Delta t)^2, \end{aligned}$$

отримаємо:

$$v_{\text{серед}} = \frac{(2t - 1)\Delta t + (\Delta t)^2}{\Delta t} = 2t - 1 + \Delta t.$$

Результати розрахунків занесемо у таблицю:

t	Δt	$2t - 1$	$v_{\text{серед}}$
2	0,1	3	3,1
2	0,01	3	3,01
2	0,001	3	3,001
2	0,0001	3	3,0001

Із таблиці видно, що при $t = 2$ с із прямуванням $\Delta t \rightarrow 0$ середня швидкість $v_{\text{серед}}$ прямує до швидкості, яка дорівнює $v_{\text{мит}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (2t - 1 + \Delta t) = 2t - 1 \Big|_{t=2} = 3$ (м/с).

Відповідь: 3 (м/с); а) 3,1 (м/с), б) 3,01 (м/с), в) 3,001 (м/с), г) 3,0001 (м/с).

Задача 4. Нехай у електричному ланцюзі протікає постійний струм. Під постійним струмом будемо розуміти кількість електрики, яка протікає в ланцюзі за одиницю часу. Дати означення змінного струму в момент часу t і обчислити його, якщо кількість електрики, яка пройшла по ланцюзі за проміжок часу $[0; t]$, дорівнює $Q(t)$.

Розв'язання. Кількість електрики, яка пройшла по ланцюзі за проміжок часу $[t; t + \Delta t]$, виражається формулою

$$\Delta Q = Q(t + \Delta t) - Q(t).$$

Віднісши цю кількість до одиниці часу, отримаємо середній струм за проміжок часу $[t; t + \Delta t]$, коли $\Delta t \rightarrow 0$:

$$I_{\text{серед}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} I_{\text{серед}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q(t + \Delta t) - Q(t)}{\Delta t}.$$

Це означає, що $I_{\text{серед}}$ – похідна функції $Q(t)$:

$$I_{\text{серед}}(t) = Q'(t).$$

Задача 5. Довжина вертикально стоячої драбини дорівнює 5 м. Нижній кінець драбини починає відсуватися від стіни з постійною швидкістю 2 м/с. З якою швидкістю опуститься в момент часу t верхній кінець драбини? Чому дорівнює її прискорення в цей момент часу?

Розв'язання. За t с нижній кінець драбини подолає відстань у $2t$ м. За теоремою Піфагора верхній кінець знаходиться в цей момент на висоті

$$h = \sqrt{25 - 4t^2}.$$

Щоб знайти швидкість руху, обчислимо похідну функції $s = 5 - h$.

Матимемо:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d(5 - h)}{dt} = -\frac{dh}{dt} = \frac{4t}{\sqrt{25 - 4t^2}}.$$

Оскільки прискорення є похідною від швидкості по часу, то

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{100}{(25 - 4t^2)\sqrt{25 - 4t^2}}.$$

Задача 6. Резервуар, який має форму півкулі, наповнюється водою. Вважаючи, що радіус резервуара дорівнює R_0 , а швидкість наповнення ємкості v_0 , визначити швидкість підвищення рівня води у резервуарі [2, с. 116-134].

Розв'язання. Швидкість підвищення рівня води у ємкості дорівнює похідній по часу від рівня води.

Якщо рівень води в ємкості h , то шукана швидкість u визначається із умови $u = \frac{dh}{dt}$. Знайдемо залежність h від t .

Об'єм води V , яким наповнено резервуар, обчислюється за відомою формулою

$$V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right),$$

а оскільки $h = f(t)$, то V є складеною функцією від t . Тоді, за правилами диференціювання складеної функції маємо:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt}.$$

Враховуючи, що $\frac{dV}{dt}$ – швидкість наповнення, нам відома і рівна v_0 , а

$$\frac{dV}{dh} = 2\pi h \left(R - \frac{h}{3} \right) - \frac{\pi h^2}{3} = \pi h(2R - h),$$

отримаємо:

$$u = \frac{dh}{dt} = \frac{\frac{dV}{dt}}{\frac{dV}{dh}} = \frac{v_0}{\pi h(2R - h)}.$$

Задача 7. З колоди, яка має радіус R , зробити балку найбільшої міцності.

Розв'язання. Будуємо математичну модель задачі. У цій задачі висота балки, яка має вигляд прямокутника з шириною x , вписаного в коло радіусом R , дорівнює $\sqrt{4R^2 - x^2}$. Тому міцність такої балки дорівнює $y = kx(4R^2 - x^2)$. При цьому x змінюється від 0 до $2R$.

Функція $y = kx(4R^2 - x^2)$ прямує до нуля при $x = 0$ і $x = 2R$ та є додатною між цими значеннями. Отже, вона має максимум, котрий лежить між 0 та $2R$. Проте похідна цієї функції $y' = k(4R^2 - 3x^2)$ прямує до нуля на відрізку $[0; 2R]$ тільки при $x = \frac{2}{3}R\sqrt{3}$. Це і є оптимальне значення ширини b балки. Висота h балки такої ширини дорівнює $\frac{2}{3}R\sqrt{6}$, а відношення $\frac{h}{b}$ дорівнює $\sqrt{2} \approx 1,4 = \frac{5}{5}$. Саме таке відношення висоти випиленої балки до її ширини передбачено правилами проведення будівельних робіт [1, с. 10].

Тема досліджуваної роботи вибрана не випадково, оскільки застосування похідної дає можливість більш ефективно розв'язувати деякі задачі підвищеної складності. Застосування похідної вимагає від курсантів дещо нетрадиційного мислення. Слід відмітити, що знання нестандартних методів і прийомів розв'язання задач сприяє розвитку нового, нестандартного мислення, яке можна успішно застосовувати також і у інших сферах людської діяльності (обчислювальна техніка, економіка, фізика, хімія). Це доводить актуальність даної роботи.

Глибокі зв'язки, існуючі між фізикою і математикою як науками, неминуче повинні знайти адекватне віддзеркалення в зв'язках між відповідними навчальними дисциплінами. У наш час ні у кого не викликає сумніву той факт, що тільки при оптимальному функціонуванні міжпредметних зв'язків можливе реальне підвищення якості знань.

Результати дослідження показали, що використання прикладних задач на різних етапах заняття сприяє підвищенню мотивації курсантів, розвитку логічного мислення, активізації їх навчальної діяльності, формуванню у них умінь застосовувати отримані знання у практичній, наближеній до життєвої ситуації, будувати та досліджувати математичні моделі задач, що сприятимуть їх професійній орієнтації.

Список використаних джерел

1. Ачкан В.В. Використання прикладних задач у процесі вивчення похідної у курсі алгебри та початків аналізу в класах різних профілів/ В.В. Ачкан, О.В. Ніколаєва// Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – Бердянськ : БДПУ. – 2011. – №2. – 360 с.
2. Задачник по курсу математического анализа. Ч.1. Под ред. Н.Я. Виленкина. – М. : Просвещение, 1971. – 351 с.
3. Троян Л.Ф. Використання математичних моделей під час підготовки вчителів фізики/ Л.Ф. Троян// Формування професійних компетентностей майбутніх учителів фізико-технологічного профілю в умовах євроінтеграції: зб. наук. пр. – Вип. 16/ Редкол.: П.С. Атаманчук (голова, наук. ред.) та ін. – Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет. – 2010. – С. 170-174.

This article is devoted to the features of the given topic „The Derivative and its application” to students of the Faculty of Military Training, there are some examples of physical application problems, the solution of which requires the use of the derivative and the rules of differentiating of composed function.

Key words: derivative and its application, differentiation of composed function, intersubjects connections, mathematic model.